

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**O CONHECIMENTO DE ESTATÍSTICA E DA SUA DIDÁTICA
DE FUTUROS PROFESSORES**

Raquel Filipa Marques dos Santos

DOUTORAMENTO EM EDUCAÇÃO

Didática da Matemática

2015

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**O CONHECIMENTO DE ESTATÍSTICA E DA SUA DIDÁTICA
DE FUTUROS PROFESSORES**

Raquel Filipa Marques dos Santos

**Tese orientada pelo Prof. Doutor João Pedro da Ponte, especialmente
elaborada para a obtenção do grau de doutor em Didática da Matemática**

Trabalho realizado no âmbito do Projeto “Desenvolver a literacia estatística: Aprendizagem do aluno e formação do professor” financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia através do contrato PTDC/CPE-CED/117933/2010.

RESUMO

Com este estudo pretendo compreender os conhecimentos e capacidades que os futuros professores possuem sobre Estatística e sobre didática de Estatística, no âmbito de um programa de formação inicial de professores, com um foco no ensino e aprendizagem através de investigações estatísticas nos primeiros anos de escolaridade. Para isso, desenvolvo o quadro teórico em torno do ensino da Estatística nos primeiros anos e do conhecimento do professor na formação inicial de professores dos primeiros anos. Nesta investigação sigo o paradigma interpretativo, numa abordagem mista, usando sobretudo a modalidade de estudo de caso e com recurso a diversos instrumentos de recolha de dados. Atendendo à natureza do estudo, a análise dos dados é maioritariamente descritiva e interpretativa. Os resultados apontam para a grande influência da formação inicial na área da Estatística para o conhecimento estatístico e para o conhecimento didático do tema, mas onde os interesses e as características dos próprios formandos assumem igualmente um papel crucial. Surgem como implicações a necessidade de atender a essas características e de repensar a formação inicial do tema, especialmente na articulação entre pedagogia e conteúdo.

Palavras-Chave: Estatística, Didática da Estatística, Formação inicial de professores, Investigação estatística

ABSTRACT

With this study I intend to understand the knowledge and skills that prospective teachers have about Statistics and its Didactics, under a teacher education program, with a focus on teaching and learning through statistical investigations in the early years of schooling. For this, I develop a theoretical framework around the teaching of statistics in the early years and teacher knowledge in teacher education for the early years. In this research I follow the interpretative paradigm, in a mixed approach, using mainly the case study method and using various data collection instruments. Given the nature of the study, data analysis is mostly descriptive and interpretative. The results show the great influence of the teacher education in statistics for statistical knowledge and didactic knowledge of the subject, but where prospective teachers' interests and characteristics also play a crucial role. Implications arise as the need to meet these characteristics and to rethink the teacher education programs of the subject, especially on the relationship between pedagogy and content.

Keywords: Statistics, Didactics of statistics, Teacher education programs, Statistical investigation

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor João Pedro da Ponte, pela orientação excecional em todos os momentos e por me ter ensinado tanto neste meu início como jovem investigadora.

Aos formandos, em particular aos que constituíram os meus estudos de caso, por aceitarem participar neste estudo e pela disponibilidade e carinho que sempre manifestaram.

Ao Instituto Politécnico de Santarém e, em particular, à Escola Superior de Educação, por se mostrar disponível para a concretização deste estudo.

A todos os meus colegas da Escola Superior de Educação, especialmente aos colegas do Departamento de Ciências Matemáticas e Naturais, por todo o seu apoio e amizade.

Aos colegas e amigos, que sempre se disponibilizaram para discutir e refletir sobre este trabalho de maneira a contribuir para a sua evolução.

À Nádía, à Clara, à Zélia e à minha prima Sara, pelo apoio que deram a este trabalho, mas sobretudo pela amizade que demonstram.

A todos os meus amigos, que estiveram comigo durante este processo, pelo apoio, pela força e pelo maior bem, a amizade.

À minha família, em particular aos meus pais, pela compreensão e amor incondicional e a quem dedico este trabalho!

ÍNDICE

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Relevância do estudo.....	1
1.2. Motivação para o estudo.....	3
1.1. Objetivo e questões de investigação.....	6

CAPÍTULO 2

ENQUADRAMENTO TEÓRICO.....	9
2.1. Estatística nos primeiros anos.....	10
2.1.1. Ensino e aprendizagem da Estatística.....	13
2.1.1.1. Orientações curriculares para o ensino da Estatística.....	13
2.1.1.2. Investigações Estatísticas.....	18
2.1.1.3. Organização e representação de dados.....	31
2.1.1.4. Medidas de tendência central.....	38
2.1.2. Ensino e aprendizagem da Estatística nos primeiros anos.....	44
2.1.2.1. Investigações estatísticas.....	44
2.1.2.2. Organização e representação de dados.....	49
2.1.2.3. Medidas de tendência central.....	54
2.2. Conhecimento do professor na formação inicial de professores dos primeiros anos.....	60
2.2.1. Conhecimento do professor.....	61
2.2.1.1. Conhecimento de Matemática e conhecimento didático de Matemática.....	61
2.2.1.2. Desenvolvimento do conhecimento de Matemática.....	68
2.2.1.3. Desenvolvimento do conhecimento didático de Matemática.....	73
2.2.2. Estatística na formação de professores.....	79
2.2.2.1. Conhecimento do futuro professor para o ensino da Estatística.....	79
2.2.2.2. Desenvolvimento do conhecimento de Estatística.....	81

2.2.2.3. Desenvolvimento do conhecimento didático de Estatística.	97
CAPÍTULO 3	
METODOLOGIA.	113
3.1. Opções metodológicas.	113
3.2. A instituição.	116
3.3. Participantes no estudo.	118
3.3.1. As turmas.	119
3.3.2. Os estudos de caso.	122
3.4. Métodos de recolha de dados.	124
3.4.1. O questionário.	126
3.4.2. As entrevistas.	129
3.4.3. A observação de aulas.	131
3.4.4. A análise documental.	132
3.5. Análise de dados.	134
CAPÍTULO 4	
CONHECIMENTO DOS FUTUROS PROFESSORES SOBRE ESTATÍSTICA E ENSINO-APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA.	141
4.1. Apresentação.	141
4.2. Conhecimento de Estatística.	144
4.2.1. Investigações estatísticas.	144
4.2.2. Organização e representação de dados.	149
4.2.3. Medidas de tendência central.	174
4.3. Conhecimento de Didática da Estatística.	190
4.3.1. Condução de investigações estatísticas.	190
4.3.2. Conhecimento do aluno.	195
4.3.3. Conhecimento do ensino.	199
4.4. Síntese.	200
CAPÍTULO 5	
O CASO DE DORA.	203
5.1. Apresentação.	203

5.2. Conhecimento de Estatística.....	205
5.2.1. Investigações estatísticas.....	205
5.2.2. Organização e representação de dados.....	210
5.2.3. Medidas de tendência central.....	215
5.3. Conhecimento de Didática da Estatística.....	224
5.3.1. Condução de investigações estatísticas.....	224
5.3.2. Conhecimento do aluno.....	235
5.3.3. Conhecimento do ensino.....	240
5.4. Síntese.....	247

CAPÍTULO 6

O CASO DE MÓNICA.....	249
6.1. Apresentação.....	249
6.2. Conhecimento de Estatística.....	251
6.2.1. Investigações estatísticas.....	251
6.2.2. Organização e representação de dados.....	255
6.2.3. Medidas de tendência central.....	267
6.3. Conhecimento de Didática da Estatística.....	278
6.3.1. Condução de investigações estatísticas.....	278
6.3.2. Conhecimento do aluno.....	288
6.3.3. Conhecimento do ensino.....	297
6.4. Síntese.....	302

CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO.....	305
7.1. Síntese do estudo.....	305
7.2. Conclusões do estudo.....	306
7.2.1. Conhecimento de Estatística.....	307
7.2.2. Conhecimento de Didática da Estatística.....	314
7.3. Reflexão final.....	321
7.3.1. Desafios para a formação inicial.....	322
7.3.2. Desafios para a investigação.....	326

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	327
ANEXOS.....	353

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1. Quadro comparativo dos processos de resolução de problemas de Pólya e de investigação (Ponte, 2001).	19
Quadro 2. Quadro de unidades curriculares da área de Matemática do curso de Licenciatura em Educação Básica.....	117
Quadro 3. Unidades curriculares de Prática Pedagógica dos mestrados que habilitam para a docência.....	118
Quadro 4. Programa do capítulo de Estatística da unidade curricular de Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades.....	119
Quadro 5. Dados estatísticos de candidatura de 2009 (Direcção-Geral do Ensino Superior, s.d.).	121
Quadro 6. Contagem do número de alunos em cada fase do processo de seleção dos participantes.....	122
Quadro 7. Distribuição dos alunos participantes pelos mestrados que habilitam para a docência.....	123
Quadro 8. Síntese da caracterização das formandas objeto de estudos de caso.....	124
Quadro 9. Esquema síntese de articulação das questões de investigação com a recolha de dados.....	125
Quadro 10. Codificação das siglas utilizadas.....	135
Quadro 11. Categorias e subcategorias de análise.....	138
Quadro 12. Frequência da disciplina de Matemática até entrada na Licenciatura em Educação Básica.....	142
Quadro 13. Regime de frequência durante a Licenciatura e estatuto de trabalhador-estudante.....	142
Quadro 14. Médias das formandas de cada regime de frequência.....	143
Quadro 15. Frequência à disciplina de Matemática até entrada na Licenciatura em Educação Básica e preferência de mestrado.....	143
Quadro 16. Resumo dos problemas na elaboração de tabelas de frequências nos relatórios.....	150
Quadro 17. Resumo dos problemas na elaboração de tabelas de frequências na questão 1.1.....	153
Quadro 18. Resumo dos problemas na elaboração de representações gráficas nos relatórios.....	155
Quadro 19. Resumo das representações gráficas na questão 1.2.....	158

Quadro 20. Resumo dos problemas na elaboração de representações gráficas na questão 1.2.....	159
Quadro 21. Níveis de compreensão de tabelas e gráficos nos relatórios.....	160
Quadro 22. Tipos de interpretações ao nível ler os dados nos relatórios.	163
Quadro 23. Tipos de interpretações ao nível ler entre os dados nos relatórios.	166
Quadro 24. Níveis de compreensão de tabelas e gráficos na questão 1.3.	169
Quadro 25. Níveis de compreensão para a questão 3.....	171
Quadro 26. Níveis de compreensão de tabelas e gráficos.	173
Quadro 27. Resumo dos erros na indicação da moda nos relatórios.	174
Quadro 28. Resumo das interpretações adequadas da moda nos relatórios.	175
Quadro 29. Resumo dos problemas de interpretação da moda nos relatórios.....	176
Quadro 30. Resumo das interpretações adequadas da moda na questão 7.1.....	177
Quadro 31. Resumo dos problemas de interpretação da moda na questão 7.1.	178
Quadro 32. Resumo das interpretações adequadas da moda.....	178
Quadro 33. Resumo dos problemas de interpretação da moda.	179
Quadro 34. Resumo dos erros na indicação da média nos relatórios.	180
Quadro 35. Resumo das respostas na determinação da média na questão 6.3.....	180
Quadro 36. Resumo das interpretações da média nos relatórios.....	181
Quadro 37. Resumo das interpretações da média na questão 4.1.....	182
Quadro 38. Resumo das interpretações da média na questão 4.2.....	183
Quadro 39. Resumo das interpretações da média na questão 5.....	185
Quadro 40. Resumo das interpretações da média.....	187
Quadro 41. Resumo de interpretações adequadas da mediana nos relatórios.	187
Quadro 42. Resumo de erros de interpretação da mediana nos relatórios.....	188
Quadro 43. Resumo de interpretações adequadas da mediana na questão 7.2.....	189
Quadro 44. Resumo de erros de interpretação da mediana na questão 7.2.	190

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	O processo de investigação estatística (Friel et al., 1997).....	21
Figura 2.	O ciclo investigativo (Wild & Pfannkuch, 1999).....	22
Figura 3.	Tipos de pensamento (Wild & Pfannkuch, 1999).	28
Figura 4.	Ciclo interrogativo (Wild & Pfannkuch, 1999).....	30
Figura 5.	Representação do nivelamento (“deslocam-se 3 cubos da torre maior de modo a ficarem todas com 4 cubos”) (Monteiro, 2009, p. 5).....	40
Figura 6.	Gráfico de pontos com o número de animais de estimação (Franklin et al., 2007, p. 42).....	42
Figura 7.	Gráfico de pontos com os animais de estimação distribuídos justamente (Franklin et al., 2007, p. 42).	42
Figura 8.	Gráfico de pontos com os três diferentes pontos movidos (Franklin et al., 2007, p. 43).....	43
Figura 9.	Exemplo de representação apresentada (Curcio, 1987).....	50
Figura 10.	Exemplo de questões (traduzidas) apresentadas para os diferentes níveis (Curcio, 1987).....	51
Figura 11.	Gráfico de pontos (Friel et al., 1997, p. 4).....	52
Figura 12.	Diagrama de caule-e-folhas (Friel et al., 1997, p. 5).	53
Figura 13.	Questões do questionário pré e pós experiência de ensino (traduzidas) (Innabi, 2008).....	57
Figura 14.	Tabela apresentada na tarefa (Carvalho & César, 2001, p. 11).	58
Figura 15.	Representação dos dados e questões colocadas na tarefa (traduzidas) (Shaughnessy et al., 2004).	59
Figura 16.	Modelo do conhecimento estatístico para ensinar (Groth, 2007).	82
Figura 17.	Modelo de integração de investigações estatísticas (Ainley et al., 2011).	84
Figura 18.	Questões utilizadas no estudo de Espinel et al. (2008).....	87
Figura 19.	Tarefas apresentadas aos futuros professores no estudo de Leavy e O’Loughlin (2006).	91
Figura 20.	Tarefa apresentada aos futuros professores no estudo de Martins et al. (2009).	94
Figura 21.	Modelo da aprendizagem em ensinar questionamento estatístico (Makar, 2008).	99
Figura 22.	Momentos de recolha de dados..	126

Figura 23. Tabela de frequências com as opções de resposta não ordenadas (RG7PL, p. 13)	151
Figura 24. Tabela de frequências sem elaboração de categorias de opções de resposta (RG4D, p. 14).	151
Figura 25. Tabela de frequências com os valores não ordenados (RG5PL, p. 13).	152
Figura 26. Cálculos incorretos na construção de classes (RG5PL, p. 17).	152
Figura 27. Resposta com tabela de dupla entrada (Q14-1.1).	153
Figura 28. Resumo das representações gráficas nos relatórios.	154
Figura 29. Gráfico circular com demasiadas opções de resposta (RG2PL, p. 15).	155
Figura 30. Gráfico circular para variáveis qualitativas ordinais (RG4D, p. 16).	156
Figura 31. Gráfico de barras para uma variável quantitativa contínua (RG6PL, p. 11).	156
Figura 32. Gráfico tridimensional de difícil interpretação (RG1PL, p. 19).	157
Figura 33. Gráfico com título inadequado (RG1PL, p. 19).	157
Figura 34. Gráfico com problema no eixo da variável (RG3D, p. 23).	158
Figura 35. Resposta com gráfico de pontos confuso (Q12-1.2).	159
Figura 36. Resposta com posicionamento incorreto no eixo horizontal (Q5-1.2).	160
Figura 37. Tabela de frequências (RG3D, p. 19).	161
Figura 38. Gráfico (RG6D, p. 11).	161
Figura 39. Gráfico (RG7PL, p. 16).	162
Figura 40. Gráfico (RG2D, p. 10).	164
Figura 41. Tabela de frequências (RG4PL, p. 25).	164
Figura 42. Histograma (RG1PL, p. 13).	165
Figura 43. Gráficos circulares (RG7PL, p. 12).	165
Figura 44. Gráfico circular (RG2PL, p. 9).	166
Figura 45. Tabela de frequências (RG4PL, p. 16).	167
Figura 46. Diagrama de extremos-e-quartis (RG2PL, p. 27).	168
Figura 47. Diagrama de extremos-e-quartis (RG4D, p. 22).	168
Figura 48. Resposta usando uma equação (Q15-5).	186
Figura 49. Resposta através de cálculos (Q7-5).	186
Figura 50. Resposta com confirmação (Q8-5).	186
Figura 51. Resposta incorreta (QD5).	186
Figura 52. Resposta de Dora à questão 8.4 (QD8.4).	206
Figura 53. Resposta de Dora à questão 8.3 (QD8.3).	208
Figura 54. Primeira parte da resposta de Dora à questão 1.1 (QD1.1).	211
Figura 55. Segunda parte da resposta de Dora à questão 1.1 (QD1.1).	212
Figura 56. Resposta de Dora à questão 1.2 (QD1.2).	213

Figura 57. Resposta de Dora à questão 1.3 (QD1.3).....	214
Figura 58. Resposta de Dora à questão 7.4 (QD7.4).....	216
Figura 59. Resposta de Dora à questão 4.1 (QD4.1).....	216
Figura 60. Resposta de Dora à questão 6.3 (QD6.3).....	218
Figura 61. Resposta de Dora à questão 5 (QD5).....	219
Figura 62. Resposta de Dora à questão 4.2 (QD4.2).....	221
Figura 63. Resposta de Dora à questão 7.2 (QD7.2).....	221
Figura 64. Resposta de Dora à questão 8.2 (QD8.2).....	222
Figura 65. Resposta de Dora à questão 8.1 (QD8.1).....	225
Figura 66. Plano inicial para a ficha do aluno (PAD).....	228
Figura 67. Parte inicial da ficha do aluno (AD).....	228
Figura 68. Posicionamento dos alunos durante a construção e análise do gráfico (AD).	231
Figura 69. Resposta de Dora à questão 1.4 (QD1.4).....	235
Figura 70. Exemplo de gráfico construído por um aluno (AD).....	236
Figura 71. Resposta de Dora à questão 6.1 (QD6.1).....	238
Figura 72. Gráficos utilizados em sala de aula (AD).....	244
Figura 73. Resposta de Mónica à questão 1.1 (QM1.1).....	257
Figura 74. Tabela elaborada por Mónica, no computador, durante a aula (AM).....	257
Figura 75. Tabela elaborada por Mónica, no quadro, durante a aula (AM).....	258
Figura 76. Resposta de Mónica à questão 1.2 (QM1.2).....	261
Figura 77. Gráficos apresentados a Mónica durante a entrevista final (EFM).	262
Figura 78. Diferentes legendas apresentadas por Mónica durante a construção do pictograma (AM).....	264
Figura 79. Parte de um pictograma realizado por Mónica (AM).....	264
Figura 80. Resposta de Mónica à questão 1.3 (QM1.3).....	265
Figura 81. Resposta de Mónica à questão 3.1 (QM3.1).....	266
Figura 82. Resposta de Mónica à questão 3.2 (QM3.2).....	266
Figura 83. Resposta de Mónica à questão 3.3 (QM3.3).....	266
Figura 84. Gráfico elaborado no relatório do grupo de Mónica (G3PL, p. 17).	267
Figura 85. Resposta de Mónica à questão 8.2 (QM8.2).....	267
Figura 86. Resposta de Mónica à questão 7.4 (QM7.4).....	268
Figura 87. Resposta de Mónica à questão 7.1 (QM7.1).....	269
Figura 88. Resposta de Mónica à questão 6.3 (QM6.3).....	270
Figura 89. Resposta de Mónica à questão 5 (QM5).....	270
Figura 90. Resposta de Mónica à questão 4.3 (QM4.3).....	272

Figura 91. Resposta de Mónica à questão 4.2 (QM4.2).....	274
Figura 92. Resposta de Mónica à questão 7.2 (QM7.2).....	276
Figura 93. Resposta de Mónica à questão 8.2 (QM8.2).....	277
Figura 94. Resposta de Mónica à questão 8.1 (QM8.1).....	283
Figura 95. Resposta de Mónica à questão 8.4 (QM8.4).....	287
Figura 96. Resposta de Mónica à questão 1.4 (QM1.4).....	289
Figura 97. Gráfico de um aluno (para a disciplina preferida) (AM).....	290
Figura 98. Gráfico de um aluno (para os tempos livres) (AM).....	292
Figura 99. Gráfico de um aluno (para o número de irmãos) (AM).....	292
Figura 100. Tabelas de recolha de dados construídas por Mónica (AM).	295
Figura 101. Resposta de Mónica à questão 6 (QM6).....	296

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Pedido de autorização à ESES para estudo-piloto	354
Anexo 2. Pedido de autorização à ESES	355
Anexo 3. Pedido de autorização ao Conselho Científico da ESES	356
Anexo 4. Questionário de caracterização dos participantes	357
Anexo 5. Pedido de autorização aos alunos participantes.....	359
Anexo 6. Autorização do Ministério de Educação.....	361
Anexo 7. Autorização da Comissão Nacional de Proteção de Dados	362
Anexo 8. Pedido de autorização aos diretores de Agrupamento	366
Anexo 9. Pedido de autorização aos professores cooperantes	367
Anexo 10. Pedido de autorização aos encarregados de educação	368
Anexo 11. Pedido de autorização aos alunos participantes no estudo-piloto.....	370
Anexo 12. Questionário do estudo-piloto	372
Anexo 13. Análise do questionário do estudo-piloto	376
Anexo 14. Questionário.....	407
Anexo 15. Guião da entrevista inicial	411
Anexo 16. Guião da entrevista pré-aula	412
Anexo 17. Guião da entrevista pós-aula.....	413
Anexo 18. Guião da entrevista final.....	414
Anexo 19. Tarefas realizadas na entrevista final.....	415
Anexo 20. Grelha de observação de aulas.....	416

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo de introdução apresento a relevância desta investigação para a área do conhecimento de Estatística e de Didática de Estatística na formação inicial de professores, os meus motivos pessoais da escolha da temática, o objetivo do estudo e as questões de investigação.

1.1. RELEVÂNCIA DO ESTUDO

O mundo de hoje apresenta-se cheio de dados por interpretar. Há dados na área da economia, a influenciar os nossos investimentos bancários, na área da política, com resultados de sondagens, na área da ciência, com novos estudos estatísticos ou simplesmente na nossa vida rotineira, como nas contas de casa e nos produtos que se consome. Holmes (1994) afirma que a Estatística é parte da atividade social, uma vez que se faz uma utilização de dados em todas as esferas da vida. Mulekar (2007) vai mais longe e refere mesmo que se deve usar a Estatística como uma ferramenta de tomada de decisões. Como a informação estatística está presente em diversas áreas, todos os cidadãos necessitam de tomar decisões informadas para serem consumidores inteligentes e profissionais competentes (Martins & Ponte, 2010). Desenvolver o espírito crítico acerca da informação que nos rodeia é então essencial para qualquer cidadão. Assim, ensinar Estatística de uma forma efetiva na escola terá um impacto benéfico na construção da sociedade futura porque ajuda os jovens a lidar

racionalmente com informação e com eventos marcados pela incerteza e pelo acaso (Fabrizio, López & Plencovich, 2007). Nesse sentido, muitos documentos curriculares para o ensino básico (e.g., ME, 2007; NCTM, 2000) colocam grande ênfase no ensino deste tema desde os primeiros anos.

Para que a Estatística seja adequadamente ensinada na escola é necessário que os professores possuam um conhecimento adequado deste tema e do seu ensino. Até porque o conhecimento matemático dos professores está significativamente relacionado com o sucesso dos alunos (Hill, Rowan & Ball, 2005). Como afirmam Monteiro, Costa e Costa (2004) “é já do senso comum que não basta saber Matemática para saber ensinar Matemática, mas o que o professor sabe vai influenciar o que os alunos aprendem” (p. 171). No entanto, Ponte e Chapman (2006) referem que o conhecimento matemático dos professores é geralmente problemático e que estes não possuem uma compreensão profunda e abrangente dos assuntos que lecionam. Mesmo os professores no seu 1.º ano de profissão não têm uma imagem positiva da sua formação inicial, referindo mesmo que sentem muitas insuficiências quanto ao conhecimento dos assuntos que têm de lecionar (Silva, 1997). Apesar das investigações mostrarem que os futuros professores consideram a Estatística a parte mais fácil da Matemática (González & Pinto, 2008), a maioria dos professores não se sente capaz de ensinar Estatística nos primeiros anos. A investigação de Monteiro (2009) corrobora esta afirmação, afirmando que a maioria dos professores que estudaram Estatística durante a sua formação académica parece não estar convenientemente preparada para ensinar o tema.

Para além de um forte conhecimento em Estatística, é necessário que os professores também possuam conhecimento do processo de aprendizagem dos alunos no que respeita a este tema. Como salientam Hill e Ball (2004), a aprendizagem dos alunos resulta não só do conhecimento do conteúdo dos professores, mas também do conhecimento que os professores têm dos alunos, da sua aprendizagem e das estratégias para melhorar essa aprendizagem. No entanto, os futuros professores não fazem ideia das dificuldades que podem surgir na aprendizagem da Estatística (González & Pinto, 2008).

É portanto pertinente aprofundar e estudar a natureza do conhecimento dos futuros professores no que diz respeito à Estatística, uma vez que só assim se pode perceber como deve ser modificado o sistema de ensino no ensino superior relativamente a este

tema. Isto vai de encontro à recomendação de Espinel, Bruno e Plasencia (2008) de que é necessário continuar a investigar acerca do conhecimento que os professores têm de Estatística. Fenstermacher (1993) refere que se a política educacional tem os alicerces sobre pressupostos errados ou fracos sobre a natureza do conhecimento, há uma grande probabilidade de falha em adereçar, de uma forma positiva e de aperfeiçoamento, os problemas e as aspirações da educação.

Adicionalmente, não basta apenas estudar o conhecimento que os futuros professores têm da Estatística, mas importa também estudar o conhecimento didático que têm deste tema. Segundo Fernandes (2009) “para além de um necessário aprofundamento do conhecimento estatístico, importa também conhecer e aprofundar o conhecimento didático dos futuros professores e daqueles que estão em exercício” (p. 10). É a combinação destes dois tipos de conhecimento que faz com que os futuros professores consigam integrar os aspetos analíticos com os computacionais rotineiros. No entanto, pouca investigação tem sido feita para determinar que conhecimento têm os professores e qual é efetivamente necessário (Chick & Pierce, 2008).

Há ainda vários autores a defender que o ensino da Estatística deve valorizar a reflexão sobre o mundo (Scheaffer, 2000) e o desenvolvimento da literacia estatística (Ponte & Sousa, 2010), de modo a formar cidadãos mais críticos e conscientes sobre a informação que os rodeia. Um modo de o fazer é dar oportunidade aos alunos, mesmo dos primeiros anos, para refletir sobre problemas que surgem na realização de investigações estatísticas (Bright & Hoeffner, 1993), de modo a adquirir ideias básicas de cada uma das fases do processo e outro conhecimento estatístico (Heaton & Mickelson, 2002; Martins & Ponte, 2010).

1.2. MOTIVAÇÃO PARA O ESTUDO

Desde pequena que quero ser professora de Matemática, pois sempre tive a intenção de ensinar os outros a fazer e, principalmente, a gostar desta disciplina. Quando entrei para a Licenciatura em Matemática, Ramo Educacional, na Universidade de Coimbra, vi o meu sonho ser concretizado. No entanto, quando comecei a contactar com a escola, fui-me apercebendo que são muitos os professores que continuam a seguir um ensino que não promove a aprendizagem nem o gosto pela disciplina. Neste ensino, o

professor é a personagem principal da sala de aula e os alunos são sobretudo imitadores daquilo que ele faz. Era evidente então para mim que os alunos não estavam a desenvolver o seu raciocínio matemático, acabando só por memorizar algumas regras.

Ao candidatar-me ao mestrado em Ensino e Currículo, com ênfase em Matemática, na Universidade de *Syracuse*, nos E.U.A., tinha como objetivo evoluir como professora de Matemática e, sobretudo, alargar a minha capacidade de desenvolver nos alunos um pensamento matemático mais profundo, de maneira a que o seu interesse por esta disciplina aumentasse. Queria principalmente poder fazer a diferença, de algum modo, no ensino da Matemática. Nessa altura, tomei conhecimento dos Princípios e Standards do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2000), particularmente o princípio da aprendizagem, que refere que o aluno deve ativamente construir o seu conhecimento através da experiência e conhecimento anterior, e o princípio do ensino, que afirma que o ensino da Matemática requer a compreensão do que os alunos sabem, precisam de saber e desafiá-los e apoiá-los nesse ensino. Sobretudo durante o período que estive nos E.U.A., fui confrontada então com uma tentativa de ensino mais centrada no aluno, onde os professores se empenhavam em realizar tarefas mais “divertidas” para os alunos. No entanto, nas escolas americanas que conheci, as dificuldades dos alunos em Matemática continuavam a ser evidentes. Isto porque o mais importante parece ser a natureza, os objetivos e o conteúdo das tarefas e não só se estas são divertidas de realizar. De acordo com Sullivan, Clarke e Clarke (2009), a natureza da aprendizagem do aluno é determinada não só pelo tipo de tarefa, mas também pela maneira como é utilizada em sala de aula.

Desde 2008 que sou docente na Escola Superior de Educação de Santarém. Tenho tentado propor tarefas em sala de aula que motivem os formandos e, acima de tudo, que desenvolvam a sua compreensão dos conceitos. Tendo já lecionado várias unidades curriculares, tive oportunidade de ensinar Estatística a diferentes cursos, incluindo na formação de futuros professores. Essa experiência tem sido muito reveladora. Apesar de muitos considerarem a Estatística como um tema acessível, mostram recorrentemente imensas dificuldades, algumas delas transversais aos alunos de diversas áreas. No entanto, por ser uma disciplina com grande potencial para ajudar qualquer cidadão no seu dia-a-dia, é uma área pela qual sinto um particular

interesse. Daí querer contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem da Estatística.

A minha experiência na formação inicial de futuros professores levou-me a refletir sobre o modo como estes aprendem o que irão lecionar. Estes futuros professores ingressam no ensino superior e continuam a procurar regras e fórmulas para resolver problemas matemáticos. Um futuro professor que entre para a Universidade já tomou conhecimento com o essencial do que irá ensinar se vier a ser professor (Oliveira, 2001), mas, ainda assim, o seu conhecimento é bastante precário à entrada da instituição e não parece evoluir muito com a Licenciatura. Wu (1997) argumenta que a fraca performance de tantos professores de Matemática é devida, em parte, ao facto de nunca terem aprendido corretamente Matemática desde o 1.º ciclo até ao fim da universidade. Logo, importa desenvolver o conhecimento matemático dos futuros professores para fazer com que todos os alunos, incluindo os dos primeiros anos, possam ter um melhor ensino da Matemática. Uma maneira de o fazer é garantir que estes futuros professores, à saída da sua formação inicial, possuam um conhecimento apropriado para ensinar Matemática. No mesmo sentido, se pronuncia Nóvoa (2006) quando diz: “É urgentíssimo intervir na formação de professores, pois o que se faz em muitas escolas e institutos é de uma grande pobreza científica, cultural, profissional” (p. 117).

As dificuldades que os professores têm em ensinar Matemática e, principalmente, as concepções e atitudes que foram criando ao longo dos anos tornam-se um obstáculo na sua formação, sendo usual que os professores repassem para os seus alunos os seus mitos e medos (Machado, 1999). Parece então pertinente que se tente mudar o modo como se ensina a Matemática, para que se consiga mudar o modo como os futuros alunos irão aprender. Claro está então que os principais agentes de mudança têm de ser os professores. Ponte (1994a) argumenta que o professor é um dos elementos mais importantes no contexto de aprendizagem e uma pessoa chave na definição do que é conhecimento. Daí a pertinência de realizar esta investigação no contexto da formação inicial, momento em que se formam os futuros professores.

Juntando as dificuldades em Estatística que fui verificando em tantos alunos na sua licenciatura com os obstáculos que os futuros professores enfrentam relativamente ao ensino, fica evidente que a formação dos futuros professores para o ensino deste tema necessita de melhorar. Oliveira et al. (2008) sugerem que os problemas no ensino da

Estatística podem estar relacionados com a falta de motivação e de conhecimento dos professores. O *Conference Board of the Mathematical Sciences* (CBMS) (2001) afirma que professores com uma compreensão profunda “têm também mais capacidades para motivar os alunos acerca da Matemática” (p. 13), salientando que de todas as áreas que os professores de Matemática podem ensinar, é na área da Estatística que o seu conhecimento é mais fraco. No entanto, uma vez que os documentos curriculares estão a desafiar os professores, não só com novos métodos de ensino, mas também com novos temas, a preparação dos professores e o seu conhecimento nesta área tem-se tornado de especial interesse (Sorto & White, 2004). No mesmo sentido, se pronunciam Martins, Pires e Barros (2009) quando dizem que “é imprescindível que na formação inicial de educadores e professores seja dada uma maior relevância ao desenvolvimento do conhecimento estatístico para que os futuros professores percebam melhor e se apropriem das novas orientações curriculares” (p. 1), como é o caso do desenvolvimento de investigações estatísticas em sala de aula.

Ser docente da unidade curricular que aborda a Estatística na Licenciatura em Educação Básica, dá-me então uma grande motivação para tentar compreender que conhecimentos e dificuldades possuem os futuros professores quando aprendem e quando ensinam Estatística, principalmente fazendo uso de investigações estatísticas.

1.3. OBJETIVO E QUESTÕES DE INVESTIGAÇÃO

A maioria dos professores não se sente capaz de ensinar Estatística nos primeiros anos do ensino básico devido a falhas na sua aprendizagem e evita ensiná-la ou ensina-a de forma muito superficial. No entanto, as orientações curriculares internacionais (NCTM, 2000) indicam que a Estatística deve ser ensinada logo a partir dos primeiros anos de escolaridade levando os alunos a lidar de forma crítica com a informação. Um modo de realizar isso é perspetivando o ensino através de investigações estatísticas (CBMS, 2001; Heaton & Mickelson, 2002; Martins & Ponte, 2010). Para que os professores estejam preparados para trabalhar nesta perspetiva quando iniciam a sua atividade profissional, é necessário que a sua formação inicial intervenha nesse sentido. É com esta ideia em mente que me proponho compreender o conhecimento dos futuros professores de Estatística e da sua didática, após terem frequentado unidades curriculares sobre esse tema na Escola Superior de Educação de Santarém e

durante a sua prática supervisionada do tema. Especificamente esta investigação procura responder às seguintes questões:

- (i) Quais os conhecimentos que as futuras professoras revelam sobre a realização de investigações estatísticas?
- (ii) Que conhecimentos demonstram sobre a organização e representação de dados e as medidas de tendência central?
- (iii) Quais os conhecimentos que revelam acerca de como desenvolver nos alunos a capacidade de realizar investigações estatísticas?
- (iv) Que outros aspetos revelam estas futuras professoras sobre Didática de Estatística?

Este estudo procura, assim, perceber de que modo as unidades curriculares onde o tema de Estatística é incluído, atingem os objetivos propostos e contribuir para aperfeiçoar e melhorar o respetivo programa de formação inicial, de modo a que os futuros professores, tanto desta como doutras instituições de formação, possuam um conhecimento estatístico apropriado, bem como da respetiva didática a alunos dos primeiros anos.

Espero que os professores desta instituição e de outras instituições venham a refletir de modo mais aprofundado sobre a formação que se realiza presentemente e questionem o sistema atual. Deste modo, pretendo propor, no final desta investigação, possíveis mudanças e apontar soluções para colmatar as dificuldades evidenciadas pelos futuros professores, de modo a elaborar um programa de formação inicial (e contínua) mais eficaz e completo na formação estatística dos formandos, que não descuide do ensino da sua didática.

CAPÍTULO 2

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo, que está organizado em duas secções, analiso diversos documentos, trabalhos e resultados de investigações relacionados com o presente estudo. Na primeira secção – Estatística nos primeiros anos – menciono algumas razões que justificam o interesse da aprendizagem da Estatística para todos os cidadãos e, em particular, no contexto escolar, focando-me nos primeiros anos de escolaridade. Apresento também uma abordagem aos documentos curriculares e outros estudos da área, no que diz respeito aos conteúdos estatísticos e abordagens metodológicas. De um modo particular, discuto o desenvolvimento de investigações estatísticas em sala de aula, de processos de organização e representação de dados e do conhecimento acerca das medidas de tendência central. Apresento também uma revisão de diversas investigações que incidem sobre dificuldades de alunos neste tema.

Na segunda secção – Conhecimento do professor na formação inicial de professores dos primeiros anos – começo por discutir as orientações para a formação inicial do professor, com ênfase no conhecimento do professor. Esse conhecimento é discutido fazendo referência tanto ao conhecimento matemático como ao conhecimento didático da Matemática. Posteriormente discuto aspetos essenciais do conhecimento estatístico e do conhecimento de didática de Estatística dos futuros professores e as suas dificuldades.

2.1. ESTATÍSTICA NOS PRIMEIROS ANOS

O papel essencial da Estatística em diversos campos da sociedade é já reconhecido há algum tempo, sendo que é imprescindível que um país possua um sistema estatístico que apresente um grau de fiabilidade e completude, de modo a proporcionar a tomada de decisões conscientes nos domínios económico, social e político (Batanero, 2001). Exemplo disso é o caso da indústria, da medicina e de muitos outros setores da sociedade dependerem de tomadas de decisões baseadas em dados e de sermos confrontados constantemente por diversos meios de comunicação a divulgar, por exemplo, os resultados da última sondagem de eleições políticas. Como refere Scheaffer (2000), “Estamos rodeados de números, engolidos por eles, talvez mesmo afogando-nos debaixo deles” (p. 158), fazendo também salientar como a vida é regulada por indicadores numéricos.

Consequentemente, o ensino da Estatística foi-se desenvolvendo, não só na preparação de profissionais para a concretização desses estudos como de profissionais e cidadãos para interpretar e tomar decisões baseadas nesses dados. Ponte e Fonseca (2000) defendem que a Estatística “desempenha um papel fundamental na formação para a cidadania” (p. 179), uma vez que os cidadãos têm então o desafio de digerir, gerir e utilizar a informação que lhes chega para tomar decisões conscientes. “Desenvolver o pensamento estatístico e probabilístico ao longo da escolaridade constitui um aspeto importante da formação que a escola deve proporcionar” (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 94), uma vez que o desenvolvimento de uma cidadania crítica, reflexiva e participativa deve começar pelas crianças, pois estas também convivem com dados. Como afirma Lopes (1998), “os nossos jovens já são cidadãos; precisamos auxiliar o desenvolvimento da sua capacidade de crítica e de autonomia a fim de que tenham melhores condições para elaborar reflexões, emitir opiniões e/ou tomar decisões” (p. 114).

Fortalecendo esta afirmação, há diversos autores a apontar várias razões para o ensino e a aprendizagem da Estatística em contexto escolar. Por exemplo, Buche e Glover (1988) afirmam que os alunos nas suas profissões precisam de um conhecimento de técnicas metodológicas e estatísticas para compreender, avaliar criticamente e aplicar a pesquisa no seu campo científico.

Pereira-Mendoza e Swift (1992) adicionam, ao motivo anterior do interesse em estudos posteriores, outras duas razões para defender a inclusão da Estatística e das Probabilidades no currículo escolar. Referem que é importante pela sua utilidade, uma vez que qualquer cidadão precisa de conhecimentos sobre este tema para funcionar em sociedade, e por razões estéticas. Em relação a este último motivo, os autores defendem que o ensino da Estatística pode desenvolver nos alunos a apreciação da beleza do assunto, tanto por proporcionar uma apreciação do poder das técnicas, como também proporcionar um conhecimento da responsabilidade da sua aplicação.

De acordo com Shulte e Smart (1992), os conteúdos estatísticos devem fazer parte integrante do currículo escolar, uma vez que

Providenciam aplicações significativas da Matemática a todos os níveis; proporcionam métodos para lidar com a incerteza; dão-nos alguma compreensão de argumentos estatísticos, bons ou maus, com os quais somos continuamente bombardeados; ajudam os consumidores a distinguir entre utilizações corretas de procedimentos estatísticos de utilizações incorretas ou falaciosas: são tópicos inerentemente interessantes, excitantes e motivantes para muitos estudantes. (p. ix)

Esta afirmação de Shulte e Smart (1992) a fazer referência ao modo como a Estatística pode ter um papel motivador para os alunos é corroborada por Nunes (1989). De acordo com estes autores, este tema tem o potencial de se puderem estudar assuntos do meio envolvente dos alunos, e, eventualmente, do seu interesse, permitindo ainda a inclusão de atividades lúdicas ou que desenvolvam o prazer pela descoberta.

Alguns autores defendem também a importância da Estatística pelo facto de esta ter um papel instrumental noutras disciplinas (Batanero, Godino & Roa, 2004; Chick & Pierce, 2008; Moore e Cobb, 1997). Moore e Cobb (1997) referem mesmo que “a Estatística é uma disciplina metodológica. Ela existe não por si própria, mas antes com o objetivo de oferecer a outros campos de estudo um conjunto de ideias coerentes e de instrumentos para tratar dados” (p. 801).

Para Chick e Pierce (2008) e Batanero et al. (2004), a Estatística deve ser ensinada na escola devido à sua importância no desenvolvimento do raciocínio crítico. A corroborar esta afirmação, Nunes (1989) adota uma perspectiva utilitarista, referindo que é necessário compreender e interpretar o mundo à nossa volta e incluir na nossa

bagagem cultural armas suficientes para nos protegermos da informação que recebemos. Ainda Borralho (2000) defende que é essencial que a escola promova o desenvolvimento de capacidades de análise, de argumentação, de crítica e de intervenção sobre a informação.

Martins et al. (2009) salientam ainda que o “estudo da Estatística permite ampliar a imagem que os alunos vão desenvolvendo sobre a Matemática através da contextualização das aprendizagens e da sua ligação à realidade” (p. 2), reforçando a importância da Estatística em modificar a perceção que os alunos têm da disciplina de Matemática por ter uma ligação forte com o mundo que os rodeia. Bernardes (1987) refere que sem “a Estatística, o ensino da Matemática reduz-se ao verdadeiro e falso das proposições matemáticas” (p. 13), contribuindo assim a Estatística para libertar os alunos de uma visão deformada da Matemática. De acordo com Abrantes et al. (1999) e Fischbein (1975), a escola tem dado maior ênfase a um pensamento determinista, sendo que é fundamental que os alunos desenvolvam uma visão menos determinista e mais equilibrada da sociedade.

Seguindo uma perspetiva curricular, de acordo com Abrantes et al. (1999), o estudo da Estatística ajuda na compreensão de outros tópicos matemáticos do currículo, ligados aos números, às medidas ou às representações gráficas, e evidenciam diversas conexões matemáticas, como por exemplo com noções relativas a percentagens, frações e números decimais. Alguns autores defendem ainda que a Estatística promove oportunidades para a interdisciplinaridade, fomentando a elaboração de projetos envolvendo outras áreas para além da Matemática (Heaton & Mickelson, 2002).

Em síntese, os motivos para o ensino da Estatística, considerada com a ciência dos “dados” são assim diversos, sendo que é importante que esse ensino comece logo nos primeiros anos de escolaridade.

2.1.1. ENSINO E APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA

2.1.1.1. ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO DA ESTATÍSTICA

O ensino da Estatística na escola sempre foi feito dentro da área da Matemática, mas muitos educadores estatísticos defendem que estas duas disciplinas têm particularidades muito próprias. A Estatística difere da Matemática nas suas características definidoras essenciais: o papel do contexto, os métodos de raciocínio, precisão e o papel dos dados e da recolha dos dados (Burrill, 2008; Franklin et al., 2007). Moore e Cobb (1997) discutem esta diferença referindo que

A Estatística fornece-nos os meios para tratar com dados que têm em linha de conta a presença da variabilidade. O foco na variabilidade dá naturalmente à Estatística um conteúdo que a torna diferente da própria Matemática e de outras Ciências Matemáticas, mas não é só o conteúdo que distingue o pensamento estatístico do matemático. A Estatística requer um tipo de pensamento diferente, já que os dados são mais do que números, são números com um contexto (...) Na análise de dados o contexto fornece o significado. (p. 801)

Apesar de serem disciplinas diferentes, também têm características semelhantes nalguns aspetos, nomeadamente o trabalho com os números. Há, no entanto, quem defenda que trabalha Estatística em Matemática, quando, na realidade, não o faz. Para alguns, o facto de se fazerem uso de certos termos estatísticos implica que estão a desenvolver ou a trabalhar ideias estatísticas (Burrill, 2008). Contudo, a maioria das vezes que se utilizam termos estatísticos apenas está envolvida a realização de um cálculo matemático. Frequentemente, os dados trabalhados em sala de aula são fabricados e apresentados sem estarem incorporados num contexto e perde-se o sentido caótico que dados reais apresentam. No uso de dados reais, as regularidades não são desambiguas e a interpretação e análise depende e faz sentido dentro do contexto (Franklin et al., 2007).

Embora o ensino da Estatística esteja presente nos documentos curriculares de todos os países, a perspetiva seguida nem sempre é a mesma. Na verdade, o que se escolhe ensinar depende da filosofia e definição que se tem da Estatística (Holmes, 1994). Por exemplo, Almeida (2000) identifica quatro grandes perspetivas. A primeira remete para a ideia de a Estatística ser um tema que se encerra em si mesmo, enfatizando-se

os seus conceitos e métodos próprios, assim como as suas ligações com as Probabilidades. A segunda perspetiva liga a Estatística ao termo Análise de Dados, sendo encarada como um instrumento ou ferramenta para descrever aspetos da realidade, por processos quantitativos. Na terceira perspetiva, a Estatística envolve a produção de novo conhecimento, com especial interesse sobre o contexto onde esse conhecimento surge. Finalmente, a última perspetiva remete para a Estatística como atividade social, valorizando não tanto o produto desenvolvido, mas mais o processo decorrente que lhe está associado e as interações que ocorrem durante esse processo.

Para além das quatro perspetivas referidas por Almeida (2000), são muitos os autores que defendem duas vertentes distintas de ensino da Estatística. Para Jacobsen (1989), a preocupação principal no ensino da Estatística é a compreensão das condições de boa utilização dos conceitos e representações estatísticos. Esta vertente favorece então a aprendizagem de representações de dados em tabelas e gráficos e o cálculo de medidas estatísticas, geralmente fora de contexto. Por outro lado, Scheaffer (2000) contesta o ensino da Estatística “como uma série de técnicas” e defende um ensino da Estatística mais como “um processo de pensar acerca do mundo” (p. 158) e, apesar de reconhecer a utilidade dos procedimentos como ponto de partida, refere a necessidade de os ultrapassar, indo “para além da rotina, até à reflexão” (p. 158). Assim, também para Bright e Hoeffner (1993), a preocupação principal do ensino da Estatística é a reflexão sobre os problemas que surgem no decurso da realização de projetos e investigações. Adicionalmente, Holmes (2000) refere a necessidade da “tomada de consciência e valorização”, por parte dos alunos, do “papel da Estatística na sociedade” e da “natureza do pensamento científico” (p. 53), remetendo para essa reflexão mas no seio do mundo que rodeia os alunos. Estas duas vertentes não são necessariamente antagónicas, uma vez que cada uma delas pode beneficiar o desenvolvimento da outra. É de relevar que considerar que o ensino da Estatística se pode fazer através da realização de investigações estatísticas implica assumir que, a partir daí, se podem desenvolver conceitos em contexto.

Esta perspetiva da Estatística ajudar a pensar sobre o mundo fez nascer e crescer um conceito que tem vindo a ser discutido, a literacia estatística. Nos últimos anos, tem-se utilizado esse termo para reconhecer o papel do conhecimento estatístico nos primeiros anos (Murray & Gal, 2002). As *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education* (GAISE) (Franklin et al., 2007) definem mesmo a literacia

estatística como sendo o principal objetivo curricular, a nível elementar. A definição mais utilizada é a construída por Gal (2002). Este autor define a literacia estatística como a união de duas competências relacionadas: (i) a capacidade de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, os argumentos apoiados em dados ou os fenómenos estocásticos que as pessoas encontram em diversos contextos, incluindo os meios de comunicação mas não só; e (ii) discutir ou comunicar os seus pontos de vista sobre informações estatísticas, quando relevante.

Watson (1997) adiciona que este conceito implica ser capaz de compreender o texto, o significado e as implicações da informação estatística no contexto em que ocorre e inclui três níveis de sofisticação progressiva: (i) conhecimento básico de conceitos estatísticos; (ii) compreensão de raciocínios e argumentos estatísticos quando apresentados dentro de um contexto mais amplo de um relatório de um meio de comunicação social ou no local de trabalho; e (iii) atitude crítica, mostrando ser capaz de desafiar os argumentos que se baseiam em dados estatísticos insuficientes ou tendenciosos. De acordo com Franklin et al. (2007), a literacia estatística é fundamental para os requisitos de cidadania e necessária para as escolhas quotidianas, nos locais de trabalho, em diversas profissões e na Ciência.

Este conceito é assim mais do que uma maneira de compreender números e probabilidades, também envolve uma maneira de pensar (Papert, 1980). Na nossa complexa sociedade, já não conseguimos fazer afirmações dogmáticas ou absolutas simples. Reconhecemos que a maioria dos fenómenos são influenciados por uma teia intrínseca de fatores, observáveis ou não, diretos ou indiretos. Reforçando esta ideia, Steen (2001) afirma que a literacia estatística dá instrumentos às pessoas para pensarem por si próprias, fazerem perguntas inteligentes e confrontarem a autoridade com confiança.

O objetivo do estudo da Estatística é então o de desenvolver a literacia estatística desde muito cedo em todos os alunos (Ponte & Sousa, 2010), tornando-os cidadãos capazes de tomar decisões relativamente à informação recebida do mundo à sua volta. As investigações estatísticas são um modo de fazer isso acontecer. Martins e Ponte (2010) referem mesmo que

Não se pretende que os alunos, quando acabam o ensino básico, sejam capazes de realizar estudos estatísticos sofisticados, mas sim que compreendam e saibam utilizar a linguagem básica e as ideias fundamentais de Estatística, desde a formulação de questões a investigar à interpretação dos resultados. (p. 12)

Em Portugal, a Estatística é lecionada no ensino não superior há cerca de meio século. Foi introduzida inicialmente no programa de Matemática do ensino secundário na década de 1960, através da reforma do ensino da Matemática conhecida por Matemática Moderna (Fernandes, 2009). Posteriormente, em 1991, a Estatística foi também incluída no 2.º e no 3.º ciclos do ensino básico. Relativamente a esses documentos curriculares (ME, 1990, 1991a, 1991b), Ponte e Fonseca (2001) indicam que um dos seus pontos fracos era o facto de não valorizar a Análise de Dados e as Probabilidades no 1.º ciclo, ao contrário do documento do NCTM (2000). Com a elaboração do Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), essa falha foi colmatada e o tema Organização e Tratamento de Dados (OTD) foi explicitamente referido nos três ciclos. Presentemente, no novo programa de Matemática, a Estatística continua também integrada em todos os ciclos do ensino básico em Portugal sob o título “Organização e Tratamento de Dados” (ME, 2013).

No documento curricular para o Ensino Básico de 2007 (ME, 2007), o 1.º ciclo, relativamente a este tema, tem como propósito principal de ensino desenvolver nos alunos a capacidade de ler, explorar e interpretar dados qualitativos e quantitativos discretos organizados em diversas formas, como tabelas de frequências absolutas, gráficos de barras e pictogramas, de identificar e usar a moda de um conjunto de dados, assim como de realizar estudos através da recolha, organização, representação e apresentação de dados com o fim de resolver problemas em contextos variados relacionados com situações do dia-a-dia. Considera fundamental que os alunos comecem desde cedo a criticar a informação que recebem.

Com o Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2013), a ênfase passou a ser o conhecimento de procedimentos e técnicas e não o desenvolvimento da literacia estatística. Como referido pelos próprios autores do programa, durante o 1.º ciclo “é dada ênfase a diversos processos que permitem repertoriar e interpretar informação recolhida em contextos variados”, introduzindo-se os conceitos de frequência absoluta e relativa, moda, mínimo e várias representações de dados (gráficos de pontos, pictogramas, gráficos de barras, diagrama de caule e folhas) (ME, 2013, p. 6).

Comparando estes dois programas em termos de conteúdo, verificamos que foi introduzida a frequência relativa, o mínimo, o gráfico de pontos e o diagrama de caule-e-folhas. Mas a maior diferença está em termos de perspectiva, uma que vez que no programa de 2013 estes conceitos surgem ao se trabalhar com informação recolhida em diversos contextos, enquanto no programa de 2007 dá-se grande ênfase a que sejam os alunos a recolher, organizar, interpretar e apresentar a informação.

Relativamente ao 2.º ciclo, o programa de 2007 (ME, 2007) refere que os alunos aprofundam e alargam o trabalho efetuado no 1.º ciclo, fazendo estudos com dados de natureza variada, elaborando tabelas de frequências absolutas e relativas, e usando outras representações de dados, como gráficos circulares ou diagramas de caule-e-folhas. Estes alunos aumentam também o seu repertório de medidas estatísticas, passando a trabalhar com a média aritmética, os extremos e a amplitude para descrever conjuntos de dados. Neste ciclo, o propósito principal de ensino é então desenvolver nos alunos a “capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas” (ME, 2007, p. 42). Consequentemente, alunos neste ciclo selecionam os métodos apropriados para cada uma das etapas dos estudos que surgem para responder a problemas do quotidiano, tendo que interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles. Adicionalmente, devem-se explorar situações em que o estudo da informação recolhida sobre alguns alunos da escola permita, ou não, generalizar os resultados obtidos, para todos os alunos da escola.

Para o programa de 2013 (ME, 2013), durante o 2.º ciclo, o foco continua a ser as representações de dados (introduzindo-se o gráficos de linhas e o circular) e alguns conceitos estatísticos, com a introdução dos conceitos de média e de amplitude. Na parte do estabelecimento das Metas Curriculares, que acompanha o novo programa de Matemática, referem-se como objetivos deste tema “organizar e representar dados” e “tratar conjuntos de dados” (ME, 2013, p. 36), valorizando a construção de representações e a identificação de medidas estatísticas, sem qualquer referência à compreensão destas e ainda menos à sua importância e utilidade no processo de investigação estatística.

No caso dos documentos curriculares americanos, Sorto e White (2004), através da sua análise, fazem referência às “*big ideas*” ao nível do 5.º ao 8.º anos (p. 1). Estes autores consideram seis tópicos de conhecimento da Estatística, que resumidamente

incluem gráficos (barras, pontos, pictogramas, histogramas, diagramas de caule-e-folhas, diagramas de extremos-e-quartis), tabelas, medidas de tendência central (média, mediana e moda) e medidas de dispersão (amplitude e amplitude interquartil). Essa análise levou assim à conclusão de que, relativamente ao conteúdo estatístico, há uma maior ênfase dos documentos curriculares nas representações gráficas e medidas de tendência central ao nível da construção, cálculo e uso apropriado.

No documento GAISE (Franklin et al., 2007), relativamente ao ensino da Estatística, o currículo deve dar oportunidades aos alunos de todos os níveis de formular questões que podem ser respondidas com dados e recolher, organizar e representar dados relevantes para responder a essas questões, selecionar e utilizar métodos estatísticos apropriados para analisar dados e desenvolver e avaliar inferências e previsões baseados nos dados.

Podemos ver que no panorama português, a ênfase do ensino da Estatística encontra-se no trabalho com conceitos de organização e representação de dados e com medidas de tendência central (e de dispersão como o caso da amplitude). No programa de Matemática de 2007 (ME, 2007), há ainda um foco no desenvolvimento de investigações estatísticas para o trabalho neste tema. Essas orientações curriculares vão de encontro ao sugerido por documentos curriculares estrangeiros (Franklin et al., 2007). De modo a aprofundar cada um desses tópicos, começo por discutir o conceito de investigação e, posteriormente, conceitos de organização e tratamento de dados e medidas de tendência central.

2.1.1.2. INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS

A realização de investigações na sala de aula de Matemática é uma perspetiva que, com o tempo, tem vindo a ganhar terreno. São muitos os autores que consideram que é na realização de investigações que os alunos aprendem Matemática (Ponte, 2001), considerando que esta é uma disciplina lógica e dedutiva, mas que também envolve aspetos experimentais e indutivos próximos das ciências naturais. Segundo Ponte (2001), estes dois lados da Matemática complementam-se já que o lado indutivo é essencial para a criação de novo conhecimento e o lado dedutivo é necessário para o organizar e decidir quando este é válido.

Ponte (2007) defende que o professor de Matemática deve integrar investigações nas suas salas de aula por diversas razões. Em primeiro lugar, porque as investigações constituem-se uma parte fundamental da Matemática, já que estão relacionadas com a própria natureza da disciplina e com a construção de novo conhecimento. Em segundo lugar, devido ao facto de envolverem os alunos no seu próprio processo de aprendizagem. Em terceiro lugar, porque integram uma visão holística de pensar, mobilizando conhecimento de diversas áreas. Em quarto lugar, porque podem ser desenvolvidas em qualquer tema do currículo. Finalmente, em último lugar, por serem uma mais-valia no reforço e consolidação da aprendizagem, pelo facto de lidarem com processos de raciocínio complexos de uma maneira flexível e integradora.

Em relação aos passos que se devem seguir numa investigação, Ponte (2001) refere que têm um certo paralelo com o processo de resolução de problemas, apontado por Pólya (1945) (quadro 1). Assim para realizar uma investigação, é necessário começar com a caracterização da situação-problema, desenvolver um plano, executá-lo e refletir sobre o trabalho executado, identificando novas questões de investigação e criando um novo ciclo.

Quadro 1. Quadro comparativo dos processos de resolução de problemas de Pólya e de investigação (Ponte, 2001).

Etapas	Resolução de problemas de acordo com Pólya	Investigação
1	Compreender o problema	Caracterizar a situação-problema
2	Desenvolver um plano	Desenvolver um plano
3	Executar o plano	Executar o plano
4	Olhar para trás	Refletir no trabalho executado e identificar novas questões de investigação

Muitos autores apontam a importância da realização de investigações estatísticas no desenvolvimento do conhecimento estatístico dos alunos (CBMS, 2001; Heaton & Mickelson, 2002; Martins & Ponte, 2010), nomeadamente como produtores e consumidores de informação estatística (Fernandes, 2009). Permite ainda um papel mais ativo por parte dos alunos na aprendizagem da Estatística. Nestas investigações, os alunos escolhem um tema do seu interesse, definem objetivos, escolhem

instrumentos de recolha, selecionam amostras, recolhem, codificam, analisam e interpretam dados para responder às questões propostas (Batanero & Godino, 2005). Podem, assim, apreciar a importância e a dificuldade do trabalho estatístico e o interesse da Estatística na abordagem de problemas da vida real (Batanero & Godino, 2005). Além disso, o trabalho com investigações estatísticas permite conhecer os pontos fracos tanto do conhecimento estatístico como do conhecimento matemático e, por vezes, até conceitos e ideias que pareciam bem consolidados (Ponte, 2007).

No estudo comparativo de Ponte e Fonseca (2001), as diferentes etapas da investigação estatística apareciam de diferente forma nos documentos curriculares português e americano. Relativamente à formulação de questões que levam a investigações estatísticas, o NCTM (2000) refere que esta deve ser feita pelos alunos desde o 1.º ciclo e o programa português de 1990 e 1991 nunca o propõe. Quanto à recolha de dados, esta é evidente desde o 1.º ciclo no NCTM (2000) e desde o 2.º ciclo em Portugal. No que diz respeito à fase de retirar conclusões dos dados, enquanto nas orientações americanas se enfatiza esta fase no final do 1.º ciclo, em Portugal só acontecia no 3.º ciclo. A formulação de novas questões baseadas nas conjecturas formuladas e a conceção de novos estudos são equacionadas pelo NCTM (2000) desde o final do 2.º ciclo, enquanto não havia referência a esta fase no programa português.

Com a elaboração do programa português em 2007, a formulação de questões, a recolha de dados e a formulação de conclusões já acontecem no 1.º ciclo como no caso americano. Desta maneira, o programa português ficou ao mesmo nível que o documento do NCTM (2000), exceto na parte da formulação de novas questões baseadas nas conjecturas de um estudo que continuam a não ser referidas no ensino básico. É assim objetivo do programa de matemática do ensino básico (ME, 2007) que os alunos do 1.º ciclo realizem investigações estatísticas e que no 2.º ciclo vão mais além, fazendo o respetivo planeamento.

Tipicamente, uma investigação estatística envolve os quatro componentes: (i) colocar uma questão; (ii) recolher dados; (iii) analisar os dados; e (iv) interpretar os resultados, de modo organizado (Graham, 1987; Franklin et al., 2007). Kader e Perry (1994) sugerem um quinto componente como sendo a comunicação de resultados, também evidenciado na sistematização do processo de investigação estatística de Friel, Bright, Frierson e Kader (1997) (figura 1).

Wild e Pfannkuch (1999) complementam este processo de investigação estatística, criando o chamado modelo PPDAC (problema, plano, dados, análise e conclusões) (figura 2), que constitui uma adaptação do modelo de MacKay e Oldford (1994). Este modelo, autoexplicativo, diz respeito à maneira como alguém atua e o que pensa durante uma investigação estatística.

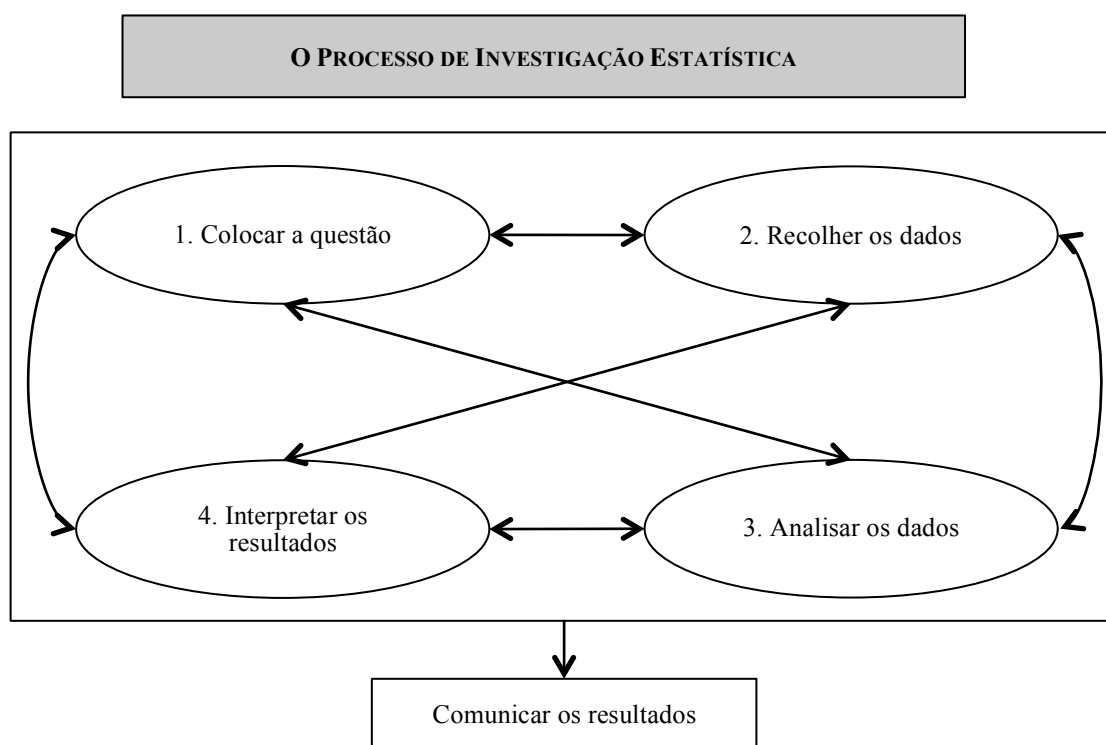


Figura 1. O processo de investigação estatística (Friel et al., 1997).

Fase Problema. Deve então iniciar-se uma investigação estatística com a definição de um problema que, como indicam Makar e Fielding-Wells (2011), constitui a base fundamental para o trabalho a realizar. Franklin et al. (2007) referem que a formulação de uma questão estatística requer a compreensão da diferença entre uma questão que antecipa uma resposta determinista (por exemplo, Qual a minha altura?) e uma questão que antecipa uma resposta baseada em dados que variam (por exemplo, Qual a altura de um homem em Portugal?).

Segundo Makar e Fielding-Wells (2011), as questões iniciais devem ter problemas de construção, onde a definição do problema e os caminhos para o resolver devem ter diversas ambiguidades que precisam de se ter em conta. Por vezes exigem uma discussão para negociar que características do fenómeno podem ser medidas para

responder ao problema sob investigação. Por exemplo, se a questão inicial é “Que marca de pastilha elástica é melhor?”, os alunos precisam de discutir qualidades que valorizam nas pastilhas elásticas que podem ser qualificadas como melhores e identificar possíveis medidas para capturar essas qualidades.

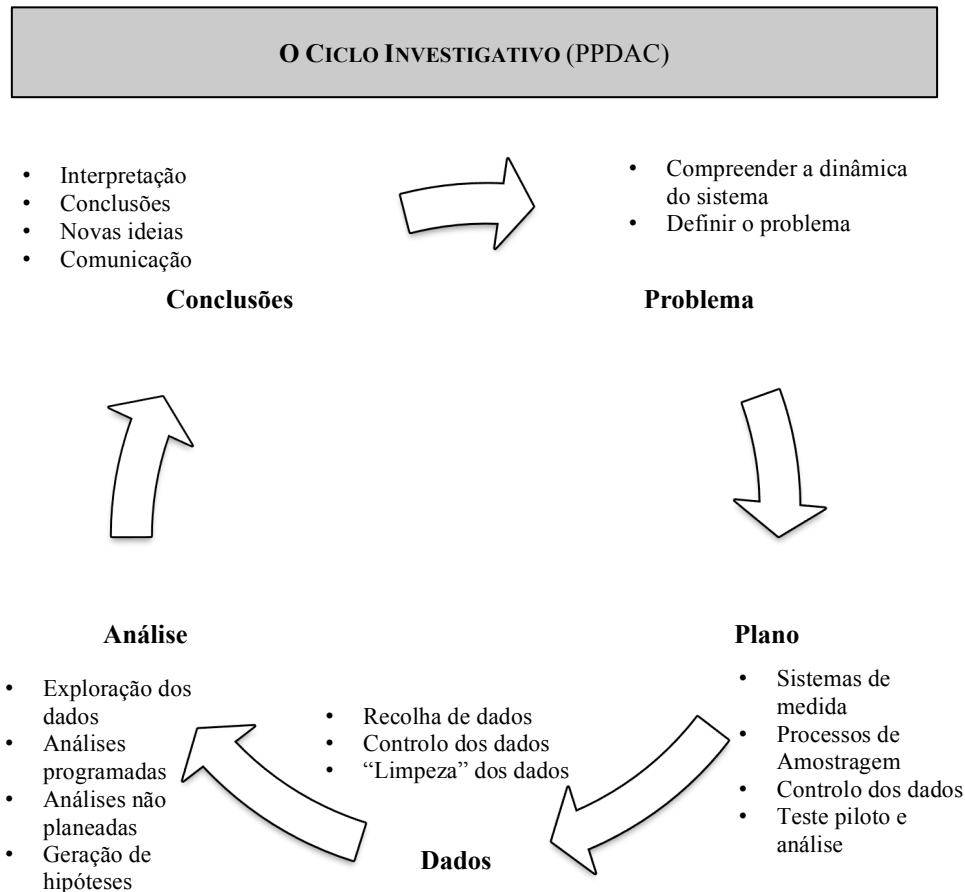


Figura 2. O ciclo investigativo (Wild & Pfannkuch, 1999).

Muitos autores salientam a importância dos alunos investigarem situações do mundo real para os ajudar a raciocinar sobre os dados e a relacionar as suas conclusões com o fenómeno real (Cobb, 1999; Konold & Higgins, 2003; Pratt, Davies & Connor, 2011; MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011). MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) enfatizam que essas investigações devem fazer uso de dados reais. Contudo, Gil e Ben-Zvi (2011) apontam que investigar uma situação real não é uma tarefa fácil.

Konold e Higgins (2003) referem que os alunos quando recolhem e analisam dados necessitam de ter em atenção dois aspetos. Um é fazer a questão de investigação

específica o suficiente para permitir a investigação, enquanto a segunda é perceberem que os dados recolhidos são diferentes dos eventos reais em vários aspetos. Os alunos devem manter uma visão dos dados como números em contexto e, em simultâneo, abstraírem-se do contexto dos dados (Konold & Higgins, 2003).

Segundo uma síntese realizada por Makar e Fielding-Wells (2011), as questões de investigação devem ser interessantes, desafiantes e relevantes, de nível cognitivo desafiante mas alcançável para alunos; de natureza estatística, necessitando de ser respondidas através de recolha e interpretação de dados; e mal construídas e ambíguas, de modo a se obter profundidade na investigação pela negociação pelos alunos (através do uso de palavras vagas como típico, melhor, maior, mais apropriado).

Franklin et al. (2007), na construção de níveis de desenvolvimento destes conceitos, consideram que num primeiro nível (preferencialmente a acontecer no 1.º ciclo), os alunos devem começar a reconhecer a distinção de uma questão estatística. Assim, nesta fase ainda não é o aluno que coloca as questões de interesse e estas são confinadas à sala de aula. As questões que podem ser desenvolvidas nesse nível são por exemplo “Qual o comprimento das palavras nesta página?”, “Que tipo de música é mais popular entre os alunos desta turma?” e “Na nossa turma, será que as alturas e a envergadura dos braços dos alunos são aproximadamente as mesmas?” (p. 16). Num segundo nível (a acontecer preferencialmente no 2.º e 3.º ciclos), é desenvolvida a compreensão do que caracteriza uma questão estatística e os alunos já começam a colocar as suas próprias questões de interesse, não restritas à sala de aula. Exemplos do que podem estudar são “Será que as palavras de um capítulo de um livro do 4.º ano são mais compridas do que as palavras de um capítulo de um livro do 2.º ano?”, “Como é os tipos de música favoritos diferem entre turmas?” e “Será que a relação entre envergadura e altura dos alunos da nossa turma é a mesma da relação noutra turma?” (p. 16).

Fase Plano. Seguidamente passa-se à construção de um plano, que passa pela escolha de uma amostra (quando necessário) e de um sistema de medida ou de recolha, pelo estabelecimento de algum controlo dos dados (por exemplo, estabelecendo um limite de variáveis a estudar, algum grupo de controlo, etc.) e pela realização de um teste piloto e a sua análise (Wild & Pfannkuch, 1999).

De acordo com MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011), quando os alunos estão familiarizados com software apropriado, considerar qual será o aspeto de uma folha de recolha de dados é uma excelente ajuda no planeamento – se a folha não consegue ser visualizada ou descrita, significa que o planeamento está incompleto.

Na escolha de uma amostra e de instrumentos de recolha de dados, são várias as questões que os alunos precisam de considerar. De acordo com Scheaffer, Watkins e Landwehr (1998), a questão sobre o que constitui uma boa amostra, leva a que os alunos lidem com outra questão: “Quantos?”. Nesta etapa os alunos discutem qual o número de objetos a escolher da chamada população que leve a uma resposta aproximada dos dados extraídos da população. A aleatoriedade tem um papel vital na seleção de amostras que produzem boas aproximações. Quando constroem o instrumento de recolha de dados, os alunos devem ter em consideração que este deve ser livre de diferentes interpretações. Cada questão de investigação deve ter em mente a questão inicial e, quando lida por outras pessoas, não deve ser ambígua sobre o que questiona (Scheaffer et al., 1998).

Durante esta fase, os alunos decidem também as variáveis em estudo, podendo estas ser de diferentes tipos. Como referem Scheaffer et al. (1998), existem três tipos de dados: categóricos, contáveis ou mensuráveis. Irei adotar o termo variável qualitativa no caso de dados categóricos, variável quantitativa discreta no caso de dados contáveis e variável quantitativa contínua quando os dados são mensuráveis, isto por serem as denominações utilizadas no panorama curricular português. Segundo os autores, o conceito de variável ajuda os alunos a organizar dados em grupos que fazem sentido de modo a que sínteses e comparações possam ser realizadas. No entanto, responder a questões específicas de natureza quantitativa não é fácil para os alunos, segundo estes autores.

Scheaffer et al. (1998) defendem que mesmo que os alunos não façam investigações, eles devem compreender os aspetos chave de um estudo bem desenhado de maneira a ter alguma base para tomar decisões nos vários assuntos que revolvem à volta desses estudos. Essa compreensão pode começar no final do 1.º ciclo e deve ser aprofundada até ao final do secundário.

De acordo com os níveis elaborados por Franklin et al. (2007), numa primeira fase os alunos participam em censos de toda a turma com a realização de pequenas

experiências. Neste nível, o planeamento que realizam ainda não tem em consideração as diferenças ou a variabilidade dos dados. Num segundo nível, é desenvolvida a compreensão da necessidade de planear tendo em atenção a variabilidade dos dados. Nesta fase, os alunos devem fazer sondagens e experiências de comparação (usando grupos de controle), desenvolvendo o conceito de amostragem. Exemplificando a diferença entre estes dois níveis, relativamente à investigação sobre o comprimento das palavras, os alunos num primeiro nível determinam o comprimento de cada palavra numa página. Num segundo nível, utilizariam uma amostra de palavras escolhidas do capítulo. Em qualquer nível, devem ser discutidos problemas de medidas. Por exemplo, neste caso o comprimento de uma palavra depende da definição de palavra e se inclui ou não números. Outro problema que pode ser discutido, como no caso da medida da altura é se esta se faz com os sapatos ou sem eles. No caso da investigação da música favorita, um questionário seria o mais indicado para recolher as preferências de música, mas o seu design e a sua linguagem devem ser consideradas atentamente. As questões devem ser não ambíguas e fáceis de compreender, evitar influenciar a resposta do inquirido e as opções de resposta devem incluir todas as respostas possíveis, sem interceção destas.

Fase Dados. Posteriormente, passa-se à recolha, controlo e limpeza dos dados, etapa que Snee (1993) aponta como o coração do pensamento estatístico, uma vez que promove a aprendizagem através da experiência e liga o processo de aprendizagem à realidade. As investigações, especialmente a fase de dados, dão aos alunos feedback autêntico sobre as suas decisões de planeamento que permitem gerar um conhecimento profundo de metodologia e eficácia (Krajcik et al., 1998). A recolha de dados pode levar os alunos a compreender se o plano que realizaram foi bem construído, tendo em conta a questão inicial.

Fase Análise. A fase de análise requer a exploração e análise de dados e a construção de hipóteses (Wild & Pfannkuch, 1999) usando conceitos e ideias relacionadas com as representações gráfica e tabular e medidas estatísticas. Relativamente a esta fase, Scheaffer et al. (1998) defendem a importância de compreender as variáveis em estudo. Essa compreensão ajuda os alunos a compreender tabelas e gráficos construídos por outros ou a determinar a melhor tabela ou gráfico para usar para construir uma representação original. Os autores referem ainda que compreender os dados para compreender a representação é claramente uma estrada com dois sentidos.

Isto porque a compreensão de variáveis ajuda na compreensão das representações e a compreensão de representações desenvolve a compreensão de variáveis. Dados categóricos são sumariados pelas frequências, enquanto os contáveis e mensuráveis são sumariados pelo centro e variabilidade. MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) apontam a importância de esta fase de análise ser ensinada como parte de todo o processo de pensamento estatístico. Os conceitos mais trabalhados nesta fase são ainda discutidos nas próximas secções: organização e representação de dados e medidas de tendência central.

Segundo os níveis elaborados por Franklin et al. (2007), a análise de dados no primeiro nível requer a comparação entre alunos, a comparação entre os alunos e o grupo de alunos em que estão inseridos, a consideração da comparação entre grupos de alunos e a representação da variabilidade dentro do grupo de alunos. Um exemplo deste nível seria a construção de um gráfico de barras para representar o número de alunos que escolheu cada categoria de música e ter em consideração as diferenças entre o número de alunos que escolheu cada categoria. Uma boa questão de análise neste nível será ponderar o que pode estar na origem daqueles resultados. Numa segunda fase, os alunos devem quantificar a variabilidade dos dados, realizar uma comparação entre grupos numa representação e compreender o erro de amostragem. Neste nível, na mesma investigação sobre música favorita, os alunos poderiam representar os dados de cada turma num gráfico de barras, de modo a visualizar a percentagem de alunos que escolheram cada categoria, usando as mesmas escalas em ambos os gráficos para facilitar comparações. A comparação não só evidencia as diferenças dentro de cada turma, como também tem em consideração as diferenças entre turmas.

Fase Conclusão. Finalmente, na conclusão, Wild e Pfannkuch (1999) incluem a interpretação dos dados, a elaboração de conclusões, a formulação de novas ideias e a comunicação de resultados. A concretização de cada ciclo PPDAC produz assim novo conhecimento e a identificação de novas necessidades que levarão a outras investigações estatísticas, tal como apontado por Ponte (2001) e Martins e Ponte (2010). MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) apontam o foco do desenvolvimento da comunicação, verbal e escrita, que as investigações estatísticas proporcionam. Lipson e Kokonis (2005) referem mesmo que reportar por escrito em Estatística é uma atividade metacognitiva que facilita a aprendizagem da literacia e do pensamento

estatístico. Um aspecto importante a ter em conta nesta fase é distinguir o que os dados nos dizem de quais podem ser as razões. Como referem MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011), “interpretar dados em contexto não significa tirar conclusões baseadas na intuição contextual” (p. 117).

Num primeiro nível, os alunos realizam interpretações dos dados sem ir para além dos dados, não fazendo generalizações para além da turma, mas tendo em atenção as diferenças entre dois indivíduos nas mesmas condições (Franklin et al., 2007). Um segundo nível elaborado por estes autores refere que nesta fase é viável que os alunos vão para além dos dados. Neste nível, os alunos reconhecem que uma amostra pode ou não ser representativa de uma população e notam as diferenças entre dois grupos com diferentes condições. Por exemplo, na investigação do comprimento das palavras, num primeiro nível, os alunos podem examinar e sumariar as diferenças entre o gráfico de pontos do comprimento de todas as letras, notando o comprimento maior, o mais pequeno, o comprimento mais comum, e os comprimentos do meio. Num segundo nível, os alunos podem construir dois diagramas de extremos-e-quartis, lado a lado, notando que as amostras que estão a ser usadas podem ser ou não representativas de todo o capítulo.

Durante todo este processo investigativo, o contexto têm um papel primordial. O conhecimento contextual significa aqui o conhecimento do mundo utilizado pelos alunos durante a investigação. De acordo com o Wild & Pfannkuch (1999), há uma constante mudança entre a esfera estatística e a contextual durante todo o processo de investigação estatística. Por exemplo, na formulação de uma questão estatística, o caminho da esfera contextual para a esfera estatística é acompanhado pela análise do contexto do problema, enquanto a passagem da esfera estatística para a esfera contextual pode envolver questões que promovem explicações como “O que é que isto significa?” ou “Porque é que isto está a acontecer?”.

Como parte do modelo de Wild e Pfannkuch (1999) estão também os tipos de pensamentos envolvidos (figura 3), tanto os tipos de pensamento aplicados num contexto estatístico como os tipos de pensamento estatístico.

Relativamente aos tipos de pensamentos aplicados num contexto estatístico (denominados de tipos gerais na figura 3), o pensamento estratégico é o pensamento que leva a decidir o que fazer e como fazê-lo. Para isso é necessário ter em

consideração as restrições aquando do planeamento, como, por exemplo, falta de conhecimentos, preconceitos, disposições, capacidades, técnicas de comunicação desadequadas, tempo, dinheiro, materiais e limitações dos dados. Para além do pensamento estratégico, a construção de modelos também deve ocorrer em Estatística. Construir modelos e utilizá-los para compreender e prever o comportamento de aspetos do mundo que nos preocupam parece ser uma maneira geral de pensamento. Adicionalmente, é necessário procurar explicações e aplicar técnicas. Geralmente, na aplicação de uma nova técnica, a ênfase costuma ser o passo da aplicação metodológica. No entanto, o passo de reconhecimento e o passo de interpretação em contexto, são mais difíceis e vitais para que o passo da aplicação tenha utilidade.

TIPOS DE PENSAMENTO

TIPOS GERAIS:

- **Estratégico**
 - planear, antecipar problemas
 - ter em atenção restrições práticas
- **Procurar Explicações**
- **Modelar** (construção seguida de utilização)
- **Aplicar técnicas**
 - seguir precedentes
 - reconhecer, usar exemplos-tipo, interpretar o resultado
 - usar instrumentos de resolução de problemas

TIPOS FUNDAMENTAIS DO PENSAMENTO ESTATÍSTICO:

- **Reconhecimento da necessidade de dados**
- **Transnumeração** (mudança de representações para proporcionar compreensão)
 - recolha de “medidas” do sistema real
 - mudança de representações de dados
 - comunicação de mensagens nos dados
- **Consideração da variação**
 - observar e tomar conhecimento
 - medir e modelar para o propósito de prever, explicar ou controlar
 - explicar e lidar com estratégias investigativas
- **Raciocínio com modelos estatísticos**
- **Integração do conhecimento estatístico e contextual**
 - informação, conhecimento, conceções

Figura 3. Tipos de pensamento (Wild & Pfannkuch, 1999).

No que respeita aos tipos de pensamento estatístico, o reconhecimento da necessidade de dados é o que despoleta o início de uma investigação estatística. Ainda nesse tipo de pensamento, a transnumeração é a ideia fundamental num método estatístico (Wild & Pfannkuch, 1999). Essa capacidade de mudar de representação de modo a compreender os dados é um aspeto essencial no pensamento estatístico. Outros tipos

de pensamento estatístico são a consideração da variação dos dados e o raciocínio com modelos estatísticos. A última vertente deste tipo de pensamento está relacionada com o facto de que para passar de uma ideia a um plano é necessário incorporar tanto o conhecimento contextual como o conhecimento estatístico. A aplicação do método estatístico faz, portanto, uso tanto de tipos de pensamento gerais como de tipos de pensamento específicos da Estatística.

Uma investigação estatística faz também uso do ciclo interrogativo, ciclo este que também faz parte do modelo proposto por Wild e Pfannkuch (1999). O ciclo interrogativo é um processo recursivo e genérico de pensamento constituído por cinco passos (figura 4). Idealmente deveriam usar-se todos os passos do ciclo, mas, na realidade, alguns passos são “saltados”. Segundo Wild e Pfannkuch (1999), a etapa de procurar informações e ideias deve ser feita internamente, através da observação do pensamento de outros e entrando nas suas memórias para encontrar conhecimento relevante, mas também externamente, indo a fontes exteriores ao indivíduo, como, por exemplo, lendo literatura relevante. A última vertente do passo interpretar, refere-se a interligar novas ideias e informação com outros modelos mentais existentes e alargar esses modelos mentais para abranger essas interligações. A etapa de criticar, deve ser feita internamente e externamente ao indivíduo, tal como na etapa procurar. Finalmente, deve-se julgar o grau de confiança da informação, a utilidade das ideias, a viabilidade prática dos planos, o grau de correção do que está incluído, a conformidade entre o contexto e a compreensão estatística, etc. Todo este ciclo interrogativo deve ajudar a refinar o método estatístico com que se está a trabalhar.

Shaughnessy (2007) defende que nos EUA, o ensino da Estatística tem uma forte ênfase nas fases DAC do processo de investigação estatística, sendo muito pouco o tempo despendido para as fases PP em sala de aula. Contudo, dar aos alunos problemas estatísticos pré-preparados, onde as decisões difíceis de formulação do problema, planeamento e recolha de dados já foram tomadas por eles, é confrontá-los com um ciclo investigativo de três fases pobre, ficando mal preparados para lidar com problemas estatísticos nas suas fases iniciais.

Holmes (1997) refere ainda a implementação de projetos de Estatística em sala de aula como veículos para todo o ciclo de investigação estatística e uma experiência holística de aprendizagem. Estes projetos caracterizam-se por se revestirem de uma maior complexidade e se prolongarem no tempo, mas segundo o autor deve

contemplar todas as fases da investigação. Esses projetos proporcionam assim uma aprendizagem experiencial de investigações estatísticas. Essas aprendizagens incorporam conceitos, conhecimento e técnicas em contexto que incentiva e motiva os alunos assim como lhes ensina as nuances do pensamento estatístico, os caprichos dos dados e os desafios de comunicar interpretações em contexto.

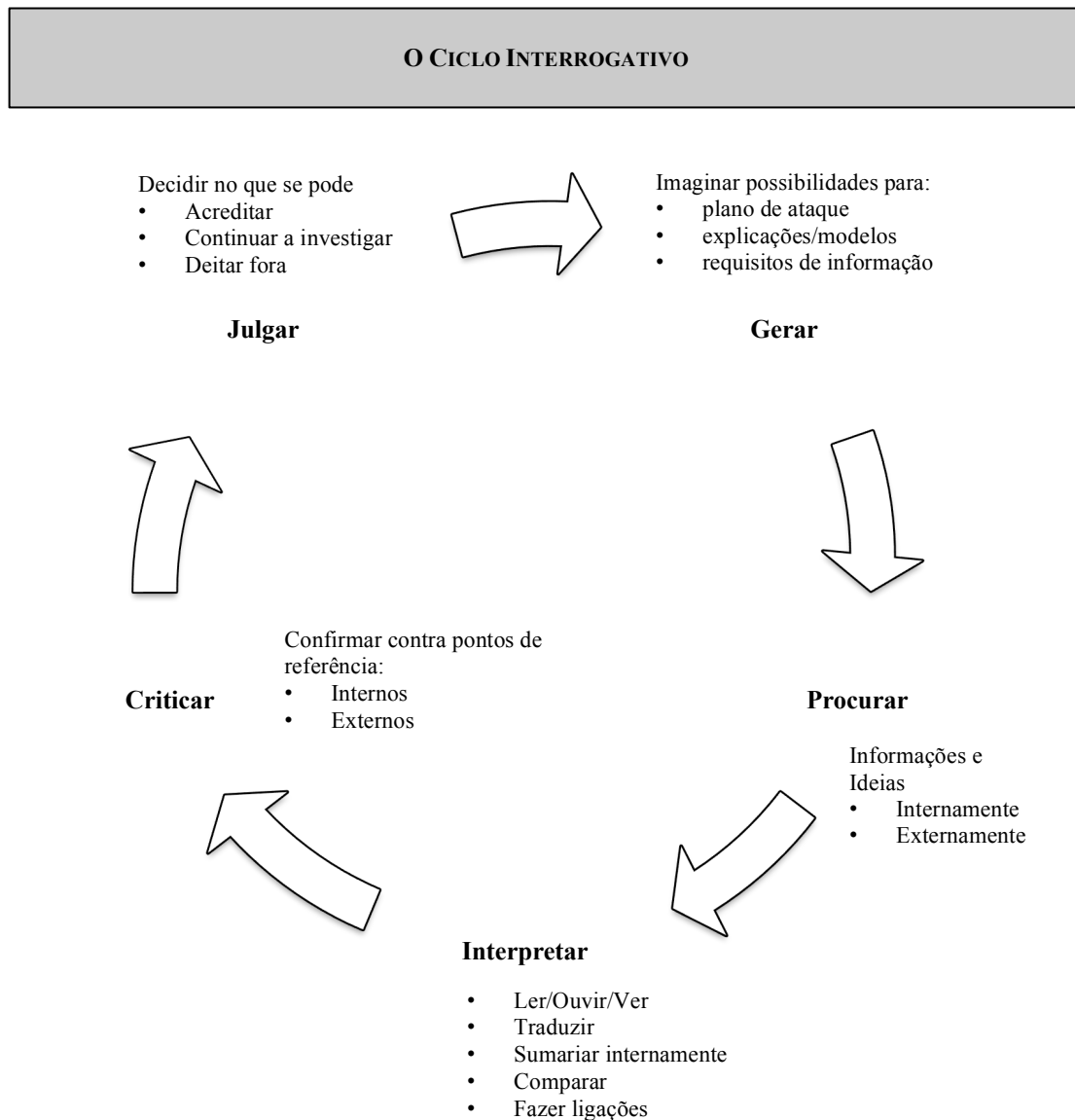


Figura 4. Ciclo interrogativo (Wild & Pfannkuch, 1999).

Groth (2006) sustenta ainda que as investigações estatísticas são importantes na sala de aula por servirem de base para interpretar afirmações realizadas por outros estudos. Afirmar mesmo que o facto de muitos alunos não experienciarem a realização de investigações estatísticas faz com que muitos adultos tenham dificuldades em avaliar

criticamente a informação dos estudos estatísticos. De acordo com Scheaffer (2000), só depois de os alunos compreenderem como a recolha, a organização e a interpretação dos dados acontece é que estes desenvolvem capacidade de argumentar, refletir, criticar e usar significativamente os conhecimentos e procedimentos ligados aos próprios conceitos estatísticos. Se os alunos estiveram ativamente envolvidos na criação dos dados, é mais difícil apresentarem dificuldades em analisá-los ou em saber como fazê-lo (Cobb, 1999).

2.1.1.3. ORGANIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE DADOS

Descartes foi um dos primeiros matemáticos a realçar a importância dos gráficos na solução de problemas e fórmulas e na representação de relações (Arkin & Colton, 1940, citado por Curcio, 1989). Os gráficos estatísticos servem também como um processo metodológico utilizado em diversas áreas. Como Gal (2002) refere, os gráficos têm vindo a tornar-se num instrumento muito útil em diversas disciplinas, permitindo a visualização global de um fenómeno e a compreensão destes instrumentos constitui uma parte vital da literacia estatística. Corroborando esta afirmação, Garfield (1999) considera como componentes de literacia estatística a compreensão de linguagem estatística, a capacidade de interpretar tabelas e gráficos, assim como o poder de dar sentido aos dados que aparecem nos meios de comunicação social ou noutras situações quotidianas.

Zacks e Tversky (1999) afirmam mesmo que os gráficos são uma espécie persuasiva de artefactos cognitivos, utilizados tanto para raciocinar sobre dados como para comunicá-los. Nas palavras de Friel, Curcio e Bright (2001), “representar visualmente uma tabela de informação tem vantagens inerentes” (p. 127). No entanto, uma capacidade extremamente importante a desenvolver em todos os cidadãos é “o sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada” (Abrantes et al., 1999, p. 99) e, para isso acontecer, é necessário um trabalho com diversos tipos de representação de dados por parte dos alunos, desde cedo.

Relativamente ao Ensino Básico, Ponte e Fonseca (2001), a partir de um estudo comparativo, apontam que as orientações curriculares para o ensino da Estatística em Portugal e nos Estados Unidos da América na época não divergiam muito quanto à

organização e representação de dados no Ensino Básico. No entanto, no documento do NCTM (2000) o contacto com uma maior variedade de representações gráficas ocorria mais cedo. Com o programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, Portugal e os Estados Unidos ficaram mais próximos neste nível.

Deste modo, quanto à organização e tratamento de dados no Ensino Básico, os alunos do 1.º ciclo devem ser capazes de ler, explorar, interpretar e descrever representações como listas, esquemas de contagem gráfica, tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos, gráficos de barras e pictogramas. No 2.º ciclo alargam o repertório de representações para incluir frequências relativas, gráficos de linhas, gráficos circulares e diagramas de caule-e-folhas. Adicionalmente, um dos objetivos gerais do ensino da Matemática é levar os alunos a “traduzir informação apresentada numa forma de representação para outra, em particular traduzir para termos matemáticos informação apresentada em linguagem natural” (ME, 2007, p. 5), promovendo assim a flexibilidade no uso de representações.

O NCTM (2000) encoraja os alunos a selecionar, criar e analisar as suas próprias representações dos dados. Os autores querem que os alunos se sintam mais confortáveis em utilizar os seus próprios gráficos, em vez de apenas trabalharem representações dos professores. Corroborando com este documento, Watson (1997) também propõe que na escola se deveriam introduzir tarefas em que os alunos tenham que criar as suas produções gráficas a partir de dados, de variáveis estatísticas distintas, fornecidos pelo professor. O NCTM (2000) realça também a importância de usar gráficos para todos os alunos, em qualquer nível de ensino.

Os *Common Core Standards for Mathematics* (National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers, 2010) referem que os alunos devem decidir que modelo específico é consistente com os resultados de um processo de geração de dados, como por exemplo a simulação. Segundo este documento, a importância de utilizar e compreender representações apropriadas dos dados é essencial.

A organização de dados, sendo uma das etapas do ciclo de investigação proposto por Wild e Pfannkuch (1999), constitui um processo estatístico importante a desenvolver nos alunos. Este processo consiste sobretudo na “limpeza” e redução dos dados, na elaboração de tabelas e na construção de representações gráficas dos dados. De

acordo com Friel et al. (1997), compreender o processo de redução dos dados e a estrutura dos gráficos são fatores que influenciam o conhecimento de gráficos. Estes autores indicam que a redução de dados baseia-se na transição entre a representação tabular e a gráfica que representa os dados originais para apresentar os dados agrupados. Os gráficos e tabelas são assim também instrumentos de transnumeração pelo seu papel essencial na organização, descrição e análise de dados. Watson (2006) ressalta ainda a importância das tabelas e dos gráficos, por facilitar a transição entre a amostragem ou a recolha de dados e o cálculo de medidas estatísticas. Isto porque, com a construção dos gráficos ou tabelas, os dados são organizados e agrupados de acordo com as diferentes opções de resposta da variável e, portanto, a sua interpretação pode ser útil para o cálculo e interpretação de medidas de tendência central.

De acordo com Scheaffer et al. (1998), dados originais e valores de síntese são muitas vezes colocados em tabelas ou gráficos para mostrar padrões e fazer conclusões. Assim, o gráfico apropriado para cada conjunto de dados é determinado pelo tipo de dados. Se os dados são categóricos, então os únicos números que fazem sentido constar num gráfico são as frequências ou percentagens de respostas das várias categorias, o que é facilmente conseguido num gráfico de barras. Se, por outro lado, os dados são quantitativos, então eles devem ser representados de uma maneira que evidencie tanto o seu valor como a frequência. Um gráfico de pontos, um diagrama de caule-e-folhas ou um histograma servem esse propósito.

Na perspectiva de Friel et al. (1997), o propósito da redução de dados é identificar representações adequadas dos dados que removam tanto detalhe quanto possível, dando informação suficiente para responder à questão pretendida. Diferentes representações gráficas de dados numéricos refletem diferentes níveis de redução de dados. Uma representação tanto pode representar os dados originais, como os gráficos de linhas e os diagramas de caule-e-folhas, como dados agrupados, como o diagrama de extremos-e-quartis e o histograma.

Gráficos, tabelas e diagramas são ainda conceitos fundamentais das fases de análise de uma investigação estatística, uma vez que a representação de um conjunto de dados em tabelas de frequências, diagramas e gráficos permite obter nova informação a respeito desses dados. No entanto, a interpretação adequada de um gráfico depende do contexto e, além disso, os conhecimentos dos alunos ou a sua familiaridade com as

componentes dos gráficos podem não ser suficientes para assegurar a sua compreensão (Gal, 2002).

Muitas das tabelas que aparecem nos media ou na internet combinam diversos tipos de informação numérica (frequências, razões, percentagens), incorporando duas ou mais variáveis. Por outro lado, podemos identificar nos gráficos os seguintes elementos estruturais, cada um com as suas convenções de construção e interpretação que devem ser adquiridas pelos alunos (Friel et al., 2001):

- Título e legendas, que indicam o conteúdo contextual e quais são as variáveis representadas. Este elemento também é encontrado nas tabelas;
- O quadro do gráfico, que inclui os eixos, escalas e marcas de referência em cada eixo. Este quadro revela informação sobre as unidades de medida de grandezas representadas. Nas tabelas também se encontram as legendas que diferenciam as variáveis apresentadas, os seus valores e os diferentes tipos de frequências e percentagens;
- Nos gráficos também temos de ter em conta os seus especificadores, ou seja, os elementos visuais usados para representar os dados, como retângulos (no caso de gráficos de barras ou histogramas) ou pontos (no caso de gráficos de pontos). Os autores alertam de que nem todos os especificadores são igualmente sensíveis de se compreender, sugerindo a seguinte ordem de dificuldade: posição numa escala homogénea (gráficos de linhas, de barras, de pontos, histogramas e alguns pictogramas), ângulo-dependentes (gráficos circulares) e área (pictogramas).

É necessário desenvolver questões que foquem em detalhes das representações que os alunos não fariam ou pensariam de outra maneira. Apenas essas questões têm o potencial de revelar os níveis de conhecimento dos alunos quando estes falam sobre como pensaram (Friel et al., 1997). Um contributo muito importante para a investigação acerca da interpretação de gráficos foi dado por Curcio (1987, 1989). De acordo com esta autora “ser capaz de ler os dados presentes num gráfico é uma capacidade importante, mas o sujeito só tira o máximo de potencial de um gráfico quando consegue interpretar os dados e generalizar para a realidade a informação nele presente” (1989, p. 1), realçando que é essencial o desenvolvimento desta capacidade por todos os cidadãos. Com base numa investigação sobre compreensão de gráficos com alunos do 4.º e 7.º anos de escolaridade, a autora identifica três níveis na compreensão de gráficos: ler os dados (*reading the data*), ler entre os dados (*reading between the data*) e ler para além dos dados (*reading beyond the data*). Relativamente

a uma representação gráfica mostrando a variável “número de letras no nome” e a respectiva frequência, o primeiro nível, ler os dados, envolve questões do tipo “Quantos alunos têm 12 letras no seu nome?”, requerendo uma leitura literal do gráfico para obter a resposta, recorrendo a elementos explícitos, tal como a legenda e os eixos. Neste nível é necessário o reconhecimento de componentes do gráfico assim como falar a linguagem do gráfico (Shaughnessy, 2007). O nível ler entre os dados abrange questões do tipo “Quantos alunos têm mais de 12 letras no nome?”. Estas questões, para serem respondidas, requerem fazer alguma interpretação dos gráficos e identificar relações matemáticas presentes no gráfico e entre este e a tabela e os dados. Neste nível é fundamental ser capaz de comparar quantidades ao mesmo tempo que se recorrem a outros conceitos matemáticos. No terceiro nível de Curcio, ler para além dos dados, é necessário fazer previsões e inferências sobre os dados para responder a questões do tipo “Se um novo aluno se juntasse à turma, quantas letras se pode prever que tenha no seu nome?”. É este último nível que se espera dos alunos pois contribui para o desenvolvimento de cidadãos mais críticos e reflexivos. A estes três níveis de Curcio, Shaughnessy (2007) juntou um quarto, ler por detrás dos dados (*read behind the data*), que remete para a compreensão de conexões entre o gráfico e o contexto e a identificação das causas da variação dos dados do gráfico em análise. Todos estes níveis são peças fundamentais no conhecimento estatístico de gráficos e, segundo os autores, a evolução da compreensão de gráficos segue um contínuo entre estes níveis, passando de um nível mais concreto do que está explicitamente visível no gráfico para um nível mais abstrato e mais abrangente.

Friel et al. (2001) expandem esta categorização, definindo a compreensão de gráficos como a compreensão e interpretação de gráficos pré-construídos, assim como identificar corretamente conjuntos de dados às suas representações gráficas. Assim, no conceito sentido de gráfico (*graph sense*) englobam os mesmos critérios que a compreensão de gráficos de Curcio (1989), incluindo também a capacidade das pessoas construírem as suas próprias representações. Num artigo mais recente, González, Espinel e Ainley (2011), através da integração do trabalho de vários investigadores, compilaram a informação para definir o conceito de competência gráfica. De acordo com estes autores este conceito é a união de três capacidades:

- A capacidade de extrair dados de diferentes tipos de gráficos e de interpretar significados destes através da leitura entre, para além e por detrás dos dados representados para gerar hipóteses acerca do fenómeno representado no gráfico;
- A capacidade de seleccionar e criar gráficos apropriados a situações específicas, com ou sem suporte de tecnologia; e
- A capacidade para avaliar criticamente gráficos e distinguir os pontos fortes e as limitações de representações gráficas particulares, reconhecendo que a criação de gráficos envolve a interpretação dos dados originais. (p. 190)

Alguns estudos também propõem vários níveis de dificuldade na construção de tabelas e gráficos. Por exemplo Arteaga (2008) propôs uma classificação dos gráficos, que poderia estender-se a tabelas, em função da sua complexidade e dos níveis de leitura apontados por Curcio (1989) e Shaughnessy (2007):

- Representação de dados individuais: quando o estudante apenas inclui no gráfico um dado ou uma pequena parte dos dados (e não o conjunto completo);
- Representação de um conjunto de dados, sem chegar a resumir a sua distribuição: o aluno representa os dados tal como os reconheceu, sem os classificar ou calcular a frequência dos diversos valores. Numa tabela seria o mesmo que dar uma listagem dos valores não ordenados. Estes dois primeiros níveis apenas permitem uma leitura ao nível ler os dados;
- Representação de uma distribuição de dados: o aluno classifica os dados e calcula a frequência de cada valor, chegando a utilizar o conceito de distribuição de frequências e a representar a distribuição. Este tipo de representação permite a leitura ao nível ler entre os dados, ou seja, a realização de comparações e deteção de tendências. Um exemplo desta classificação para tabelas seria uma tabela ordenada;
- Representação de várias distribuições num mesmo gráfico: para além de formarem e representarem a distribuição dos dados, os alunos conjugam mais do que uma variável.

Ainda relativamente à compreensão de representações gráficas, Nathan e Bieda (2006) apresentam duas perceções: limitadas e não limitadas. Pessoas que têm uma perceção limitada de representações gráficas entende o gráfico como finito e vê os dados como início e fim dentro das limitações de uma representação gráfica visual. Por outro lado, pessoas com uma perceção não limitada conseguem ver o gráfico como uma pequena representação de um conjunto de dados infinitos. Dentro destas duas perceções, muitas diferenças e dificuldades podem ocorrer. Por exemplo, uma pessoa com uma compreensão limitada dos gráficos pode ter dificuldade em

extrapolar dados, uma vez que acredita que o gráfico é inexistente para lá da fronteira dos planos Ox e Oy . Em comparação, uma pessoa com uma visão não limitada do gráfico consegue extrapolar os dados, uma vez que compreendem que o gráfico alcança para além dos limites visuais dados.

Pierce e Chick (2013) dão uma compreensão de análise gráfica alternativa, baseada numa escala que determina o grau de dificuldade. Eles definem como primeiro nível ler valores (*reading values*), que não exige análise de dados, mas simplesmente compreender o gráfico e obter a informação dada. O próximo nível é considerado comparar valores (*comparing values*) e exige que os alunos façam pequenas inferências sobre os dados e usem técnicas de análise estatística básicas. Finalmente, o nível mais elevado de análise de gráficos é analisar o conjunto de dados (*analyzing the data set*) e é definido como observação de padrões e mudanças no gráfico, assim como consideração do conjunto de dados como um todo. De acordo com estas definições, a extrapolação pode ser considerada como este último nível, uma vez que exige que o aluno analise os dados como um todo e faça previsões acerca do futuro. Estes três níveis são muito semelhantes aos que Curcio (1989) sugeriu e, segundo os autores, a complexidade aumenta de nível para nível, sendo que os níveis mais altos dependem dos mais baixos.

Relativamente à organização e representação de dados, Franklin et al. (2007) recomendam que num primeiro nível os alunos podem construir tabelas de frequência absolutas, onde os alunos podem utilizar esquemas de contagem numa primeira fase de ajuda na recolha de dados. Também recomendado neste nível é a elaboração de pictogramas em que cada imagem corresponde a um indivíduo ou objeto (em que essa construção substitui o esquema de contagem), gráficos de barras com a frequência absoluta, gráficos de pontos ou de diagramas de caule-e-folhas. As últimas duas representações são ainda úteis na comparação de dados quantitativos de dois grupos, uma vez que dá uma sensação de distribuição dos dados.

Relativamente ao pictograma, principalmente quando uma figura ou um símbolo equivale a mais do que um indivíduo ou objeto, é necessário uma compreensão básica do raciocínio proporcional e multiplicativo e, por esse motivo, não recomendável nos primeiros anos (Franklin et al., 2007). De modo semelhante, os gráficos circulares que requerem compreensão do raciocínio proporcional também não são recomendados num primeiro nível de desenvolvimento dos conceitos estatísticos (Franklin et al.,

2007). A colocação, no eixo vertical do gráfico de barras, de percentagens ou proporções da amostra também envolve raciocínio proporcional sendo recomendado pelos autores que os alunos só o façam no segundo nível de desenvolvimento.

Num segundo nível de desenvolvimento, Franklin et al. (2007) sugerem a construção de tabelas de frequências relativas ou com percentagens (por permitir a comparação entre grupos), considerando por vezes os agrupamentos em intervalos. Os alunos deste nível podem também construir gráficos de barras agrupadas, contendo a informação de dois grupos e as percentagens, histogramas e diagramas de extremos-e-quartis (principalmente para comparação entre dois grupos).

2.1.1.4. MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Medidas de localização, como a média, a moda e a mediana são, sem dúvida, conceitos básicos em Estatística que se encontram constantemente no dia-a-dia e que os alunos devem compreender (Groth, 2006). É muito frequente ver estes conceitos em estudos estatísticos em jornais, na televisão, em revistas, na rádio, etc. A compreensão destas medidas é assim uma componente importante da literacia estatística (Groth, 2006).

Relativamente à inclusão de medidas estatísticas no programa de Matemática, o estudo de Ponte e Fonseca (2001) refere que o documento do NCTM (2000) aponta para a importância de compreender as características globais de um conjunto de dados, enquanto o programa português se centrava principalmente nas medidas de tendência central. No programa de Matemática de 2007, esta diferença diminui, referindo-se o ensino da moda no 1.º ciclo (3.º e 4.º anos) e o ensino da média aritmética, extremos e amplitude no 2.º ciclo, de modo a interpretar e comparar conjuntos de dados. O conceito de mediana é apenas introduzido no 3.º ciclo, mas é também objeto deste estudo, uma vez que pertence ao conjunto de medidas de tendência central, e apesar de não ser um conceito que os participantes deste estudo tenham obrigatoriamente que ensinar no seu futuro profissional, é certamente um que necessitam compreender de modo a evitar confusões com os conceitos de moda e média.

As medidas de localização ou qualquer outra medida estatística resultante de um conjunto de dados podem gerar alguns conflitos nos alunos (D'Argenzio, 1994). Assim, quando um aluno aprende a calcular, por exemplo, a média aritmética, tende a personalizar a sua experiência, referindo-se a todas as coisas como fazendo parte do seu universo. O aluno considera então o “meio” como sendo onde se encontra. Logo, se o aluno deteta alguma contradição entre o “meio” calculado e a posição derivada da sua experiência, fica convencido de que o processo estatístico dos dados produz mentiras e, portanto, não tem uso. O que está a falhar nesta situação é uma atenção profunda do facto de que toda a informação estatística, sendo a síntese ou a totalidade dos itens individuais de informação, perde a sua conotação individual. É então importante ter a noção de que a informação estatística é informativa em termos da comunidade, e não em termos individuais. Para além disso, assim que dois itens de informação são combinados, a informação sintética resultante em si própria não pode ser usada com segurança para tecer conclusões acerca das observações individuais (D'Argenzio, 1994). Deste modo a noção do que pode ser ou não generalizável deve ser desenvolvida desde cedo nos alunos.

O conceito de moda é bastante útil em dados qualitativos (Franklin et al., 2007). De acordo com estes autores, os alunos dos primeiros anos devem compreender que a moda é a categoria que contém o maior número de dados.

Em relação ao conceito de média, Leavy e O'Loughlin (2006) indicam que existem dois tipos de compreensão – conceptual e processual. Processualmente, a média aritmética é o valor no qual a soma dos desvios em relação à média numa direção é igual à soma dos desvios na outra direção. Conceptualmente, a média pode ser vista como ponto de equilíbrio ou centro de gravidade, representando o conjunto de dados. Estes autores defendem ainda que as dificuldades conceptuais relacionadas com a média resultam frequentemente de uma maior ênfase no ensino do algoritmo da média sem desenvolver o conhecimento conceptual correspondente.

Esta característica da média aritmética de ser considerada como um ponto de equilíbrio da distribuição é um aspeto visual do conceito que Innabi (2008) valoriza. De acordo com esta autora, olhar para a média como um valor de equilíbrio entre todos os valores acontece pela observação do processo de pegar em quantidades dos valores mais elevados e colocá-las nos valores mais baixos, até que todos os valores se tornem equivalentes. Monteiro (2009) apresenta uma ilustração do que significa este

processo (figura 5).

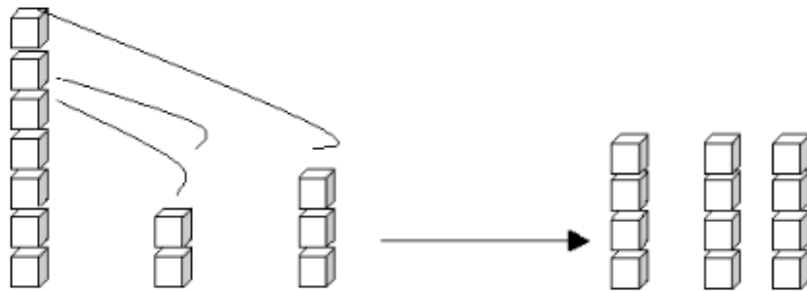


Figura 5. Representação do nivelamento (“deslocam-se 3 cubos da torre maior de modo a ficarem todas com 4 cubos”) (Monteiro, 2009, p. 5).

Este processo é o que Leavy e O’Loughlin (2006) denominam de “modelo de nivelar”, considerando que é uma demonstração de compreensão conceptual do conceito. Um outro modelo proposto por estas autoras que também demonstra compreensão conceptual do conceito é o “modelo da divisão equitativa” (*fair share model*) (Leavy & O’Loughlin, 2006). Neste caso, a média é o número que representa um conjunto de dados como se todos eles fossem iguais (Monteiro, 2009). Monteiro (2009) apresenta o seguinte problema como um problema categorizado como divisão equitativa:

Um pai tinha 5 depósitos a prazo de montantes diferentes que pensou sortear pelos seus 5 filhos. Depois, pensou melhor e decidiu que eles deveriam receber todos a mesma quantia. Então, como é que ele deve proceder? Se ele tivesse começado por utilizar o primeiro processo, alguns irmãos teriam de devolver dinheiro, enquanto que outros teriam de receber mais. Será que as quantias devolvidas chegam para pagar aos que ainda têm de receber? (p. 4)

Leavy e O’Loughlin (2006) propuseram também o “modelo da balança”, onde os valores são importantes, mas o “peso” que possuem também, isto é, o número de vezes que surgem e ainda a distância a que eles se encontram da média (Monteiro, 2009). Monteiro (2009) indica que a média aritmética pode ainda ser vista como uma estimativa, quando se trabalha com medidas repetidas onde é utilizada como uma estimativa de uma medida imprecisa, “anulando” o erro cometido nas medições. Segundo a autora, um exemplo de um problema categorizado com este tipo é

Para se saber o peso tão rigoroso quanto possível de um objeto pequeno efetuaram-se algumas pesagens sempre com o mesmo instrumento. As medidas obtidas, em gramas, foram as seguintes: 6.2, 6.0, 6.0, 6.3, 6.1, 6.23, 6.15, 6.2. Qual é a melhor estimativa do peso real do objeto? (p. 5)

Esta autora refere, adicionalmente, algumas outras propriedades da média: (i) é um valor situado entre os extremos da distribuição; (ii) pode não ser nenhum dos valores da distribuição; (iii) pode ser um valor que não faça sentido nos valores dos dados; (iv) a soma dos desvios em relação à média é zero; (v) é influenciada por *outliers*; e (vi) se numa distribuição aparecer o valor zero deve ser tomado em consideração. Parece então fundamental que os alunos compreendam a média como valor representativo dos dados, localizado entre o valor mínimo e o valor máximo, onde as variações abaixo e acima desse valor são iguais, sendo influenciado pelos valores extremos (Innabi, 2008).

Franklin et al. (2007) referem que os alunos do 1.º ciclo devem compreender a média como um modelo de divisão equitativa. Estes autores recomendam que uma questão que pode despoletar este modelo é, por exemplo no estudo do comprimento do nome próprio, “Qual o comprimento dos nossos nomes se todos tivessem o mesmo comprimento?” (p. 30). Isto pode ser ilustrado colocando os alunos a construir uma representação com cubos (em que cada conjunto de cubos representa o número de letras no nome do aluno) e pedir-lhes que juntem os cubos e os redistribuam um de cada vez de modo a que cada criança fique com o mesmo número de cubos. Este modelo pode posteriormente ser comparado diretamente com o algoritmo onde se adicionam todos os valores (juntar todos os cubos) e divide-se pelo número total de dados (distribuir justamente os cubos). Neste nível, os alunos devem desenvolver a perícia do cálculo deste algoritmo de modo a desenvolver outras interpretações da média mais tarde.

Alunos do 2.º e 3.º ciclo devem expandir esta perspetiva de média para uma considerando a média como um ponto de equilíbrio (Franklin et al., 2007). Estes autores descrevem a seguinte atividade para ilustrar a média nessa perspetiva. Começam por questionar nove alunos “Quantos animais de estimação tens?” (p. 41). Os resultados 1, 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 9 são representados num gráfico de pontos (figura 6).

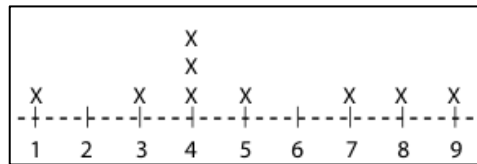


Figura 6. Gráfico de pontos com o número de animais de estimação (Franklin et al., 2007, p. 42).

Se os animais de estimação forem combinados num grupo, há um total de 45 animais. Se os animais forem redistribuídos pelos nove alunos, então cada aluno teria cinco animais. Ou seja, a média do número de animais seria de cinco. Um gráfico de pontos para representar o resultado dos nove alunos a ter exatamente cinco animais seria o representado na figura 7.

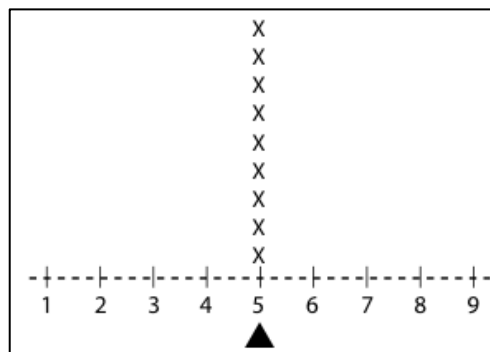


Figura 7. Gráfico de pontos com os animais de estimação distribuídos justamente (Franklin et al., 2007, p. 42).

É esperado que seja óbvio que se um pivô é colocado no valor cinco, então o eixo horizontal fica “equilibrado” nesse pivô. Ou seja, o ponto de equilíbrio do eixo horizontal para este gráfico de pontos é cinco. Questiona-se posteriormente qual é o ponto de equilíbrio do gráfico de pontos no caso da representação original dos dados. Começa-se por notar o que acontece se um dos pontos acima de cinco for removido e colocado no valor sete. Claramente, se o pivô permanecer no cinco, o eixo horizontal vai ficar inclinado para a direita. Para reequilibrar o eixo horizontal, uma vez que o sete está duas unidades acima do cinco, uma solução é mover um ponto duas unidades abaixo do cinco, no três. Outra maneira é mover dois pontos do cinco para o quatro, como mostra a figura 8.

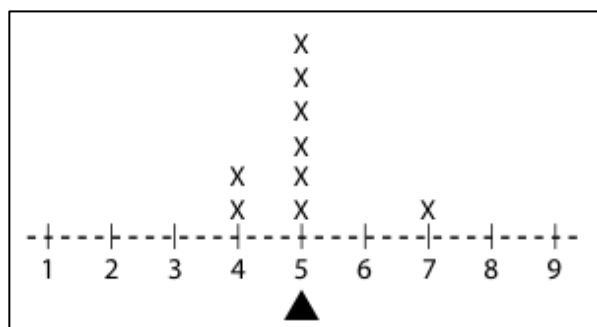


Figura 8. Gráfico de pontos com três diferentes pontos movidos (Franklin et al., 2007, p. 43).

Nota-se que a distância total dos valores abaixo do cinco (os dois quatros) é a mesma que a distância total do ponto acima do cinco (o sete). Por essa razão, o ponto de equilíbrio deste eixo horizontal é o cinco. Considerando a representação original, essa relação entre as somas totais das distâncias acima e abaixo da média (cinco) mantêm-se.

Em relação ao conceito de mediana, num primeiro nível de desenvolvimento da Estatística, é importante que os alunos percebam que esse conceito descreve o centro do conjunto de dados numéricos em termos de quantos dados ficam acima e quantos dados ficam abaixo dele (Franklin et al., 2007). Assim, o mesmo número de dados (aproximadamente metade) está à esquerda da mediana e à direita da mediana. Uma atividade que estes autores sugerem que se pode desenvolver com os alunos de modo a aprofundar este conceito é criar um gráfico humano com os alunos, por exemplo, de acordo com o número de letras do primeiro nome, colocando-se os próprios alunos alinhados a formar algo semelhante a um gráfico de pontos. Depois de os alunos estarem organizado, o professor pode pedir a um aluno em cada extremo do gráfico para se sentar, repetindo este processo até ficar apenas uma criança em pé, representando a mediana. Neste primeiro nível, é recomendado o uso de um conjunto de dados em número ímpar de modo a que a mediana seja clara. De acordo com estes autores, é importante que os alunos, neste primeiro nível, compreendam o uso adequado dos conceitos de média e de mediana. Estas estatísticas numéricas são apropriadas para descrever variáveis quantitativas e não variáveis qualitativas. Contudo, é fácil confundir dados qualitativos (em que se têm as frequências absolutas) com os dados quantitativos e tentar encontrar a média ou a mediana das frequências das categorias (Franklin et al., 2007).

Ainda relativamente ao desenvolvimento destes conceitos, Martins e Ponte (2010) referem:

O estudo destas medidas não deve redundar na realização de exercícios de cálculo repetidos, em que a própria natureza dos dados nem chega a ser discutida e, frequentemente, se perdem de vista as questões a que se queiram responder. Pelo contrário, é na exploração de situações significativas para os alunos (...) que estes conceitos devem ser considerados, aproveitando-se, para isso, as oportunidades relevantes. (p. 119)

2.1.2. ENSINO E APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA NOS PRIMEIROS ANOS

Nesta secção, analiso e exploro as investigações já realizadas sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística nos primeiros anos. Para isso, comento as dificuldades já encontradas em alunos nos primeiros ciclos de ensino. Esta análise é apresentada, primeiro relativamente ao conceito de investigação estatística e depois no que respeita à organização e representação de dados e às medidas de tendência central.

2.1.2.1. INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS

Pouca é a investigação focada em todo o processo de investigação estatística (Lavigne & Lajoie, 2007), e portanto, que revele como os alunos pensam e o que demonstram compreender durante todo o ciclo investigativo.

Duarte (2004) implementou seis tarefas numa turma de alunos do 3.º ano, com o propósito de fazer passar os alunos pela recolha de dados, a sua organização em tabelas e gráficos de barras, a sua interpretação, a discussão de resultados e a elaboração de uma síntese escrita. Para todas as tarefas, era fornecido aos alunos uma ficha de trabalho com orientações sobre os diferentes passos que tinham de seguir. Por exemplo, numa das tarefas intitulada “vamos medir a sala”, era pedido aos alunos uma medida da largura da sala de aula. Assim, estes tinham que fazer sugestões de como podiam medir, registar o resultado da sua medição, ordenar os resultados, elaborar uma tabela de frequências onde a estrutura desta era dada, construir um gráfico de barras onde o eixo vertical já estava elaborado, produzir conclusões e fazer um registo escrito. Numa outra tarefa com o tema “os nossos animais domésticos” era pedido aos alunos, na ficha de trabalho, para realizarem a tabela de frequências, a interpretação da tabela, conjecturar sobre o que aconteceria com outra amostra, prever esses resultados e fazer o registo de dados. Estas tarefas produzidas por esta

investigadora colocavam os alunos a passar por diversas fases da investigação estatística: plano (numa das tarefas tinham de elaborar questões para um questionário), dados, análise e conclusão.

De acordo com Duarte (2004), relativamente à fase de planeamento, quando os alunos tiveram de criar questões de investigação, houve um grande envolvimento destes e apresentação de questões pertinentes a serem estudadas. No que respeita a fase de recolha, os alunos mostraram facilidade e no final deste conjunto de tarefas conseguiam lidar bem com medições, questionários ou contagens. Na fase de análise, em termos de organização, inicialmente era necessário orientação direta da professora, mas nas restantes tarefas apenas surgiu dificuldade no manuseamento da régua na construção das barras. Em termos de interpretação das representações, os alunos mostraram facilidade no nível ler os dados. O segundo e terceiro níveis foram mais complicados para a grande maioria dos alunos. Ainda respeitante à fase de análise, numa das tarefas era proposto que os alunos formassem novas questões de análise. Enquanto a maioria das questões propostas era semelhante às encontradas nas fichas, uma das questões sobre o número do meio originou uma discussão sobre a abordagem intuitiva do conceito de mediana. Em termos de resultados, registou-se uma evolução significativa na capacidade de análise e de síntese de cada situação. Este trabalho de Duarte (2004), apesar de não contemplar a fase problema, provavelmente demasiado difícil ou não expectável para alunos destas idades, tenta fazer os alunos passar por todas as outras fases da investigação estatística. Com o decorrer das tarefas, houve melhorias no trabalho dos alunos, tanto em termos de compreensão, como em termos de autonomia. Outra limitação deste trabalho é o facto de as fichas fornecidas aos alunos serem demasiado orientadoras, circunscrevendo a sua criatividade, por exemplo, na representação dos dados, assim como não desenvolvendo a compreensão da importância de cada uma das fases da investigação.

Uma outra investigação com uma turma do 3.º ano, realizada por Paparistodemou e Meletiou-Mavrotheris (2008), pretendia compreender o raciocínio informal das crianças durante o processo de uma investigação estatística, com recurso ao software de análise de dados *ThinkerPlots*. O tema escolhido “nutrição, saúde e segurança” deu origem a um projeto de um mês trabalhado em diversas áreas (Ciência, Arte, Música, Linguagem e Matemática). Depois de aprenderem hábitos nutricionais, de saúde e de segurança, os alunos escreveram um texto no seu diário sobre os seus hábitos e,

posteriormente, mostraram interesse em comparar os seus hábitos com os dos colegas. Segundo as autoras, o interesse das crianças era muito elevado uma vez que estavam muito envolvidos com este projeto. Decidiram então construir um questionário com 16 questões para todos os alunos do 1.º, 2.º e 3.º anos (num total de 120 alunos). Depois de introduzidos os dados no *ThinkerPlots*, com apoio das investigadoras, os alunos exploraram, visualizaram os dados e formularam conjecturas baseadas nos dados. As crianças elaboraram conclusões baseadas nos dados que recolheram e usaram os dados para fazer inferências sobre uma população maior, incorporando ou não a ideia de incerteza. Quando questionados, os alunos mostraram capacidade de formular conclusões no nível ler para além dos dados, apesar de haver uma tendência para generalizar. As investigadoras concluem que a presença do software dinâmico facilitou o interesse dos alunos na investigação estatística. Esta investigação difere da anterior, na medida em que os alunos passaram por todas as fases da investigação estatística, mostrando autonomia, motivação, interesse e responsabilidade pelo que estavam a fazer. Talvez por ser um tema que os motivou, pelo facto de o problema (comparar os hábitos dos alunos com os dos colegas) ter sido criado por estes, e pelo uso de software, tenha ajudado a manter o envolvimento dos alunos.

Uma investigação semelhante à de Paparistodemou e Meletiou-Mavrotheris (2008), mas com alunos do 4.º ano, foi realizada por Claus (1989). O tema da investigação estatística realizada com os alunos, sobre os almoços servidos no bar, foi um tema que foi escolhido pelos alunos, por ser um assunto que os preocupava, o que gerou, consequentemente, motivação e envolvimento durante todas as fases da investigação estatística. Os alunos pediram aprovação ao diretor da escola para realizar um inquérito aos 300 alunos da escola. Com a ajuda do professor, os alunos definiram as questões a colocar no questionário e como obter os dados. Depois da recolha e da construção de tabelas (primeiro por anos de escolaridade e depois toda a população), construíram gráficos, sendo que o professor optou por não recorrer a computadores por achar importante os alunos adquirirem experiência em todas as fases. Procederam a uma análise de onde surgiram novas questões. Uma conclusão da investigação estatística envolveu uma discussão entre os alunos e o diretor da escola, para apresentação de implicações do estudo, que levaram a mudanças reais no bar da escola. Este estudo de Claus (1989) reporta alunos do 4.º ano, envolvidos na realização de uma investigação estatística, em que todas as fases parecem fazer

sentido, apesar de não se ter muita informação sobre que outros conceitos ou procedimentos estatísticos (para além do de investigação estatística) foram trabalhados ou desenvolvidos.

Também com uma turma de alunos do 4.º ano, Fielding-Wells (2010) focou a sua investigação no modo como os alunos experienciam múltiplas iterações da fase de planeamento de uma investigação. Foram assim desenvolvidas duas tarefas com os alunos. Uma para os alunos determinarem se os tempos (limite de 4 minutos) para tomar banho recomendados pela autoridade da água naquele estado australiano eram úteis, devido a um problema de seca. O tema era assim autêntico e importante para a sociedade e funcionava como um gatilho para o início de uma investigação estatística. Numa segunda tarefa, um membro da escola precisava de escolher a música para a dança final dos finalistas e os alunos eram incentivados a investigar que músicas eram mais populares. Em ambas as tarefas os alunos percorrem três vezes a fase de planeamento da investigação. As amostras de trabalho dos alunos e os seus diários foram recolhidos e um grupo de entre os seis existentes foi escolhido aleatoriamente para ser seguido em maior detalhe. Esta investigadora observou que, mesmo na terceira tentativa de plano para a primeira tarefa, os alunos tinham dificuldade em prever os passos necessários e frequentemente perdiam-se do propósito inicial da investigação estatística. As dificuldades encontradas nos alunos foram a desatenção de aspetos insignificantes, a recolha de dados que não respondiam à questão, amostra de tamanho insuficiente e preocupação na representação gráfica dos dados (em vez de ser na recolha e interpretação). Durante a segunda tarefa, na segunda iteração do plano, os grupos melhoraram imenso depois de lhes ter sido fornecido um documento que os orientava a fazer a conexão entre a questão inicial, a evidência e a conclusão. A última iteração, por incorporar também trabalho colaborativo, gerou melhorias nos planos dos alunos.

Fielding-Wells (2010) concluiu que, tal como Wild e Pfannkuch (1999) defendem, deixar os alunos fazer projetos é insuficiente para desenvolver conhecimento do processo de investigação estatística. É necessário um ensino explícito para desenvolver a compreensão dos alunos. A maioria das dificuldades encontradas foram derivadas a não fazer ligações entre a questão, a evidência e a conclusão, e foram incluídas em três categorias:

- a) questão-evidência: dificuldade em gerar uma questão e depois ser capaz de pensar em evidência que possa ser necessária para responder a essa questão, o tipo de dados a ser recolhidos e o método de recolha;
- b) evidência-conclusão: dificuldade em examinar a evidência, compreender a sua fonte, e utilizar esse conhecimento para formar conclusões e elaborar inferências dentro do contexto do problema; e
- c) conclusão-questão: dificuldade em considerar a conclusão e ligá-la com a questão inicial, determinando se a questão tinha sido de facto respondida.

A discussão de um modelo que orientava os alunos a fazerem essas ligações gerou muitas melhorias nos planos realizados. Adicionalmente, passar do trabalho individual para trabalho de grupo, parece ter efeitos na argumentação e responsabilidade. A investigadora concluiu ainda que a transferência direta de conhecimento não é imediata entre diferentes contextos, uma vez que no início da segunda tarefa se verificaram as mesmas dificuldades da primeira, sendo assim necessárias várias iterações de diversas investigações estatísticas de maneira a desenvolver uma aprendizagem aprofundada.

Num artigo de Masnick, Klahr e Morris (2007) são apresentados resultados de três estudos com crianças do 2.º ao 6.º ano de escolaridade, sobre erro e variação dos dados em três diferentes contextos, cuja diferença estava no conhecimento prévio das crianças. Era pedido às crianças que passassem pelas fases de plano, execução, recolha de medidas e interpretação de resultados de uma experiência. Estas crianças eram incentivadas a fazer previsões, justificar os seus planos e as suas previsões, estabelecer conclusões baseadas nos dados, conjecturar o que aconteceria se repetissem a experiência nas mesmas condições, gerar possíveis razões para a variação nos dados e discutir os possíveis efeitos de outros fatores. Os investigadores observaram que estas crianças têm uma compreensão pobre do contexto das investigações estatísticas, sendo-lhes difícil interpretar os dados, especialmente quando a interpretação dos dados contradiz as suas crenças. Contudo, cerca de metade dos participantes desenvolveu explicações teóricas dos dados e especulou sobre possíveis causas na variação dos dados. Este trabalho de Masnick et al. (2007) enfatiza que a compreensão do contexto do problema tem um papel importante nas investigações estatísticas dos alunos.

Para compreender como os alunos passam pelas diferentes fases da investigação estatística, Sousa (2002) reporta os resultados de uma investigação estatística com a questão inicial “Como são os alunos da minha turma?” numa turma do 6.º ano. Para ter uma perspetiva mais aprofundada, seguiu um grupo de quatro alunos com diferentes níveis de desempenho a Matemática nas diferentes fases. A investigadora refere que mesmo os alunos de menor nível de desempenho se envolveram ativamente na construção do seu conhecimento em todas as fases da investigação. Estes alunos foram até os que, ao colocarem dúvidas e solicitarem explicações, permitiram a criação de oportunidades de aprendizagem permitindo a partilha e clarificação do conhecimento. A investigadora afirma ainda que os alunos foram ganhando autonomia ao longo das fases da investigação estatística, sendo que na síntese escrita do trabalho desenvolvido foi onde foram menos autónomos.

Gil e Ben-Zvi (2011) apresentam também resultados pertinentes com base em duas investigações estatísticas realizadas com alunos do 6.º ano, uma sobre o processo de transferência entre a escola primária e o nível médio (por exemplo, mudança da quantidade de trabalhos de casa de Matemática) e outra sobre o desporto (resultados de um sprint de 60 metros). Estes alunos colocaram questões de investigação, conjecturaram hipóteses de potenciais conclusões, analisaram dados e fizeram inferências. Os autores descobriram quatro tipos de explicações que abordam diferentes questões (O que é que nos dados suporta a interpretação ou inferência? Porque é que a inferência é como é? Porque é que a inferência é razoável ou não razoável? Como é que um conflito entre a expectativa (ou teoria) e a inferência proposta pode ser ultrapassado?) que têm diferentes papéis na investigação estatística, e que parecem envolver de maneiras diferentes considerações estatísticas e contextuais e, por vezes, evidência baseada nos dados. Concluíram ainda que encorajar explicações dos alunos de maneira a que façam sentido dos dados e inferências estatísticas pode ajudar na aprendizagem com compreensão.

2.1.2.2. ORGANIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE DADOS

Apesar da intenção dos gráficos ser de apresentar sucintamente a informação num formato de leitura fácil, muitas vezes a informação perde-se, levando os alunos a interpretações erradas dos dados apresentados. Adicionalmente, alguns alunos

mostram ter também dificuldades na construção de representação gráficas. Para além dos alunos participantes (3.º ano) no estudo de Duarte (2004) terem revelado necessidade de mais orientação na construção de representações durante a primeira tarefa, Brocardo e Mendes (2001), numa apresentação de resultados de um aluno do 7.º ano (seguido antes, durante e após o ensino do tema), revelam existir também dificuldades na organização de dados neste nível de ensino. Na resolução de cinco tarefas em cada um dos momentos, onde só mudavam os contextos (organização de dados numa representação à escolha, organização de dados num gráfico de barras, interpretações dos dados, comentar afirmação baseada nos dados), as investigadoras concluíram que várias estratégias que o aluno apresentou prevalecem até ao final do ensino do tema. Estas autoras reportaram que o aluno associa a organização de dados com a formação de grupos e a passagem dum tipo de representação de dados para outro com o uso de procedimentos (como desenhar um círculo ou calcular uma percentagem). Este estudo revela assim uma situação problemática, no sentido que, mesmo com o ensino do tema da Estatística, há dificuldades nos alunos que persistem.

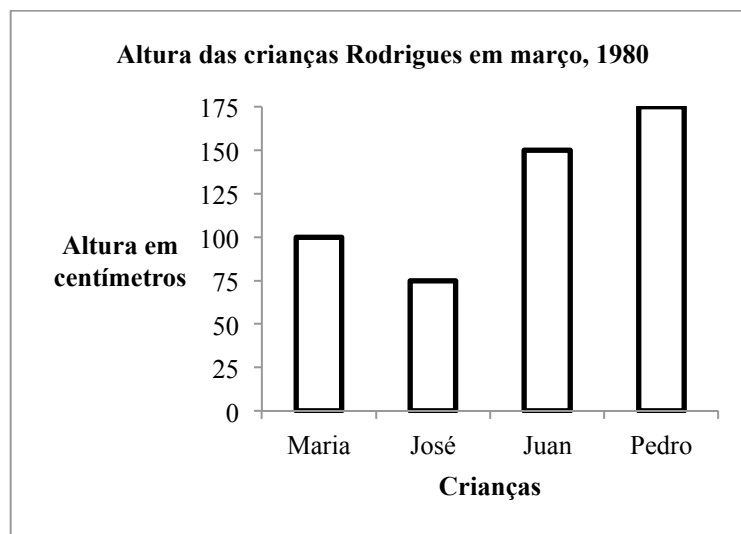


Figura 9. Exemplo de representação apresentada (Curcio, 1987).

Relativamente às investigações sobre o modo como os alunos interpretam representações gráficas, são vários os autores a apresentar resultados. Um dos grandes impulsionadores do estudo da compreensão de gráficos foi Curcio (1987), na construção dos três níveis de compreensão. Num estudo que realizou com 204 alunos americanos do 4.º ano e 185 alunos do 7.º ano, utilizou seis itens de escolha múltipla

para cada gráfico (exemplo de gráfico na figura 9), dois itens respeitantes a cada um dos níveis de compreensão estabelecidos (exemplo de cada nível na figura 10).

2. Quão alta era Maria?	4. Quão mais alto era o Juan do que o José?	6. Se o Pedro tem 5 anos, qual das seguintes afirmações é correta?
a. 75 polegadas	a. 25 centímetros	a. O Pedro é muito baixo para a sua idade
b. 100 polegadas	b. 50 centímetros	b. O Pedro não pode ser tão alto para a sua idade
c. 100 centímetros	c. 75 polegadas	c. O Pedro tem a altura média para a sua idade
d. 125 centímetros	d. 75 centímetros	d. O Pedro é magro para a sua idade
Nível ler os dados	Nível ler entre os dados	Nível ler para além dos dados

Figura 10. Exemplo de questões (traduzidas) apresentadas para os diferentes níveis (Curcio, 1987).

Como esperado, Curcio (1987) observou que os alunos do 7.º, sendo mais velhos e tendo maior experiência, tiveram uma melhor performance que os do 4.º ano. Não foram detetadas diferenças entre o género dos alunos na compreensão dos gráficos. Na análise que fez para estabelecer relações com o conhecimento prévio dos alunos, a investigadora concluiu que os alunos do 7.º ano aparentemente têm mais experiência acerca dos conceitos de gráficos que os alunos do 4.º ano.

Guimarães (2002) também investigou a capacidade dos alunos na leitura e interpretação de gráfico em alunos do 4.º ano. Ao pesquisar 107 alunos, observou que apenas 42% dos alunos acertaram a questão referente à localização de uma categoria em função de uma frequência. Ou seja, utilizando a representação gráfica de Curcio (1987) (figura 9), seria o equivalente a perguntar qual das crianças tem uma altura de 75 centímetros. A autora acredita que esse baixo rendimento dos alunos deu-se pelo facto do valor solicitado na frequência não estar explícito na escala e não em função da dificuldade em localizar o ponto no gráfico, pois quando solicitados a encontrar valores explícitos os alunos não apresentaram problemas. Dessa forma, verifica-se que a escala dos gráficos é um fator que pode influenciar na compreensão das informações representadas.

Em relação à diferença nas interpretações de gráficos de barras e de gráficos de linhas, Evangelista (2013) investigou esse aspeto com 60 alunos do 5.º ano. Utilizou para isso quatro questões para cada tipo de gráfico onde o propósito em cada uma delas era localizar frequência/categoria, localizar moda e compor união de dois

valores. Os resultados mostram que 51% dos alunos acertaram em todas as questões. Evangelista (2013) observou que os alunos tiveram mais facilidade em responder a questões com gráficos de barras (59%) do que com gráficos de linhas (43%), principalmente quando as barras eram simples. Verificou também que o desempenho dos alunos foi melhor quando as informações estavam representadas nos gráficos com barras simples do que quando as informações estavam representadas em gráficos com barras agrupadas, com linha simples e/ou com linhas duplas. Podemos concluir deste estudo que uma grande parte dos alunos tem a capacidade de compreender os gráficos nos níveis de ler os dados e ler entre os dados.

Friel et al. (1997), no seu estudo, envolvendo alunos desde o 3.º ano até ao 8.º ano, tentaram compreender o conhecimento de gráficos, colocando estes embebidos num contexto compreensível e relacionado com os alunos e em questões que chamassem à atenção para todo o processo de investigação estatística. Um dos problemas envolve o contexto de passas (*raisins*), como mostra a figura 11. A representação contém o número de passas em cada pacote trazido por alunos e o problema proposto faz referência a todo o processo que levou os alunos à sua construção. Os alunos questionaram-se se o número de passas em cada pacote seria o mesmo e era proposto responderem a essa questão, justificando.

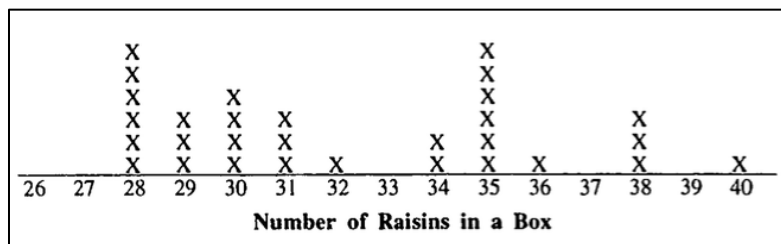


Figura 11. Gráfico de pontos (Friel et al., 1997, p. 4).

De acordo com as respostas obtidas, os autores consideraram as seguintes categorias construídas com base nos aspetos evidenciados da representação: propriedades dos gráficos (consideração da amplitude e frequência); literalmente ler dados do gráfico; propriedades relacionadas com o contexto dos dados; amplitude dos dados (considerando apenas amplitude e não incluindo a frequência); frequência/altura das barras; e outra. Os autores concluíram que apenas um número limitado de alunos (cerca de 28% dos alunos do 6.º ano) são capazes de raciocinar usando a informação

acerca dos próprios valores dos dados e as frequências de ocorrência desses valores num gráfico de pontos. Há, portanto, uma certa confusão no que respeita ao gráfico de pontos quanto ao papel dos valores dos dados e das frequências.

Um segundo problema proposto por estes investigadores, colocado a alunos entre o 5.º e o 8.º ano, exigia que os alunos interpretassem o diagrama de caule-e-folhas apresentado na figura 12 (minutos na viagem até à escola). Novamente colocado num contexto conhecido dos alunos e imerso num problema que fazia referência ao processo de investigação que poderia levar a esta representação, foram colocadas várias questões (aqui traduzidas): (a) Quantos alunos tem a turma? Como consegues dizer? (b) Quantos alunos levam menos de 15 minutos no caminho para a escola? Como consegues dizer? (c) Escreve os três tempos mais baixos dos alunos. d) Escreve os três tempos mais altos dos alunos. (e) Qual é o tempo típico que os alunos demoram a chegar à escola? Explica a tua resposta (p. 5).

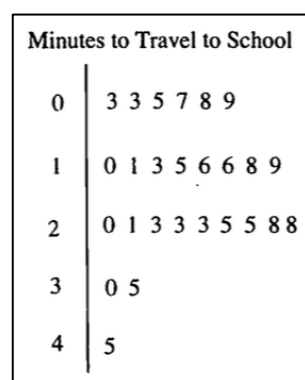


Figura 12. Diagrama de caule-e-folhas (Friel et al., 1997, p. 5).

Estes autores observaram que, depois do ensino do tema, os alunos foram capazes de responder corretamente às quatro primeiras questões que envolviam ou o nível ler os dados ou o nível ler entre os dados do diagrama de caule-e-folhas. A última questão, que exigia ler para além dos dados gerou alguma diversidade de respostas, com os alunos a utilizarem apropriadamente as medidas de tendência central que tinham estudado, mas a não as calcularem como parte da sua resposta. Os tipos de respostas que obtiveram foram: resposta que identificavam a moda dos dados (“o tempo típico que os alunos demoram a chegar à escola é de 23 minutos, porque há mais alunos na turma que demoram 23 minutos a chegar à escola”); respostas que identificam um aglomerado de dados (“10 a 28 minutos porque a maioria dos dados estão aí. E é onde

está aglomerado”); e respostas que fornecem uma contagem ou uma amplitude de números que ocorrem mais frequentemente (“23-28 min. Eu sei porque esses números repetem-se mais”) (p. 6). Estes investigadores concluem que se aprende muito em tentar perceber como os alunos explicam as suas respostas. Muitas vezes os alunos dão a resposta correta acerca de gráficos (97% dos alunos responderam corretamente à tarefa das passas), mas o raciocínio em que as suas respostas assenta tem por vezes falhas. Respostas como “é assim porque o gráfico diz isso” podem refletir a ênfase geralmente colocada em Matemática de chegar a uma resposta não sendo seguida por questionamento de explicar porquê (p. 6).

No seu estudo, Nathan e Bieda (2006) concluíram que alguns alunos (6.º-8.º anos) têm muitas dificuldades em completar a extrapolação, ou seja, em atingir o último nível de análise de Pierce e Chick (2013). Tendo um particular interesse na compreensão de pistas visuais do aluno, Nathan e Bieda (2006) categorizaram os gestos destes como limitados e não limitados e observaram quando é que os alunos usavam pistas visuais em conjunto com comunicação verbal. Estes investigadores descobriram que quando os alunos usam gestos não limitados na análise dos gráficos apresentados, eles tinham quatro vezes mais probabilidade de extrapolar corretamente que os seus colegas que usaram gestos limitados. Adicionalmente, os alunos que usaram comunicação verbal para mostrar a sua compreensão limitada tinham maior probabilidade de responder às questões de extrapolação incorretamente. Em conclusão, alunos que têm algum tipo de perceção não limitada do gráfico têm mais sucesso a extrapolar que os seus colegas, independentemente do seu método de comunicação da compreensão.

2.1.2.3. MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Apesar de estas medidas aparecem frequentemente em situações do quotidiano dos alunos, vários estudos reportam dificuldades na compreensão destes conceitos. Guimarães, Gitirana, Marques e Anjos (2010), com um foco nas diferentes invariantes do conceito de média (retiradas da análise de 16 manuais do 6.º ao 9.º ano), construíram um questionário com algumas dessas invariantes, que foi, posteriormente aplicado a 179 alunos do 2.º e 5.º ano. Estes investigadores observaram que os manuais analisados colocam ênfase no uso da média como um número diferente de

qualquer valor do conjunto e no uso da média sem correspondência no mundo real. Os resultados dos questionários aos alunos mostram que, alunos de ambos os anos têm dificuldades em responder corretamente. Nenhum deles mostrou compreender a média como um valor representativo de um conjunto de dados, no qual a distribuição é quase simétrica e que a média pode ser um valor sem qualquer correspondência com a realidade física. Os investigadores observaram também uma percentagem baixa de alunos com compreensão das propriedades da média ser influenciada por todos e por cada um dos valores dos dados (aproximadamente 7% para o 2.º ano e 10% para o 5.º ano), da média estar localizada entre os valores extremos (8% e 7% respetivamente), da média não ser necessariamente coincidente com um dos dados do conjunto (5% e 4%) e do cálculo da média ter em consideração todos os valores, incluindo os negativos e o zero (1% e 5%). Este estudo mostra que, antes do ensino deste conceito, os alunos apresentam muitas dificuldades na sua compreensão, principalmente por terem apenas conhecimento informal.

Um outro estudo, realizado por Chatzivasileiou, Michalis e Tsaliki (2010), analisou também que compreensão têm os alunos do conceito de média, utilizando como participantes alunos que aprenderam este conceito na escola e alunos que nunca tiveram uma aprendizagem formal do conceito. Utilizando uma amostra de 208 alunos gregos do 4.º e 6.º anos, perguntaram aos alunos se já tinham ouvido falar do conceito, pediram para ilustrar com um exemplo e para, posteriormente, analisar a afirmação “a idade média das crianças desta escola é de 9 anos”. Finalmente, foi colocada aos alunos uma questão para estimar a média de um conjunto de preços.

Estes investigadores observaram que um número significativo de alunos do 4.º ano (62%) adquire o seu conhecimento de média de experiências obtidas da escola, família e outras fontes como os media. Muitos, no entanto, mostram dificuldade em conectar essas experiências com os factos e dar um exemplo do seu uso no quotidiano. Logo, ou não respondem (48%) ou dão um exemplo errado (13). Na interpretação da afirmação dada, os alunos do 4.º ano mostram a ausência do conceito de totalidade dos dados e, consequentemente, tendem a focar-se em valores individuais (valor máximo, valor pessoal). Um número significativo dos alunos (10%) compreende a média como a distribuição equitativa dos dados. A análise das respostas do grupo de alunos do 6.º ano mostra que uma maior percentagem (89%) teve experiências semelhantes, maioritariamente na escola e menos nos seus círculos

sociais, mas a percentagem de alunos que consegue identificar um exemplo baixa (64% respostas corretas, 31% sem resposta e 5% respostas incorretas). Ao contrário dos alunos do 4.º ano, na interpretação do conceito de média, os alunos associam este conceito à moda (37%), a medidas de localização (10%) e à distribuição equitativa dos dados (7%), indicando que estes alunos são capazes de lidar com os dados como um todo. Na última tarefa onde tinham de estimar a média de um conjunto de preços, nove em cada 10 alunos do 6.º ano utilizaram corretamente o algoritmo. Por outro lado, os alunos do 4.º ano, sem conhecimento formal do conceito, utilizaram o algoritmo (35%) e, destes, um em cada quatro calcularam o preço médio. Os outros usaram outras estratégias alternativas ou espontâneas para calcular a média como o valor esperado (lógico), a moda, o máximo, o valor atual, o aglomerado modal e o número de valores. Este estudo de Chatzivasileiou et al. (2010) evidencia, tal como o anterior, que os alunos antes de receberem aprendizagem formal sobre o conceito, trazem uma bagagem de concepções ligadas à experiência fora da escola. No entanto, mesmo depois do ensino do conceito, os alunos mostram algumas dificuldades. Isto mostra que é necessário partir dos conhecimentos prévios dos alunos e tentar mudar as concepções erróneas que estes alunos trazem do seu quotidiano.

Outra investigadora, Innabi (2008), tentou compreender como evoluía a compreensão do conceito de média, dependendo do tipo de ensino a que o aluno está sujeito. Para isso, dividiu uma turma do 6.º ano em dois grupos: um grupo (de controlo) onde foi utilizado o método tradicional com um foco no cálculo da média usando a sua fórmula (com os objetivos de saber o conceito de média, calcular o valor da média e aplicar o conceito em situações do dia a dia) e outro grupo (experimental), sujeito a um método visual onde o foco era a compreensão do significado da média. Ambos os grupos tiveram uma experiência de ensino de dois dias e responderam a um questionário antes e depois da experiência, com quatro questões (figura 13), trabalhando a média como valor representativo (questão 1), localizada entre os extremos (questão 2), cujas variações acima e abaixo são iguais (questão 3) e influenciada pelos extremos (questão 4). Na opinião da professora responsável pelo ensino nos dois métodos, os alunos no grupo experimental aprenderam a média de um modo mais significativo e compreenderam o conceito de um modo superior ao conhecimento processual. Ainda de acordo com ela, os alunos nesse grupo estiveram mais ativos e entusiasmados e o ambiente de sala de aula era mais positivo.

1. Durante os últimos cinco dias a temperatura no Dubai foi a seguinte: dia1=28, dia2=29, dia3=30, dia4=32 e dia5=36. Achas que há um único valor capaz de representar a temperatura deste últimos 5 dias? (Sim/não; Porquê?)	2. Uns amigos decidiram partilhar as bolachas que trouxeram para a sua festa. Cada um trouxe um número diferente de bolachas, mas a Yasmeen trouxe o maior número (6 bolachas). Quando eles estavam a distribuir as bolachas, cada um recebeu 8 bolachas. Achas que isto pode acontecer? (Sim/não; Porquê?)
3. Uns amigos trouxeram para uma festa. Alguns trouxeram muitas e outros trouxeram poucas. Os que trouxeram muitas deram algumas àqueles que trouxeram poucas até toda a gente ter o mesmo número de bolachas. Será que o número de bolachas dado por aqueles que trouxeram muitas é o mesmo que o número de bolachas recebidas por aqueles que trouxeram poucas?	4. Na segunda feira, cada criança trouxe um pequeno número de berlindes. Quando eles os distribuíram por toda a gente de modo a que todos tivessem o mesmo número, cada criança recebeu 2 berlindes. Na terça, cada criança trouxe exatamente o mesmo que trouxe na segunda feira, exceto Fatema, que trouxe muitos berlindes. Quando eles os distribuíram por toda a gente de modo a que todos tivessem o mesmo número, cada um recebeu 2 berlindes. Achas que isto pode acontecer?

Figura 13. Questões do questionário pré e pós experiência de ensino (traduzidas) (Innabi, 2008).

Analisando as respostas dos alunos nos dois testes, relativamente à primeira questão, no grupo de controlo o número de respostas corretas aumentou de nove para 12, enquanto no grupo experimental esse número aumentou de 11 para 16. Alguns mal-entendidos foram encontrados nas respostas dos alunos ao teste, apesar de o número de mal-entendidos ser menor no grupo experimental. O primeiro é o facto de os alunos referirem que o valor máximo (ou o mínimo) é o melhor valor para representar os dados. Há, portanto, uma certa confusão entre os valores extremos e um valor representativo do conjunto de dados. O segundo é quando os alunos afirmam que o valor localizado no meio é o melhor (e único) valor para representar os dados. Neste caso, os alunos tendem a fornecer a mediana como único valor representativo possível de um conjunto de dados. O terceiro mal-entendido acontece quando os alunos não identificam que qualquer valor específico pode representar todo o conjunto de dados. O quarto acontece quando consideram que a média aritmética pode ser maior que o valor máximo porque ao se adicionar os números o valor da média aumenta. Como quinto mal-entendido está o facto de os alunos referirem que a média aritmética pode ser maior que o valor máximo porque depende do número e da quantidade dos outros valores. Por último, o sexto mal-entendido encontrado pela investigadora acontece quando os alunos afirmam que a variação depois da média é maior do que a variação antes da média. A investigadora conclui que a média aritmética é um conceito estatístico que rodeia frequentemente a vida de todos os alunos, em contexto escolar e

não escolar, mas não se revela um conceito fácil de adquirir, mesmo utilizando um método diferente do tradicional.

Num outro estudo envolvendo o percurso de um aluno antes, durante e depois do ensino do tema, Brocardo e Mendes (2001) realizaram entrevistas a um aluno do 7.º ano para compreender o seu conhecimento das medidas de tendência central. Nessas entrevistas foram colocadas as mesmas tarefas onde só mudavam os contextos que incluía a determinação da moda, média e mediana de um conjunto de dados, escolher uma das medidas para representar o conjunto de dados e determinar conjuntos de dados para cada uma das medidas dadas. Durante toda a experiência, a estratégia de considerar a média como o uso de uma fórmula prevaleceu. As investigadoras concluíram ainda que o aluno mostrou dificuldade na escolha de um dos parâmetros para resumir o conjunto de dados e revelou uma compreensão processual da média e da moda.

Carvalho e César (2001) também investigaram a compreensão que alunos do 7.º ano tem dos conceitos de média e de mediana, após a unidade de ensino da Estatística. Os dados resultaram de uma tarefa não habitual (problema apresentado na figura 14) em trabalho em díades de um total de 273 alunos. Era apresentado aos alunos um contexto do problema explicitando que se tinham escolhido cinco trabalhadores de uma empresa para fazer um estudo acerca dos salários e colocado as questões:

1. Achas que os cinco empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média. Porquê?
2. O que achas que representa melhor os salários nesta empresa, a média ou a mediana? Porquê? (p. 11)

Empregado	A	B	C	D	E
Salário (escudos/mês)	54 000	42 000	60 000	48 000	180 000

Figura 14. Tabela apresentada na tarefa (Carvalho & César, 2001, p. 11).

Uma primeira ideia dos resultados podia mostrar que os alunos se apropriaram significativamente dos conceitos, uma vez que faziam os procedimentos necessários para os determinar. Uma análise qualitativa das respostas permitiu às investigadoras

verificar que os alunos conseguiam argumentar de uma forma válida, a partir de propriedades da média, mas não o conseguiam fazer do mesmo modo no caso da mediana. Quando questionados sobre a representatividade dos conceitos (questão 2), muitos alunos mostram dificuldade em responder, evidenciando uma compreensão processual, mas não conceptual. O facto de terem trabalhado em grupo, segundo as autoras, fez com que os cálculos deixassem de ser o essencial da resposta, havendo um foco nas conjecturas e argumentos.

Sobre o conceito de moda, Fernandes (2009), num levantamento de dificuldades e erros em Estatística de alunos do 7.º ano refere falhas na sua compreensão, quando os alunos selecionam a maior frequência em vez do valor da variável correspondente.

Cinemas Maximum							Cinemas Royal						
5.0	12.0	13.0	5.5	9.5	13.0	5.5	11.5	11.0	9.0	10.5	8.5	11.0	9.0
11.5	8.0	8.5	14.0	13.0	8.5	7.0	10.5	9.5	8.5	10.0	11.5	10.5	8.5
8.5	12.5	13.5	11.5	9.0	10.0	11.0	9.0	11.0	11.0	9.5	10.0	9.0	11.0
Média = 10 minutos				Mediana = 10 minutos			Média = 10 minutos				Mediana = 10 minutos		
Minutos arredondados ao meio minuto mais próximo							Minutos arredondados ao meio minuto mais próximo						

a) O que podes concluir sobre os tempos de espera dos dois cinemas?

b) Um aluno da turma afirma que não há diferença nos tempos de espera dos dois teatros, uma vez que as médias são iguais. Concordas ou discordas? Porquê?

c) Em qual destes cinemas tu escolhias ir ver um filme? Porquê?

Figura 15. Representação dos dados e questões colocadas na tarefa (traduzidas) (Shaughnessy et al., 2004).

Na apresentação de uma parte de um estudo mais alargado realizado por Shaughnessy, Ciancetta, Best e Canada (2004), pretendeu-se estudar como os alunos analisam conjuntos de dados. Numa entrevista a 24 alunos (igualmente distribuídos pelos anos 6.º, 7.º, 9.º-12.º), uma das tarefas apresentada dizia respeito aos tempos de

espera de um filme em dois cinemas (diferença entre o tempo publicitado e o tempo real de início do filme) (figura 15). O propósito desta tarefa era de envolver os alunos em raciocinar acerca de dois conjuntos de dados e as analisar as suas decisões baseadas nos dados.

Os investigadores observaram que, dados dois conjuntos de dados com médias e medianas idênticas, os participantes mostram basear-se tanto nas medidas de tendência central (média e mediana) como na variação dos dados. Na segunda parte da questão, três quartos dos alunos veem os conjuntos de dados como diferentes, mesmo tendo a média e a mediana iguais, usando diferentes raciocínios, mas maioritariamente interpretações de variação dos dados. De notar que nenhum aluno referiu o conceito de moda, provavelmente pelo facto de os dois conjuntos de dados terem sido propositadamente criados bimodais. Os investigadores concluíram que os alunos tem algumas intuições sobre variação que pode proporcionar uma base de construção de conhecimento, principalmente quando os conjuntos de dados considerados estão num contexto familiar.

2.2. CONHECIMENTO DO PROFESSOR NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DOS PRIMEIROS ANOS

Nesta secção abordo o conhecimento do professor de Matemática, assim como o conhecimento a desenvolver durante a formação inicial desta disciplina. Discuto dois dos domínios desse conhecimento, o conhecimento matemático e o conhecimento didático da Matemática. Finalmente, discuto aspetos essenciais do conhecimento de Estatística e do conhecimento de didática de Estatística dos futuros professores e as suas dificuldades.

2.2.1. CONHECIMENTO DO PROFESSOR

2.2.1.1. CONHECIMENTO DE MATEMÁTICA E CONHECIMENTO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

A aprendizagem dos professores de Matemática é um processo contínuo que começa com a própria experiência durante o ensino, numa perspectiva de aluno, e até através de outras atividades matemáticas antes e fora da escola (Llinares & Krainer, 2006). Essa aprendizagem profissional envolve múltiplas fases, sendo que é um processo sempre incompleto, mas onde os professores são os principais atores (Ponte, 2001). Segundo este autor, a formação inicial deve ser dirigida para favorecer esse desenvolvimento profissional dos professores. O facto de este desenvolvimento profissional ocorrer “ao longo de toda a carreira é, hoje em dia, um aspeto marcante da profissão docente” (Ponte, 1998, p. 2). Esse desenvolvimento envolve o crescimento de conhecimento e competências profissionais que habilitam o professor tanto a desenvolver atividades rotineiras como a resolver outros problemas complexos que podem surgir (Ponte & Oliveira, 2002). Esse conhecimento é o que esses autores definem de conhecimento profissional do professor e que engloba tanto uma vertente ligada à prática letiva, como também a outras tarefas específicas do professor. Assim, a preparação de futuros professores deve ter em conta uma “cultura profissional de empenhamento na produção e crítica de materiais”, não se limitando a dar aulas (Ponte, 2014, p. 353).

Segundo Ponte (2012), a ideia chave do conhecimento profissional do professor é que esse conhecimento distingue-se do conhecimento académico de investigadores em Educação Matemática (teórico, declarativo e/ou formal) e do conhecimento da maioria das pessoas. Este autor defende que este conhecimento é um saber em ação que se apoia em diversos domínios:

O conhecimento profissional do professor é, assim, acima de tudo, orientado para uma atividade prática (ensinar Matemática a grupos de alunos), embora se apoie em conhecimentos de natureza teórica (sobre a Matemática, a educação em geral e o ensino da Matemática, entre outros) e no conhecimento de natureza social e experiencial (sobre os alunos, a dinâmica da aula, os valores e a cultura da comunidade envolvente, ou sobre a comunidade escolar e profissional, entre outros). (Ponte, 2012, p. 86)

Desta afirmação podemos tirar três características fundamentais do conhecimento profissional do professor: o facto de ser um conhecimento orientado para a prática, o facto de ser desenvolvido através da experiência e o facto de ter também uma base de conhecimento de natureza social.

São vários os autores que corroboram a ideia de que o professor elabora o seu conhecimento essencialmente a partir da sua experiência (Llinares, 1995; Ponte, 2012). Esta perspetiva está na continuidade das ideias de Schön (1983), que incorpora outra ideia fundamental do conhecimento profissional que é a reflexão, ou seja, não só é importante a experiência, como a reflexão sobre essa experiência. Este autor defende que o conhecimento se revela nas ações, explicitando esta noção ao referir o conhecimento na ação, a reflexão na ação e a reflexão sobre a ação e sobre a reflexão na ação, vendo o professor como um prático reflexivo. É portanto fundamental que os professores, e futuros professores, possuam “capacidades de autodesenvolvimento reflexivo, que sirvam de suporte ao conjunto de decisões que são chamados a tomar no dia-a-dia, no interior da sala de aula e no contexto da organização escolar” (Nóvoa, 1991, p. 67). Esta ideia de o professor necessitar de refletir sobre a sua experiência é apontado também por diversos autores (Llinares 1995; Ponte, 1994a). Como refere (Ponte, 2012), os futuros professores aprendem a partir da sua atividade e da reflexão em torno desta. A formação inicial de professores tem assim um papel central no desenvolvimento da atitude reflexiva dos futuros professores (Ponte, Januário, Ferreira & Cruz, 2000).

Relativamente à ideia de que o conhecimento profissional do professor é baseado na prática, Elbaz (1983) teve um contributo importante. A autora denomina por “conhecimento prático” um conhecimento que “engloba as experiências vividas pelos próprios professores de estilos de aprendizagem, interesses, necessidades, pontos fortes e dificuldades de alunos e um repertório de técnicas de ensino e de gestão de sala de aula” (p. 5). Esta ideia de conhecimento prático, defendida por outros autores (Llinares, 1995; Llinares & Krainer, 2006), envolve a capacidade de tomar decisões reflexivas para dar sentido ao conhecimento geral a partir de situações particulares. Os professores são assim vistos como construtores ativos do seu próprio conhecimento e são encorajados a refletir sobre a sua prática e a adaptá-la quando apropriado (Llinares & Krainer, 2006).

Analisando a formação inicial de professores, são vários os investigadores que

apontam diversas críticas à formação inicial de professores (Brown & Borko, 1992; Bullough, 1997; Lampert & Ball, 1998; Ponte & Brunheira, 2001). Estas críticas apontam o facto de a formação inicial não ter em conta os conhecimentos, crenças e conceções prévias dos futuros professores, não estar ligada à realidade das escolas, ser demasiado teórica e por criar experiências formativas essencialmente de carácter escolar.

Um modo de colmatar esta dificuldade de ligar a formação dos futuros professores à realidade escolar, não passando por uma formação demasiado teórica, é pela incorporação da ideia da prática. Na formação inicial esta ideia pode basear-se em “experiências formativas, realizadas em diferentes contextos (sobretudo em contextos escolares), devidamente enquadradas por experiências de reflexão e conceptualização” (Ponte, 2014, p. 349). Ponte et al. (2000) salientam que esta componente de prática deve proporcionar uma aproximação gradual do formando ao mundo da escola, começando com a observação e análise de episódios de sala de aula, culminando em momentos de exercício de funções como professor sob supervisão. A prática de ensino supervisionada proporciona assim uma oportunidade importante para os futuros professores desenvolverem o seu conhecimento profissional, onde as interações entre o futuro professor e o professor cooperante fornecem um mecanismo óbvio para essa aprendizagem ocorrer (Peterson & Williams, 2008). Assim, é importante que esta prática se faça acompanhar por uma estrutura de supervisão organizada e eficiente e que faça a ponte entre os dois mundos do futuro professor.

Com base em diversos estudos sobre a formação inicial de professores em Portugal, Estrela, Esteve e Rodrigues (2002) sugerem alguns princípios para orientar a prática pedagógica:

- (i) a prática pedagógica deve centrar-se na análise de situações reais do exercício profissional;
- (ii) a prática pedagógica deve orientar-se quer para o desenvolvimento da competência técnica quer para o desenvolvimento das competências científicas, éticas, sociais e pessoais;
- (iii) a prática profissional deve contribuir para o desenvolvimento da autonomia do professor, implicando a tomada de consciência de si e da situação onde age;
- (iv) a prática pedagógica deve focar-se não apenas na sala de aula, mas em toda a atividade do professor, pelo que deve dar-se atenção à variedade de contextos em que aquela pode desenvolver-se;

- (v) a prática pedagógica deve privilegiar o trabalho em equipa, propiciador de momentos variados de observação, diálogo e de troca;
- (vi) a prática pedagógica deve privilegiar espaços que favoreçam a construção de um saber pedagógico como resultado da interação entre os saberes já adquiridos e o questionamento, provocado pela vivência dos problemas profissionais contextualizados.

De acordo com as críticas à formação inicial, a bagagem que os futuros professores trazem para a formação é determinante no modo como constroem o conhecimento nos programas de formação inicial. A sua experiência como estudantes do ensino básico, secundário e superior fornece-lhes um quadro essencial onde organizam imagens e tentativas de princípios práticos e regras práticas (Crawford, 1992). É neste período que, segundo Oliveira (2004), os futuros professores adquirem e desenvolvem “crenças pessoais sobre o ensino, perspectivas acerca do papel do professor e do aluno e acerca da natureza da disciplina que pretendem vir a ensinar” (p. 122) que influenciam a sua formação inicial e a sua futura atividade profissional. Na construção desses programas devem-se ter em conta tanto os processos de desenvolvimento profissional do professor com ritmos e interesses próprios como os objetivos definidos do processo formativo emergentes da Didática da Matemática (Ponte, 2014). Adicionalmente, uma vez que cada nível de ensino tem diferentes objetivos, isto resulta numa diferenciação sobre o papel do professor em cada nível e consequentemente sobre a formação inicial (Ponte et al., 2000). Segundo estes autores, é também importante que a formação assente numa definição clara de metas e objetivos, traçando um perfil de competências articulado “em rede” (p. 9).

A colaboração é outro aspeto que Ponte (2014) defende que deve ser incorporado na formação inicial de professores. O facto de o conhecimento do professor se desenvolver com base em conhecimento de natureza social, como apontado por Ponte (2012), revela a importância da colaboração entre os vários elementos envolventes nos programas de formação inicial. De acordo com Ponte (2014), esta ideia pode ser mais difícil nesses programas dada a sua dinâmica mais compartimentada e instável, mas existem estudos que comprovam ser possível estabelecer boas relações colaborativas entre professores supervisores e futuros professores, entre professores cooperantes e futuros professores e entre os futuros professores. Por exemplo, fazer grupos de futuros professores durante a sua prática numa mesma escola facilita as

oportunidades de partilha mútua, onde se discutem perspetivas e experiências (Weinstein, 1988). Deal e Chatman (1989) também valorizam a necessidade destas discussões, uma vez que reduzem o sentimento de isolamento experienciado por muitos futuros professores.

Para Llinares (1995), o conhecimento do professor é então uma integração do conhecimento prático com conhecimento base (científico). A formação inicial constitui assim um meio importante de contribuir para o desenvolvimento tanto do conhecimento base como do conhecimento prático dos futuros professores. Alarcão, Freitas, Ponte, Alarcão e Tavares (1997) adiantam que a formação não se deve reduzir à componente académica, mas deve integrar uma componente prática e reflexiva.

Desde Shulman (1986) que se faz a distinção do conhecimento do professor de Matemática em conhecimento do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo. Estas duas vertentes do conhecimento profissional dos professores são também defendidas por diversos autores (Gómez & Rico, 2004; Hill, Ball & Schilling, 2008; Ponte & Chapman, 2008; Ponte & Chapman, 2015; Rowland, 2013; Sullivan, 2008), embora nem sempre de uma forma muito compartimentada, uma vez que estas duas vertentes são inerentemente interconectadas (Ponte & Chapman, 2008).

Muitos são os que ainda dizem, pelas palavras de Bernard Shaw, que “quem sabe faz, quem não sabe ensina”. No entanto, segundo Shulman (1986), este ditado deve ser mesmo substituído por quem sabe faz, mas só quem compreende o conhecimento o deve ensinar. Isto significa que, para além de saber fazer, é essencial que o professor compreenda o que faz. O professor para além de ter um conhecimento matemático, semelhante ao de muitos outros profissionais que fazem uso da Matemática, tem também conhecimento que lhe permite apreciar métodos de resolução de problemas de alunos e, quando estes apresentam métodos inovadores, ser capaz de determinar se os métodos podem ser generalizados a outros problemas (Hill & Ball, 2004). O desenvolvimento deste tipo de conhecimento já era uma recomendação do CBMS (2001), referindo que “com este conhecimento, eles [os professores] podem desenvolver entusiasmo pela Matemática e um conhecimento mais profundo entre os seus alunos” (p. 7). Para além disso, o conhecimento do conteúdo do professor só fica completo quando este possui o conhecimento de como os vários tópicos estão relacionados dentro do currículo (Hill et al., 2008). Assim, este conhecimento matemático não é só da Matemática, também do currículo, da linguagem usada e das

conexões dentro do currículo (Sullivan, 2008). De acordo com este autor, este conhecimento

Não é só acerca dos processos formais que têm tradicionalmente formado a base do currículo em Matemática nas escolas e nas universidades, mas a capacidade de adaptar novas maneiras de pensar, a curiosidade para explorar novas ferramentas, a orientação para identificar e descrever padrões e pontos em comum, o desejo de examinar problemas globais e locais de uma perspectiva matemática e a paixão para comunicar a análise matemática e um ponto de vista do mundo.

A maioria dos cursos de formação inicial tendem a ser “ir para além” ou “mais” dos conceitos matemáticos dos níveis para que se formam, no entanto a Matemática que os professores precisam é qualitativamente diferente da Matemática que os seus alunos são esperados saber (Davis & Simmt, 2006). Não é simplesmente fornecer aos futuros professores mais Matemática, mas mais importante que isso é dar oportunidade destes compreenderem e reconstruírem o que sabem mais profundamente e com significado (Ponte & Chapman, 2008). Como referem Sánchez, Llinares, Garcia e Escudero (2000) para ensinar Matemática é necessário um conhecimento de e sobre a Matemática. De acordo com Sullivan (2003), é esperado que os professores primários estejam familiarizados com os conceitos matemáticos necessários para o ensino nos primeiros anos e, mesmo que não estejam seguros acerca de alguns tópicos em níveis de escolaridade superior, é esperado que os professores aprendam esses conceitos quando necessário. Assim, segundo este autor, o importante é que os professores tenham a orientação de aprender qualquer Matemática que seja necessária e que tenham as bases para isso. A formação inicial tem um papel crucial em fornecer essas bases aos futuros professores mas também em desenvolver a autonomia de aprendizagem e a compreensão da Matemática, de modo a desenvolver o seu conhecimento de conteúdo.

É também importante que o professor tenha um conhecimento que ultrapasse o mero saber da teoria (Nóvoa, 2009). Para além de ser fundamental que o professor conheça e compreenda a matéria que ensina, também o modo de a ensinar se revela importante (Shulman, 1986). Como refere Shulman (1986), o simples conhecimento do conteúdo, entendido como a disciplina que se ensina, é tão inútil pedagogicamente como ter técnicas sem conteúdo nenhum. Consequentemente, para além do conhecimento do

conteúdo é necessário também o conhecimento de exemplos, explicações, modelos e representações, etc., que Shulman (1986) define como sendo o conhecimento didático do conteúdo. É também conhecimento de conteúdo, mas mais focado para o ensino do assunto em si, pois engloba aspetos do conteúdo que o tornam mais ensinável e mais compreensível para os outros. Uma característica fulcral deste tipo de conhecimento é que depende do conhecimento do conteúdo (Vacc & Bright, 1999). Como indicam Hill et al. (2008), “há uma forte relação entre o que um professor sabe, como é que sabe, e o que consegue fazer no contexto de instrução” (p. 496). Na perspetiva de Nóvoa (2001), é mesmo essencial que o professor detenha e compreenda um determinado conhecimento e que seja capaz de o reelaborar no sentido de o ensinar a outros. De acordo com Gómez e Rico (2004), o conhecimento didático é o conhecimento que permite ao professor revelar múltiplos significados do conteúdo matemático, que servem de base à organização de atividades de ensino e aprendizagem. É assim importante os programas de formação inicial envolverem os futuros professores em oportunidades de aprendizagem que possibilite que estes reconstruam o seu conhecimento e compreensão prévias do ensino da Matemática (Ponte & Chapman, 2015).

Perante uma tarefa matemática específica, devemos esperar que os professores sejam capazes de: (i) responder à tarefa corretamente; (ii) antecipar os métodos intuitivos possíveis naquela tarefa; (iii) usar linguagem relevante para descrever o conteúdo representado na tarefa; (iv) combinar o conteúdo com o currículo; (v) apreciar as dificuldades que os alunos no geral, e os seus alunos em particular, podem experienciar; (vi) ter em consideração o planeamento de aulas que possam ser estruturadas de maneira a que a aprendizagem seja o produto da exploração dos alunos, o que é diferente de estes ouvirem explicações: saber como colocar tarefas; (vii) saber como recuar e esperar antes de oferecer orientação; (viii) avaliar a aprendizagem dos alunos; e (ix) conduzir discussões e revisões eficazes (Sullivan, 2008). Consequentemente, são vários os aspetos do conhecimento do professor chamados a intervir em sala de aula, apelando tanto ao conhecimento matemático como ao conhecimento didático deste tema.

Assim, a formação inicial em Matemática deve ter como foco tanto o conhecimento matemático como o conhecimento didático da Matemática. Contudo, em muitos programas de formação inicial de professores primários ainda há a tradicional

separação entre as unidades curriculares de conteúdo matemático e as unidades curriculares de conteúdo didático da Matemática (Zazkis, Leiken & Jolfaee, 2011). No entanto, o facto dos cursos de formação inicial de professores dos primeiros anos se desenrolarem presentemente em dois ciclos de estudo e onde a prática pedagógica só aparece no segundo ciclo de estudos, condiciona a natureza integrada de conteúdo e pedagogia (Menezes & Ferreira, 2009). Um modo de ultrapassar isso é a integração de conteúdo e pedagogia durante toda a formação inicial, uma vez que esta ligação é de uma importância fundamental (Davis & Simmt, 2006; Ponte, 2014), especialmente se quisermos que os futuros professores desenvolvem sofisticação conceptual (Davis & Simmt, 2006).

Outra categorização do conhecimento dos professores obedece a uma análise conceptual. De acordo com Shulman (1986), ambas as vertentes do conhecimento tem três formas: (i) o conhecimento proposicional: princípios (provenientes da investigação empírica), máximas (baseadas num acumulado da sabedoria da prática) e normas (valores morais e éticos); (ii) conhecimento de casos (eventos específicos, bem documentados e ricamente descritos); e (iii) conhecimento estratégico (para lidar com problemas teóricos, práticos ou morais, onde os princípios colidem e uma solução simples não é possível). A combinação destes três tipos de conhecimento faz do professor um profissional que tem conhecimento não só do “*how*”, mas também do “*what*” e do “*why*” (Shulman, 1986, p. 13). A formação inicial tem um papel fundamental no desenvolvimento destas três formas de conhecimento de conteúdo e de conhecimento didático de conteúdo.

2.2.1.2. DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DE MATEMÁTICA

O conhecimento matemático dos futuros professores dos primeiros anos é uma preocupação em termos da sua qualidade. O relatório da UNESCO sobre a educação para o século XXI recomenda aos governos “especial empenho em reafirmar a importância dos professores da educação básica” pois “se o primeiro professor que a criança encontra tiver uma formação deficiente ou se revelar pouco motivado, são as próprias fundações sobre as quais se irão construir as futuras aprendizagens que ficarão pouco sólidas” (Delors, 1996, p. 136). Ma (1999) defende mesmo que a Matemática ensinada nos primeiros anos é fundamental, por servir de base a todas as

outras aprendizagens matemáticas e por oferecer as bases de conceitos importantes, o que requer que os professores deste nível de ensino tenham conhecimentos matemáticos sólidos e eficazes. Recentemente, o Relatório Final do *National Mathematics Advisory Panel* nos Estados Unidos da América (NMAP, 2008) continua a sublinhar a insuficiência de investigação sobre o conhecimento necessário para o professor ensinar bem Matemática. Uma das suas recomendações é transparente:

Os professores devem saber em detalhe o conteúdo matemático que são responsáveis por ensinar e as suas conexões com outra Matemática importante, tanto anterior como subsequente ao tópico que devem ensinar. No entanto, como a maior parte dos estudos se basearam em meios indiretos sobre o conhecimento matemático do professor, (...) a investigação existente não fornece evidência definitiva sobre o conhecimento matemático específico e *skills* que são necessários para ensinar. (p. 37)

Sánchez e Garcia (2008) apontam que o conhecimento matemático dos futuros professores é uma das maiores preocupações na formação inicial e que muitos futuros professores não tem conhecimentos matemáticos prévios suficientes. Adicionalmente, a formação inicial dos educadores de infância e professores, especialmente em relação ao conhecimento matemático, tem uma enorme influência na qualidade da formação matemática dos jovens (Albuquerque et al., 2006). A este respeito, Ponte (1994a) afirma que os professores que não sabem bem o conteúdo não podem fazer um bom trabalho a ensiná-lo. Adicionalmente, como refere Cruzeiro (2001), “o saber, não só não ocupa lugar, como abre caminhos para novos saberes” (p. 2). Deste modo, o conhecimento matemático do professor não se mede pela quantidade, mas tem inúmeras facetas e dimensões, caracterizando-se pela sua complexidade. Como refere Roldão (2007), “o professor profissional – como o médico ou o engenheiro nos seus campos científicos – é aquele que *ensina* não apenas *porque sabe*, mas porque *sabe ensinar*” (p. 102). Portanto, o que parece ser realmente importante é o modo como os professores detêm o conhecimento (Hill & Ball, 2004).

Kilpatrick, Swafford e Findell (2001) descrevem o conhecimento de Matemática dos professores como sendo

O conhecimento de factos, conceitos, procedimentos matemáticos e as relações entre estes; conhecimento de maneiras de representar ideias matemáticas; e o conhecimento de Matemática como uma disciplina – em particular, como o conhecimento matemático é produzido, a natureza do discurso em Matemática, e as normas e os standards de evidência que orientam o argumento e a prova. (p. 371)

Estes autores referem ainda a distinção entre dois tipos de conhecimento matemático, compreensão conceptual e fluência processual, semelhantes aos termos utilizados por Hiebert e Lefevres (1986) para definição do que significa a proficiência matemática. Assim, segundo estes autores há dois tipos de conhecimento matemático, conceptual e processual, que podem ser identificados como distintos, mas estão relacionados de forma complexa. O conhecimento conceptual alcança-se através “da construção de relações entre as peças de informação” ou através da “criação de relações entre o conhecimento existente e a nova informação que está a entrar no sistema” (p. 4). Para estes autores, o conhecimento processual inclui o conhecimento da linguagem formal, o conhecimento de algoritmos e regras para completar tarefas e procedimentos e o conhecimento de estratégias de resolução de problemas. Estes termos são ainda equivalentes aos conceitos de compreensão relacional e instrumental de Skemp (1976). Este autor descreve compreensão relacional como a capacidade de deduzir regras e procedimentos através de relações matemáticas mais gerais e compreensão instrumental como a capacidade de aplicar uma regra para obter a solução de um problema sem compreender como funciona. Mais recentemente, Rittle-Johnson e Schneider (2015) especificam que se pode medir o conhecimento conceptual através de tarefas que exijam a capacidade de gerar ou seleccionar definições de conceitos ou termos, explicar porque um procedimento funciona ou desenhar um mapa conceptual. Para medir o conhecimento processual, a tarefa é geralmente resolver problemas e mede-se a eficácia da resposta ou do procedimento.

Desta discussão podemos perceber que o conhecimento conceptual está intrinsecamente conectado com procedimentos e algoritmos. De facto, segundo Long (2005), o conhecimento de procedimentos está incorporado no conhecimento conceptual. De acordo com Kilpatrick et al. (2001), para além da fluência processual, a compreensão de muitos conceitos embebidos nos procedimentos permite utilizar diferentes métodos, recordar os procedimentos com mais facilidade e, mais importante, saber quando um procedimento pode levar à resposta correta.

Não é consensual qual a capacidade ou compreensão que deve ser valorizada no desenvolvimento do conhecimento matemático. Há autores que defendem abordagens que encorajam o desenvolvimento de algoritmos próprios com base na compreensão conceptual (Lampert, 2001; Ball, Lubienski & Mewborn, 2001) e há quem defenda que há fases no desenvolvimento do conhecimento matemático e que geralmente se passa de uma fase orientada por procedimentos antes de se ser capaz de integrar com eficiência o conhecimento conceptual (Davis, Gray, Simpson, Tall & Thomas, 2000). De qualquer modo, Hiebert e Lefevres (1986) defendem que a relação entre estes dois tipos de conhecimento é a chave para desenvolver a compreensão matemática:

Apesar de ser possível considerar procedimentos sem conceitos, não é fácil imaginar conhecimento conceptual que não esteja ligado a alguns procedimentos. Isto é devido, em parte, ao facto de os procedimentos traduzirem conhecimento conceptual em algo observável. Sem procedimentos para aceder ou agir no conhecimento não saberíamos que estava lá. (p. 9)

Assim, esta discussão sobre estes dois tipos de compreensão pode ajudar a estruturar a formação inicial de professores, valorizando ambos os tipos de compreensão, conceptual e processual. De acordo com Rittle-Johnson e Schneider (2015), através de aulas de desenvolvimento processual onde se incentiva a emergência de conceitos embebidos, pode-se fortalecer uma ligação forte em que o desenvolvimento do conhecimento processual desencadeia o fortalecimento do conhecimento conceptual.

Relativamente a este conhecimento do conteúdo matemático, Ma (1999) atribui um grau, próprio dos professores, ao conhecimento matemático a atingir no seu desenvolvimento profissional. Para esta autora, os professores devem atingir um conhecimento profundo da Matemática fundamental (*a profound understanding of fundamental mathematics*). Este nível de conhecimento tem quatro características primordiais: (i) conectividade, devendo o professor ter a intenção de fazer conexões entre diferentes conceitos e procedimentos matemáticos; (ii) múltiplas perspetivas, que concede ao professor a habilidade de apreciar diferentes aspetos de uma ideia e várias abordagens à resolução de um problema; (iii) ideias básicas, uma vez que os professores devem reforçar conceitos e princípios básicos da Matemática; e (iv) coerência longitudinal, que equipa o professor com um conhecimento profundo de todo o currículo Matemático elementar, que vai para além do que tem que ensinar.

Assim, a compreensão mais profunda da Matemática promoverá o ensino da disciplina e o questionamento de um modo mais efetivo (Howe, 1999). Borko (2004) argumenta ainda que para desenvolver a compreensão conceptual dos alunos, os professores devem ter um conhecimento rico e fléxivel do conteúdo que ensinam.

Sobre a tradição dos programas de formação inicial, Ball, Thames e Phelps (2008) referem que as unidades curriculares de conhecimento de conteúdo na formação inicial têm tendência a ser académicas, no bom e no mau sentido da palavra, escolar e irrelevante, de qualquer das formas longe do ensino em sala de aula. Assim, a formação inicial deve estabelecer a ligação entre a Matemática que os futuros professores devem aprender e aquela que os seus alunos devem ter. O foco deve ser relativamente ao modo como os conceitos são apresentados e elaborados nos diferentes níveis, uma vez que o vocabulário, as imagens e os algoritmos utilizados nas escolas têm um papel essencial a formar compreensão (Davis & Simmt, 2006). De acordo com Ponte e Chapman (2008), para desenvolver o seu conhecimento matemático, os futuros professores precisam de estar envolvidos em tarefas que promovem a aprendizagem e a reaprendizagem com compreensão da Matemática escolar. Essas tarefas devem seguir abordagens exploratórias que forneçam oportunidades para discutir, argumentar, conjecturar, testar e validar resultados, refletindo e comunicando as suas ideias matemáticas com os seus colegas e professores (Ponte & Chapman, 2008).

Segundo Serrazina (2012), o futuro professor precisa de oportunidades para vivenciar experiências do tipo que se espera que proporcione aos seus alunos. Consequentemente, na formação inicial de professores, não é suficiente pensar no que deve ser ensinado, mas também é importante refletir sobre o modo como é ensinado. De modo a efetivar isso, esta autora refere como crucial o envolvimento em processos de reflexão com constante questionamento de crenças e conceções dos futuros professores.

O conhecimento matemático dos professores é também condição necessária para que consigam posteriormente escolher uma tarefa potencialmente útil e convertê-la com sucesso numa experiência matemática significativa para os alunos (Sullivan et al., 2009). Sánchez e Garcia (2008) referem que os futuros professores primários devem ser envolvidos em três atividades matemáticas: definir, justificar e modelar. Clarke, Hollingsworth e Gorur (2013) apontam a utilização de vídeos como um recurso para

facilitar a reflexão e a ação do professor e, conseqüentemente, uma ferramenta-chave na promoção da aprendizagem do professor e do seu crescimento profissional. A formação inicial de professores pode então utilizar diferentes tipos de vídeo para catalisar discussões que facilitam a articulação entre as teorias e as práticas dos professores e construir as suas experiências de desenvolvimento profissional com base nisso.

2.2.1.3. DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA

Segundo Ponte e Chapman (2008), o conhecimento didático da Matemática é o foco do conhecimento profissional do professor. Este conceito, introduzido por Shulman (1986), *pedagogical content knowledge*, abrange diferentes maneiras de representar e formular o conteúdo de maneira a ser compreensível para outros. Para este autor, “o teste definitivo para confirmar a compreensão de um assunto é a capacidade para o ensinar, transformando o conhecimento em ensino” (p. 14).

De acordo com vários autores, esta vertente do conhecimento didático da Matemática incorpora diferentes vertentes, como o conhecimento dos alunos (Hill et al., 2008; Kilpatrick et al., 2001; Ponte, Oliveira, Cunha & Segurado, 1998) e o conhecimento do ensino (Hill et al., 2008; Kilpatrick et al., 2001; Ponte et al., 1998), não necessariamente definidas nestes termos.

O conhecimento dos alunos implica conhecer quem são eles, o que sabem, e como veem a aprendizagem, a Matemática e eles próprios (Hill et al., 2008; Kilpatrick et al., 2001; Ponte & Oliveira, 2002). Envolve também conhecer as capacidades, técnicas, motivações, interesses e disposições matemáticas que os alunos trazem para a aula e as maneiras únicas que os alunos desenvolvem de aprender, pensar e fazer Matemática (Hill et al., 2008; Kilpatrick et al., 2001; Park & Oliver, 2008; Ponte & Oliveira, 2002). Esse conhecimento também incorpora o conhecimento das concepções e mal-entendidos dos alunos de diferentes níveis, o tipo de erros mais comuns em cada contexto e as fontes dessas ideias (Hill et al., 2008; Kilpatrick et al., 2001; Park & Oliver, 2008; Shulman, 1986). Finalmente, Hill et al. (2008) especificam ainda que o professor deve saber sequências de desenvolvimento para os alunos, através da

identificação de tipos de problemas, tópicos, ou atividades matemáticas mais fáceis/difíceis para idades específicas, conhecimento do que é que os alunos tipicamente aprendem primeiro, terem a noção do que alunos de um dado ano são capazes de fazer, etc.

Uma vez que o conhecimento dos alunos é uma parte fundamental do conhecimento profissional do professor, Ponte (2014) sugere ser necessário que o foco da formação inicial seja a aprendizagem dos alunos. De acordo com o autor é necessário dar especial atenção nos programas de formação inicial ao modo de integrar o conhecimento da Matemática com o conhecimento dos alunos, englobando os seus processos de aprendizagem, a sua cultura e os seus interesses. O desenvolvimento desta vertente do conhecimento implica ainda formas de trabalho imaginativas e diversificadas e a vivência, pelos formandos, de situações tanto quanto possível próximas das situações de prática, nomeadamente a prática de ensino supervisionada (Ponte & Oliveira, 2002).

Relativamente ao conhecimento do ensino, também por vezes definido como conhecimento da prática (Kilpatrick et al., 2001), implica que o professor deve saber o que é para ensinar e como planear, conduzir e avaliar aulas eficientes do ponto de vista do conteúdo matemático (Kilpatrick et al., 2001; Llinares, 2013; Ponte & Oliveira, 2002; Ponte et al., 1998), sabendo que estratégias poderão ter mais sucesso na reorganização da compreensão (Shulman, 1986), assim como os diferentes conceitos e procedimentos matemáticos fundamentais, as conexões entre conceitos dentro e fora da Matemática e as formas de representação desses mesmos conceitos (Ponte & Oliveira, 2002). Está envolvido aqui também o conhecimento como os diferentes tópicos se organizam. De acordo com Ponte e Oliveira (2002), é necessário o conhecimento das grandes finalidades e objetivos, bem como a organização dos conteúdos, o conhecimento dos materiais e das formas de avaliação a utilizar. Envolve também a capacidade de organizar uma sala de aula para criar uma comunidade de alunos (Kilpatrick et al., 2001; Ponte & Oliveira, 2002). Finalmente, abrange a capacidade de gerir o discurso de sala de aula e as atividade de aprendizagem para envolver os alunos em trabalho matemático substancial (Kilpatrick et al., 2001; Llinares, 2013; Ponte & Oliveira, 2002). Este tipo de conhecimento combina assim o conteúdo matemático com os princípios pedagógicos para ensinar cada tópico (Hill et al., 2008).

Para desenvolver este tipo de conhecimento, Ponte et al. (2000) afirmam ser essencial que os futuros professores passem pela experiência de diferentes metodologias de ensino, aprendizagem e avaliação do desempenho durante a formação inicial. Assim, é fundamental o que Schön (1987) define como uma prática reflexiva no ensino, em que este ocorre como um corredor de espelhos. Segundo esta perspetiva, o professor dos futuros professores deve fazer aquilo que está a ensinar. O facto de se envolverem em tarefas matemáticas primeiro como alunos permite, quando analisam a tarefa como professores, ganhar novas perspetivas sobre o conteúdo e sobre a análise de práticas (deles próprios ou de outros) (Steele, Hillen & Smith, 2013). Assim, devem usar-se tarefas na formação inicial tanto para ter acesso ao conhecimento matemático como para enfatizar e exemplificar problemas relativos à didática da Matemática (Liljedahl, Chernoff & Zazkis, 2007).

Esta perspetiva assume uma maior importância no caso de métodos de ensino orientados pela reforma, uma vez que preparar os futuros professores para utilizarem práticas curriculares inovadoras é mais problemático, exigindo um alto nível de integração de conhecimento de objetivos, tarefas e materiais e conhecimento de maneiras de pensar, interesses e conhecimentos prévios dos alunos (Ponte & Chapman, 2008). A formação inicial tem assim o desafio de dar oportunidade aos futuros professores de desenvolver sentido crítico sobre os diferentes métodos de ensino, tornando-os conscientes, através da reflexão, das suas próprias perspetivas em relação ao ensino da Matemática, confrontando-as, clarificando-as ou estendendo-as através do desafio de outros ou de outras teorias (Ponte & Chapman, 2008). Segundo Sullivan (2009), o desafio da formação inicial é também o de encorajar os professores a pelo menos tentarem as abordagens alternativas no ensino, como por exemplo o ensino através de investigações estatísticas ou trabalho exploratório. No trabalho exploratório é pretendido que os alunos assumam um papel ativo na interpretação das questões propostas, na representação da informação dada e no planeamento e implementação das estratégias de resolução, que precisam de apresentar e justificar (Ponte, Mata-Pereira & Quaresma, 2013).

No planeamento de aulas, Hiebert, Morris e Glass (2003) referem que de maneira a tirar proveito das experiências, os professores precisam de planear aulas com objetivos claros em mente, monitorizar a sua implementação, recolher feedback, e interpretar feedback para rever e melhorar a prática futura. Um modo de incorporar a

prática de modo a desenvolver o conhecimento didático dos futuros professores é utilizado o conceito de estudo de aula (*lesson study*). Segundo Lewis, Perry e Hurd (2009), isso significa criar um sistema de aprendizagem colaborativa da prática que usa quatro elementos: investigação, considerando características dos alunos, objetivos a longo prazo e conteúdo; planificação, resolvendo a tarefa para antecipar e escrever um plano; aula de investigação (*research lesson*), onde se implementa a aula com observação e recolha de dados; e reflexão, de modo a criar mudanças no conhecimento e crenças dos professores, na comunidade profissional e nos recursos de ensino e aprendizagem.

Uma outra ideia que Ponte (2014) aponta para a formação inicial é incorporação de atividades de investigação de cunho profissional. A investigação da própria prática profissional parece ser uma forma poderosa de integrar a reflexão sobre a prática e a aprendizagem com o foco nos alunos. Durante a formação inicial, isso é possível através de oportunidades para os futuros professores realizarem pequenas investigações sobre a sua prática ou a de outros professores. Um bom exemplo disso é a exigência do relatório de estágio, onde se valoriza a componente investigativa (Ponte, 2014). Adicionalmente, Hiebert et al. (2003) mencionam que “os futuros professores devem querer e ser capazes de tratar as aulas que dão como experiências” (p. 206), valorizando a investigação sobre a própria prática como um processo de desenvolvimento do conhecimento profissional.

Segundo Llinares (1995), o conhecimento didático do conteúdo é uma integração de informação proveniente de diferentes domínios (matemáticos, investigações cognitivas sobre a aprendizagem dos alunos, investigações sobre o ensino da Matemática, etc.). Assim, um modo de potenciar o desenvolvimento do conhecimento dos futuros professores passa por utilizar a complementaridade entre o conhecimento da investigação (mais teórico) com o adquirido pela experiência (mais prático) (Llinares, 2013). Adicionalmente, a formação inicial deve preconizar uma aprendizagem do futuro professor para além do final do semestre, de modo a que estes consigam aprender da sua experiência na prática (Ebby, 2000). Parece que uma abordagem geral à aprendizagem dos futuros professores é ajudá-los a aprender como se aprende, por exemplo, envolvê-los num ciclo de experiências/explorações, reflexão e criação de conhecimento como um modo de equipá-los para se responsabilizarem pelo seu crescimento futuro (Ponte & Chapman, 2008).

De modo a efetivar isto, é necessário que o professor tenha a capacidade de perceber (*noticing*) o pensamento e raciocínio matemático dos alunos identificando aspectos relevantes de maneira a tomar decisões informadas durante o ensino (Llinares, 2013). Segundo este autor, esta capacidade requer a reconstrução e inferência da compreensão dos alunos a partir do que escrevem, dizem ou fazem, mais do que simplesmente apontar o que está correto ou incorreto nas suas respostas. Nos programas de formação inicial, os futuros professores geralmente conseguem oferecer diferentes interpretações das respostas dos alunos e conseguem apontar elementos matemáticos usados nas suas respostas, mas tem-se mostrado mais complexo interpretar o raciocínio matemático dos alunos (Llinares, 2013). Segundo este autor, para apoiar os alunos nesse sentido, a formação inicial deve equipar os futuros professores para que consigam utilizar referências da investigação em educação matemática sobre como os alunos aprendem nos diferentes domínios. Há ainda estudos que mostram ser possível que os futuros professores (mesmos nos primeiros anos da sua formação inicial) aprendam as técnicas necessárias para identificar e analisar evidência da compreensão dos alunos (Spitzer, Phelps, Beyers, Johnson & Sieminski, 2010). Essa capacidade de recolher evidência da aprendizagem dos alunos de modo a analisar o efeito do ensino e de usar essa análise para reformular o ensino é o que Morris (2006) diz ser necessário para que se possa aprender da prática.

Uma outra competência que também deve ser considerada durante a formação inicial de professores é a prática de orientação e questionamento dos alunos (*scaffolding*). De acordo com Wood, Bruner e Ross (1976) esta prática implica seis elementos chave: recrutamento (incorporar os interesses dos alunos nos requisitos da tarefa); redução de graus de liberdade (simplificar a tarefa de maneira a que o feedback seja usado para correção); manter direção (manter o aluno em buscar de determinado objetivo); marcar aspectos críticos (confirmação e verificação, acentuando algumas e interpretando discrepâncias); controlo de frustração (respondendo ao estado emocional do aluno); e demonstração (ou modelação da solução de uma tarefa). Neste último elemento, o professor deve imitar a maneira ideal de uma estratégia tentada pelo aluno, na esperança que o aluno o imite noutra situação. Na discussão sobre este elemento chave, os autores referem que “os únicos atos que as crianças imitam são aqueles que eles já conseguem fazer bem” (p. 99).

Na condução de discussões coletivas, de acordo com Ponte et al. (2013), o professor assume diversas ações: gerir a situação de aprendizagem e convidar (proporciona envolvimento inicial dos alunos); apoiar/guiar (promove a continuação da participação); informar/sugerir (introduz informação, proporciona argumentos ou valida respostas dos alunos); e desafiar (procura que os alunos introduzam informação, proporcionem argumentos ou validem respostas). No entanto são diversos os problemas que, segundo estes autores, podem emergir durante uma discussão:

- (i) a seleção de um aluno como interlocutor;
- (ii) o modo de agir quando um aluno questiona ou faz uma conjectura;
- (iii) o modo de agir perante desacordos;
- (iv) aprofundar ou não uma resolução, que os alunos já dão por concluída;
- ou (v) o modo de agir perante uma situação de impasse, uma resolução incorreta ou uma explicação pouco clara. (p. 78,79)

Por último, um elemento-chave diz respeito às tecnologias e uso de recursos. Em relação a esta ideia, a formação inicial deve equipar os futuros professores com a capacidade de perceber as potencialidades e os modos de utilização produtiva nas escolas de tecnologias e outros recursos. A utilização de vídeo (Ponte & Chapman, 2015; Santagata, Zannoni & Stigler, 2007; Stockero, 2008), software educativo (Torres & Sandoval, 2009) e casos multimédia (Canavarro, 2013; Masingila & Doerr, 2002; Ponte & Chapman, 2015) têm-se mostrado recursos úteis na formação inicial de professores, fornecendo um acesso fácil a representações produtivas da prática. De acordo com Canavarro (2013),

Note-se que proporcionar o contacto real e completo com a prática de ensino, incluindo não só a voz da professora que explana o seu pensamento, a sua intencionalidade, as dúvidas com que se deparou e as decisões que tomou, isto é, a racionalidade que permite dar sentido às suas ações, bem como outros recursos que fazem parte da narrativa da aula (como o plano, por exemplo) conferem ao caso um carácter de completude que projeta o seu potencial muito para além do uso avulso de vídeos na formação, por exemplo, para uma ilustração pontual de uma sala de aula. (p. 146)

Com este tipo de recursos, são criadas oportunidades para que os futuros professores mostrem mudanças no seu nível de reflexão, da sua tendência para fundamentar a sua análise em evidência e o seu foco no pensamento do aluno (Stockero, 2008). Em particular, eles começam a analisar a prática em termos de como esta afeta o pensamento do aluno, considerando múltiplas interpretações do pensamento do aluno e desenvolvendo uma postura mais experimental de questionamento (*inquiry*) (Stockero, 2008). Assim, a utilização desses recursos deve ser realizada de modo crítico, de acordo com os objetivos dos programas de formação inicial, e de maneira a servirem de meio para investigação, análise e reflexão por parte dos futuros professores.

2.2.2. ESTATÍSTICA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

2.2.2.1. CONHECIMENTO DO FUTURO PROFESSOR PARA O ENSINO DA ESTATÍSTICA

Num relatório produzido pela Associação de Professores de Matemática (APM, 1998) recomenda-se que “na formação de professores, devem ser reforçadas componentes que evidenciem a importância de temas como (...) a Estatística na aprendizagem dos alunos, destacando o seu papel formativo como instrumento na interpretação e intervenção sobre a realidade” (p. 31). Contudo, de acordo com Carvalho (2006), a formação inicial (e contínua) dedica-se pouco a procurar promover as condições para que quando o professor está na sala de aula com os alunos, consiga desenvolver atividades e práticas pedagógicas que vão ao encontro das recomendações para o ensino da Estatística. Assim parece que o tema da Estatística estar presente na formação inicial de professores não é suficiente. O trabalho que se desenvolve acerca desse tema nas unidades curriculares da formação inicial devem preconizar as recomendações e orientações metodológicas para o ensino do tema.

Assumindo a mesma distinção do conhecimento do professor em Estatística que Shulman (1986) sugeriu, na formação inicial é necessário desenvolver tanto conhecimento estatístico dos futuros professores como o seu conhecimento didático do tema. De acordo com Biehler (2008), esta tarefa não é fácil, uma vez que para além dessas vertentes do conhecimento, os futuros professores precisam de lidar com

a reflexão sobre as possíveis tensões entre o conhecimento escolar em Matemática e a literacia estatística. Os futuros professores precisam assim de tomar consciência das semelhanças e diferenças entre estas duas disciplinas. Segundo este autor, a utilização da modelação matemática pode constituir uma ponte entre as duas disciplinas, tendo em atenção que muitos modelos matemáticos não têm em atenção a recolha e a análise de dados que seriam necessárias na perspetiva da Estatística.

Groth (2007) defende ainda que os professores devem lidar também com dois tipos de incerteza relativamente ao tema da Estatística. O primeiro tipo está relacionado com o conhecimento da disciplina de Estatística, por ser uma característica da disciplina. Adicionalmente, existe também a incerteza inerente ao ensino deste tema devido às interações e dinâmicas únicas entre professor, alunos, e o conteúdo em qualquer aula. Logo os professores devem compreender e navegar a incerteza inerente tanto à Estatística e à sala de aula, simultaneamente, de modo a funcionar eficazmente. A formação inicial tem um papel primordial em permitir que os futuros professores tomem consciência destes tipos de incerteza e em fornecer-lhes métodos e técnicas para lidar com essas incertezas.

Adicionalmente, é necessário desenvolver nos futuros professores hábitos mentais associados ao pensamento estatístico (Burrill & Biehler, 2011; Leavy, 2010). Burrill e Biehler (2011) especificam esses hábitos como sendo:

- usar dados reais (ter em atenção a variabilidade e a fonte dos dados, para decidir no que acreditar);
- desenvolver intuições (prever antes de calcular);
- começar com um gráfico (analisar diferentes representações de distribuições, realçando a visualização como uma ferramenta de aprendizagem de relações);
- explorar representações de dados alternativas (contrastar o que pode ser aprendido acerca da forma, centro e dispersão de distribuições de diferentes representações para compreender relações e conexões entre variáveis);
- investigar e explorar antes de introduzir fórmulas;
- usar projetos e experiências para motivar os alunos a fazer Estatística (recolher dados para investigar questões).

Leavy (2010) defende mesmo que isso é tão importante como desenvolver o conhecimento e compreensão estatísticos. Estes hábitos mentais são desenvolvidos

pelo envolvimento em atividades exploratórias de análise de dados envolvendo a recolha, exploração e interrogação do dados (Leavy, 2010) e, segundo Burrill e Biehler (2011), a formação inicial de professores deve ter em consideração estas ideias estatísticas cruciais.

2.2.2.2. DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DE ESTATÍSTICA

De acordo com Groth (2007), os professores necessitam tanto de conhecimento comum matemático no domínio da Estatística, como, por exemplo, o cálculo de medidas descritivas de tendência central como a média, a mediana e a moda, como também precisam de conhecimento especializado matemático como a identificação de propriedades matemáticas da média que poderão ser difíceis de compreender para os alunos. Já no campo do conhecimento não-matemático, um exemplo de conhecimento comum que os professores devem possuir é a construção de questões de uma sondagem e o design de experiências e um exemplo de conhecimento especializado é o saber apreciar a possível produtividade das questões estatísticas dos alunos. Deste modo, Groth (2007) apresenta um modelo teórico do conhecimento estatístico para ensinar (figura 16), com base na investigação sobre o conhecimento matemático para ensinar da equipa de Ball, mais especificamente, tendo em conta o conhecimento comum e especializado do conteúdo.

São diversas as investigações que têm analisado o conhecimento dos futuros professores em Estatística. González e Pinto (2008) concluíram que os futuros professores têm um conhecimento de Estatística precário, na maioria dos casos devido à natureza do seu conhecimento e raciocínio, que apresenta aspetos contraintuitivos, mesmo em níveis muito elementares (Batanero et al., 2004). Adicionalmente, Fernandes (2009) adianta que os futuros professores têm uma visão da Estatística como um tema fácil ao nível do conhecimento do conteúdo, mas quando possuem conhecimento de Estatística este é de carácter teórico. Alguns futuros professores primários que estudaram Estatística cometem, ainda, os mesmos erros em conceitos estatísticos elementares semelhantes aos dos alunos do 1.º ciclo (Stohl, 2005).

Uma experiência de aprendizagem fundamental que os futuros professores devem ter para desenvolver o seu conhecimento estatístico é o trabalho com investigações

estatísticas de maneira a desenvolver capacidades de raciocínio estatístico suficientes, a compreensão aprofundada do conteúdo e a capacidade de lidar com a ambiguidade e incerteza características da Estatística (Batanero & Díaz, 2010). Assim, o conhecimento de Estatística dos professores envolve o conhecimento de como desenvolver investigações estatísticas (CBMS, 2001; Heaton & Mickelson, 2002). Leavy (2010) afirma no entanto que os futuros professores têm uma experiência limitada sobre este tipo de ensino.

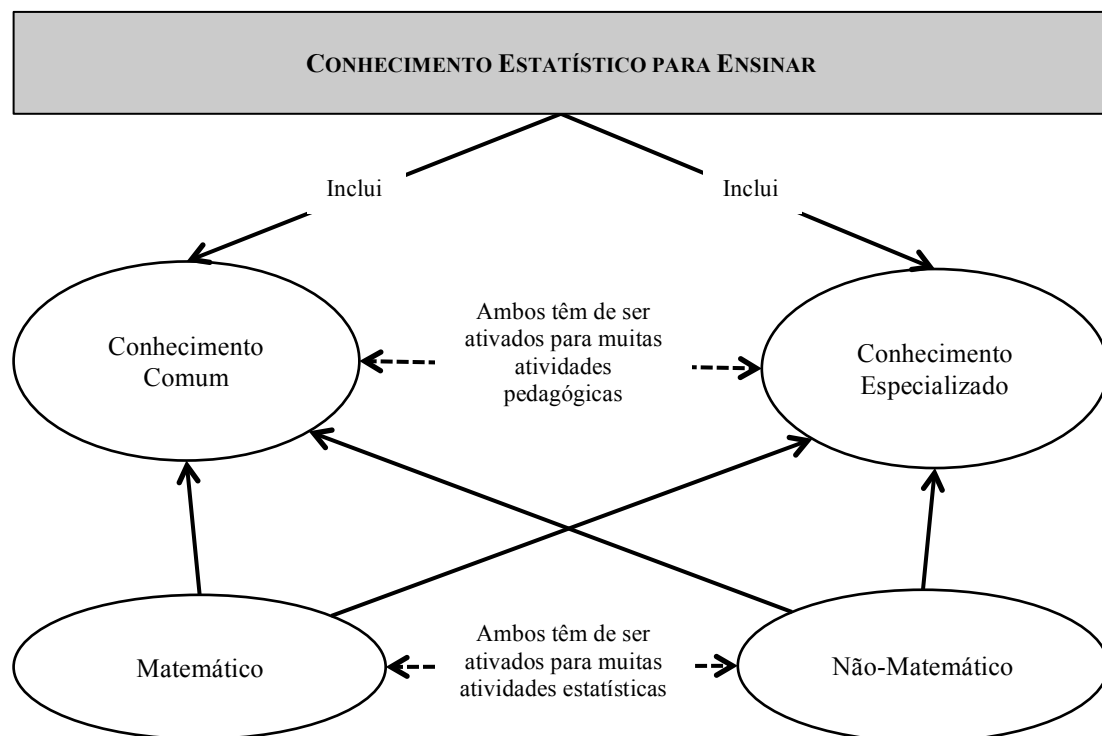


Figura 16. Modelo do conhecimento estatístico para ensinar (Groth, 2007).

Em relação à fase problema da investigação estatística de Wild e Pfannkuch (1999), é necessário que os professores compreendam o tipo de questões que podem ser trabalhadas com dados (CBMS, 2001; Groth, 2007). Heaton e Mickelson (2002) referem mesmo que o professor necessita de uma perspetiva de investigação quantitativa sobre como formular questões de investigação.

Em relação à fase do plano, é importante que os professores tenham a capacidade de andar para trás e para a frente entre a questão (propósito do estudo) e o design da investigação (CBMS, 2001) e de compreender como prosseguir com o processo de investigação quantitativa (Heaton & Mickelson, 2002).

Na fase de recolha de dados, é importante que os professores tenham a capacidade de criar conjuntos de dados, e na fase de análise de dados consigam descrever dados: compreendendo forma, dispersão e centro; usando diferentes formas de representação; e comparando dois conjuntos de dados (CBMS, 2001). Nesta fase os professores necessitam também de saber interpretar os dados, sendo capazes de construir conhecimento a partir deles e saber quando este é adequado (Batanero et al., 2004).

Em relação à fase de conclusão, o CBMS (2001) refere a importância de o professor formar conclusões: escolhendo entre representações e resumos de estatísticas para comunicar conclusões, compreendendo variação, considerar se a questão inicial foi, de facto, respondida, entendendo algumas das dificuldades que surgem da amostragem e da inferência.

Burgess (2008) criou um modelo teórico baseado no modelo de Ball, Thames e Phelps (2005), onde surgem: (i) diferentes vertentes do conhecimento do professor – conhecimento do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo, conhecimento do conteúdo e dos alunos e conhecimento do conteúdo e do ensino; (ii) diferentes aspetos do pensamento estatístico – reconhecimento da necessidade de dados, transnumeração, consideração da variação, raciocinar com modelos, integrar o aspeto estatístico e contextual; e (iii) outros tipos de pensamento mais gerais – ciclo investigativo, ciclo interrogativo e disposições de Wild e Pfannkuch (1999). Esse modelo foi posteriormente utilizado pelo investigador para analisar o trabalho quotidiano do professor quando ensina através de investigações estatísticas. Burgess (2008) concluiu que esse trabalho é essencialmente estatístico, embora todas as vertentes estejam fortemente conectadas. Utilizando a abordagem de estudo de caso com duas professoras (5º - 7º anos), observou que falhas de conhecimento apropriado do professor resultam em oportunidades perdidas em relação ao ensino e aprendizagem da Estatística.

Um outro modelo teórico criado, por Ainley, Jarvis e McKeon (2011), de modo a proceder a uma integração interdisciplinar (entre Ciências, Matemática e Estatística) no desenvolvimento de investigações estatísticas apresenta dois níveis de realização de investigações estatísticas, superficial e aprofundado (figura 17). Esse modelo tem em consideração também os processos de questionamento (*inquiry*) fundamentais ao pensamento estatístico, tanto em relação à sua natureza como ao seu propósito. De acordo com este modelo é possível o desenvolvimento de investigações estatísticas

interdisciplinares de nível aprofundado, trabalhando ideias fundamentais de cada área, com níveis de questionamento desafiantes.

	Ciências	Estatística	Matemática	
Nível superficial: o currículo escolar	Eletricidade, forças, propriedades dos materiais, plantas, ...	Desenhar gráficos, recolher dados, média, mediana, moda, ...	Contar, calcular, nomear formas, medida, ...	Conexões fáceis de fazer, mas superficiais, usando as ideias intermitentemente e sem continuidade
Nível aprofundado: <i>big ideas</i>	Energia, Teoria das partículas, ...	Variabilidade, distribuição, acaso, inferência, ...	Padrões, proporção, equivalência, razão, ...	Conexões mais desafiantes, oferecendo oportunidade de aprendizagem sequencial
Natureza e processo de questionamento	Observação, colocar questões, recolher dados, analisar dados para retirar conclusões, prever, colocar hipóteses, avaliar modelos, colocar questões para ir mais além, ...			
Propósitos do questionamento	Generalização que explique o mundo ou o fenómeno observado	Generalização que informe a tomada de decisões	Generalização que se verifique em todos os casos e que seja consistente internamente	

Figura 17. Modelo de integração de investigações estatísticas (Ainley et al., 2011).

Numa investigação com 108 futuros professores primários espanhóis, onde estes realizaram uma investigação estatística intitulada “Comprova as tuas intuições sobre o azar”, Arteaga, Batanero, Canadas e Gea (2012) concluíram que o conhecimento especializado do conteúdo matemático destes futuros professores revelou-se muito superficial.

Numa outra investigação, desta vez com 30 futuros professores a implementar uma investigação aberta utilizando dados multivariados, Burgess (2002) descobriu que os futuros professores que analisavam o conjunto de dados em relação a mais do que uma variável tinham mais probabilidade de incluir generalizações nos seus relatórios do que aqueles que se focavam numa variável de cada vez. Este último grupo tinha

também tendência a incluir mais afirmações descritivas acerca dos dados do que generalizações.

Finalmente, num estudo com 44 futuros professores (do Pré-Escolar ao 6.º ano), de Heaton e Mickelson (2002), estes teriam de aplicar todo o ciclo de investigação estatística para trabalhar três questões (duas delas quantitativas) sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, completando a investigação com sugestões de mudanças em sala de aula. Os autores observaram que os futuros professores frequentemente colocam questões demasiado simples (“quantos?”), algumas delas sem um objetivo claro para além da obtenção de resposta. No entanto, um exemplo de um grupo de futuros professores, apesar de formular a questão dessa forma, pretendia comparar o número de vezes que as raparigas eram chamadas em sala de aula com o número de vezes que os rapazes eram chamados, revelando alguma preocupação pela igualdade de género. Estes futuros professores com um propósito da investigação mais alargado foram capazes de sugerir recomendações significativas de mudanças. Heaton e Mickelson (2002) reportam também a dificuldade em criar uma questão que gerasse dados quantitativos que levou a uma negociação com os futuros professores sobre o que era exequível estatisticamente. Os autores apresentam também algumas dificuldades relacionadas com a recolha de dados. Alguns futuros professores, mesmo com boas questões, tinham problemas em concretizar fisicamente a recolha de dados devido ao ritmo rápido de ensino e aprendizagem em sala de aula, com apenas uma futura professora a reconhecer a necessidade de uma unidade de medida standard. No final das investigações todos os futuros professores elaboraram recomendações para mudanças em sala de aula, efetuando ligações entre os dados e a prática de sala de aula, não revelando no entanto evidências da avaliação crítica dos dados que recolheram.

De modo a colmatar muitas destas dificuldades dos futuros professores e aprofundar o seu conhecimento sobre como realizar investigações estatísticas, são necessárias múltiplas oportunidades para que estes se possam envolver neste tipo de tarefas (Heaton & Mickelson, 2002). Corroborando esta ideia, MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) recomenda o uso de projetos estatísticos durante a formação inicial de professores, referindo ser viável uma vez que o desenvolvimento e discussão deste tipo de tarefas já é uma parte integral da maioria dos programas. No entanto, segundo estes autores esse recurso deve ser utilizado para enfatizar o processo de investigação

estatística como um veículo para ensinar pensamento estatístico e desenvolver a compreensão e o conhecimento dos professores. Adicionalmente, devem ser projetos que possam ser adaptados ao uso escolar, em que as questões de investigação possam ser desenvolvidas com diferentes níveis de sofisticação, uma vez que assim é mais provável que os futuros professores utilizem este recurso no seu futuro profissional.

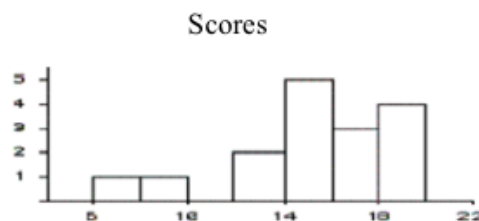
Implicitamente relacionado com a realização de investigações, está o conhecimento de conceitos de organização de dados e de medidas de tendência central. De acordo com Sorto e White (2004), o conhecimento estatístico engloba as seguintes componentes: (i) ler, interpretar, e inferir dados usando gráficos como histogramas, gráficos de linhas, diagramas de caule-e-folhas e tabelas; (ii) reconhecimento, descrição e uso de formas de distribuição de dados; e (iii) desenvolvimento e uso de medidas de tendência central e de dispersão. Na sua perspetiva, é fundamental ter conhecimento destas componentes para ter um bom conhecimento estatístico, o que evidencia a necessidade de conhecimento de processos de organização e representação de dados.

Mesmo sendo um aspeto fundamental do conhecimento estatístico, o conhecimento de gráficos não é tão fácil como se podia esperar. Há mesmo alguns professores que consideram que fazer gráficos não é um conhecimento estatístico (González & Pinto, 2008). No entanto, há evidência que este aspeto do conhecimento estatístico não é bem preparado na formação inicial.

Espinel et al. (2008) fizeram uma investigação com 190 futuros professores em Espanha de modo a comparar os resultados obtidos com os de 345 alunos universitários que responderam às mesmas quatro questões de escolha múltipla elaboradas previamente num estudo de delMas, Garfield e Ooms (2005). O propósito destes investigadores era assim perceber de que modo os futuros professores têm um conhecimento semelhante a outros estudantes universitários da mesma idade. De acordo com a investigação, ao nível da literacia estatística, quanto à leitura de um gráfico (questão 1 da figura 18), apenas 36% dos futuros professores respondem corretamente, apesar de ser a única questão em que os futuros professores tiveram uma melhor performance que os alunos. No entanto, os futuros professores que respondem corretamente justificam apropriadamente a sua opção. Relativamente à literacia estatística, mas ao nível da interpretação de gráficos (questão 2 da figura 18), e ao raciocínio estatístico, tanto ao nível da escolha de um gráfico dada a sua

descrição (questão 3 da figura 18), como ao nível da seleção de um gráfico para representar a mesma informação contida num outro gráfico (questão 4 da figura 18), os futuros professores têm sempre uma performance muito abaixo dos alunos.

1. As classificações de um teste foram calculadas como o número de respostas corretas. Em baixo está uma representação gráfica das classificações do teste. Quantas classificações estão acima de 15?



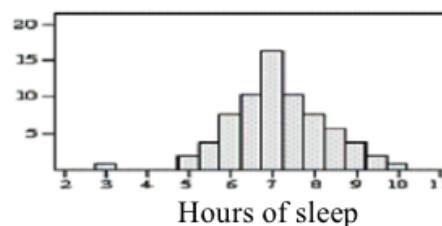
2. O gráfico seguinte mostra a distribuição das horas dormidas ontem à noite por um grupo de alunos universitários. Selecciona a afirmação em baixo que dá a descrição mais completa do gráfico de modo a demonstrar uma compreensão de como descrever e interpretar estatisticamente a distribuição da variável.

A. As barras vão de 3 até 10, aumentando de altura até ao 7, depois diminuindo até ao 10. A barra mais alta é 7. Há uma falha entre o 3 e o 5.

B. A distribuição é normal, com uma média de cerca de 7 e um desvio padrão de cerca de 1.

C. A maioria dos estudantes parece dormir o suficiente durante a noite, mas alguns estudantes dormem mais e alguns dormem menos. Contudo, um estudante deve ter ficado acordado até muito tarde e teve muito poucas horas de sono.

D. A distribuição das horas de sono é mais ou menos simétrica e em forma de sino, com um *outlier* no 3. O número de horas típico é de cerca de 7 e a amplitude geral é de 7 horas.

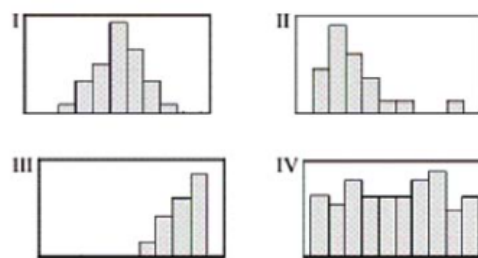


3. Faz corresponder cada descrição com o histograma apropriado.

Descrição A. O conjunto de classificações do teste, onde o teste era muito fácil.

Descrição B. O último dígito do número da loteria vencedora durante um ano.

Descrição C. O peso médio de um adulto saudável compilado mensalmente durante dois anos.



4. O gráfico seguinte mostra a distribuição de horas dormidas ontem à noite por um grupo de estudantes universitários. Que diagrama de extremos-e-quartis parece representar os mesmos dados que o histograma [da questão 2]?

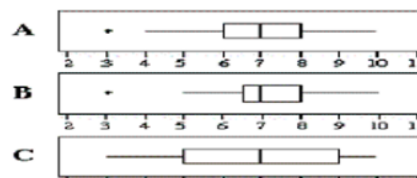


Figura 18. Questões utilizadas no estudo de Espinel et al. (2008).

Os autores concluíram que embora os futuros professores percebam o essencial da Estatística Descritiva, carecem de experiências para interpretar gráficos, mostrando

erros envolvendo a simetria, *outliers* e frequências acumuladas. Eles pensam maioritariamente em termos de variáveis qualitativas, confundindo histogramas com gráficos de barras. Adicionalmente, os futuros professores identificam incorretamente a variável relevante e falham na interpretação da distribuição de dados num histograma. Podemos observar também que estes futuros professores têm um conhecimento igual, ou mais limitado, que os alunos estudo de delMas et al. (2005), revelando algumas falhas na formação inicial destes professores.

González e Pinto (2008), depois da sua investigação com quatro futuros professores do ensino secundário, defendem que estes apresentam um conhecimento limitado e insuficiente de representações gráficas. Estes autores verificaram que estes não tinham qualquer conhecimento de diagramas de caule-e-folhas. Concluíram que é necessário formação específica sobre diferentes representações, com referência ao seu papel, aspeto, dificuldades e valor no processo de ensino e aprendizagem.

Noutro estudo com 24 futuros professores do ensino secundário, Burrill (2008) pediu que estes usassem gráficos e medidas estatísticas para ordenar quatro regiões dos E.U.A., tendo em conta as taxas de alunos a completar o secundário. A maioria calculou médias e medianas por região, representou gráficos de barras das médias e usou as médias para ordenar as regiões. Três futuros professores usaram gráficos de barras agrupadas para os estados de cada região e desses três, um adicionou uma linha representando a média de todos os estados. Apenas um futuro professor usou diagramas de extremos-e-quartis para representar os dados. Burrill (2008) afirma que quando lhes são dadas duas variáveis, a maioria dos futuros professores parece escolher os gráficos de barras (por exemplo comparar os níveis de colesterol antes e depois de uma dieta específica). Com este estudo Burrill (2008) concluiu que tanto os futuros professores como os professores em serviço, não pensam intuitivamente nos gráficos como um instrumento para explorar e compreender dados.

O estudo de Arteaga (2008) inclui 93 futuros professores primários envolvidos na realização de uma investigação estatística. Nesse contexto, tinham que construir representações gráficas. Segundo o autor, são poucos os futuros professores que incluem legenda correta e significativa no gráfico e alguns não centram os intervalos de frequências nos histogramas. Uma outra dificuldade observada foi a troca da variável dependente e independente, colocando a frequência no eixo horizontal. Verificou ainda que nem todos os futuros professores que atingem os níveis 3

(representação de uma distribuição de dados) e 4 (representação de várias distribuições num mesmo gráfico) de construção de gráficos foram capazes de interpretar corretamente os gráficos construídos para obter conclusões sobre o problema proposto. Este autor concluiu com este estudo que a construção e interpretação de gráficos é uma capacidade altamente complexa, onde se detetam várias dificuldades.

Outro estudo durante a formação inicial de professores, neste caso primários, revela que mesmo que os futuros professores não acabem a sua formação inicial com um conhecimento profundo de representações gráficas, a frequência, durante o curso de uma unidade curricular sobre o tema pode mostrar grande influência nos seus conhecimentos. Martins et al. (2009) fizeram um estudo exploratório, realizado com 40 futuros professores primários no sentido de verificar essa influência em conceitos de organização de dados e medidas de tendência central. Para tal, foi feito um questionário inicial, observação participante de aulas e um teste final. Os autores concluem que, quanto à organização de dados em tabelas de frequências e gráficos adequados a cada tipo de variável, a unidade curricular permitiu aos futuros professores ampliar o conceito de frequência e eleger, com segurança, o gráfico adequado à natureza da variável, embora alguns futuros professores continuem a ter dificuldades na construção do histograma, pela não consideração do referencial como origem ou pela falta de uma perceção clara da natureza contínua da variável.

Relativamente ao uso de representações para interpretar um conjunto de dados, Sorto e White (2004), num estudo com 43 futuros professores (5.º - 8.º anos) com o propósito de medir os níveis de literacia estatística, referem que os futuros professores mostram um melhor desempenho no nível mais baixo de pensamento estatístico, que envolve basicamente retirar informação dos gráficos e reconhecer, identificar e calcular.

Estas dificuldades de interpretação e, até, de construção de representações gráficas, pode, no futuro, afetar o ensino destes conceitos a alunos. Um estudo que comprova isso foi realizado por Dempsey, Fisher III e Hale (1998) onde analisaram a perceção e compreensão de representações gráficas de 429 professores, concluindo que as perceções dos professores influenciam fortemente as perceções dos alunos. Os professores acreditavam que era mais benéfico ensinar os alunos a compreender e interpretar gráficos, em vez de colocar ênfase nos alunos a criar as suas próprias

representações dos dados. Estes professores admitiram também que utilizavam os gráficos com menos frequência à medida que o ano de escolaridade aumentava. Educadores e professores primários reportaram que utilizavam o dobro das vezes as representações gráficas em comparação com os professores do ensino secundário, e quando lhes perguntavam porquê eles responderam que a escola era mais ativa durante os primeiros anos. A maioria dos professores participantes também acreditavam que o gráfico de barras era o mais útil e fácil para os alunos perceberem e analisarem dados estatísticos, e assim a ferramenta estatística mais apropriada. Não surpreendentemente, esta crença levou os alunos a terem mais familiaridade com esse tipo de representação.

A formação inicial necessita ter um papel mais vincado no desenvolvimento do conhecimento destes conceitos de organização e representação de dados. Como referem González et al. (2011), os futuros professores precisam de conhecimento de como diferentes gráficos estatísticos são construídos e o sentido de como esse conhecimento se liga a outros aspetos do currículo matemático, como por exemplo gráficos de funções em Álgebra. Espinel (2007) engloba também a importância de fornecer experiências aos futuros professores na interpretação de gráficos.

Relativamente ao conhecimento de medidas de tendência central, os professores devem possuir conhecimento destas, para além da compreensão processual, de maneira a poder ensiná-las aos alunos. Relativamente ao conceito de moda, os futuros professores não revelaram dificuldades nem antes nem após uma unidade curricular na sua Licenciatura em Educação Básica (Martins et al., 2009). No entanto, segundo Jacobbe (2008), mesmo professores primários exemplares não possuem conhecimento conceptual sobre a moda.

No que diz respeito ao conceito de média, existem já algumas investigações lidando com a compreensão e dificuldades de professores de 1.º ciclo (Guimarães et al., 2010; Jacobbe, 2008; Olfos & Estrella, 2010), 2.º e 3.º ciclo (Fernandes, 2009; Guimarães et al., 2010; Monteiro, 2009; Olfos & Estrella, 2010; Sorto & White, 2004) e futuros professores (Espinel, 2007; Estrada, Batanero, Fortuny & Díaz, 2005; Fernandes & Barros, 2005; Fernandes, 2009; Leavy & O'Loughlin, 2006; Martins et al., 2009). Estas investigações revelam que os professores, mesmo os considerados exemplares, e os futuros professores têm uma visão restrita da média aritmética.

<p>Tarefa 1. O treinador Andrews está a seleccionar alunos para jogar na equipa All Star. Ele decidiu olhar para a pontuação de cada jogador durante as últimas três semanas da época. Em baixo está a pontuação do Bob e do Deon. Se o treinador Andrews pode seleccionar apenas um destes dois jogadores, quem recomendaria que ele seleccionasse e porquê? [Nota: o treinador não recebeu as classificações do Deon nos últimos dois jogos]</p> <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">Bob:</td> <td>21</td><td>16</td><td>23</td><td>21</td><td>20</td><td>17</td><td>16</td><td>22</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">Deon:</td> <td>24</td><td>18</td><td>21</td><td>25</td><td>22</td><td>28</td><td></td><td></td> </tr> </table>	Bob:	21	16	23	21	20	17	16	22	Deon:	24	18	21	25	22	28			<p>Tarefa 2. Um aluno frequentou o colégio A durante dois semestres e obteve uma média de 3.2. O mesmo aluno frequentou o colégio B durante três semestres e obteve uma média de 3.8. Qual é a média final do aluno?</p>
Bob:	21	16	23	21	20	17	16	22											
Deon:	24	18	21	25	22	28													
<p>Tarefa 3. O preço médio de um pacote de batatas fritas é 27p. Nós temos sete pacotes de batatas fritas todos com a etiqueta do preço em branco. Coloca um preço em cada um dos pacotes de modo que a média do preço seja de 27p.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> </div>	<p>Tarefa 4. O preço médio de um pacote de batatas fritas é 27p. Nós temos sete pacotes de batatas fritas todos com a etiqueta do preço em branco. Coloca um preço em cada um dos pacotes de modo que a média do preço seja de 27p. Contudo, nenhum dos pacotes de batatas fritas pode custar 27p.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> <input style="width: 30px; height: 30px; border: 1px solid black;" type="text"/> </div>																		
<p>Tarefa 5. Um grupo de alunos do 5.º ano decidiu investigar quantos M&M's tinham num pacote. Cada um trouxe um pacote para a escola e contaram o número de M&M's em cada pacote. Depois colocaram os resultados num gráfico de pontos. O gráfico seguinte tem os seus resultados (por exemplo, descobriram que 3 pacotes tinham 27 M&M's dentro deles).</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <pre> X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X X 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 </pre> </div> <p>a) Consegues identificar ou estimar a média através da observação do gráfico (sem efetuar qualquer cálculo)?</p> <p>b) O que significa a média no contexto da distribuição das classificações (gráfico acima)?</p>																			

Figura 19. Tarefas apresentadas aos futuros professores no estudo de Leavy e O'Loughlin (2006).

Num estudo apenas focado no conhecimento conceptual da média, Leavy e O'Loughlin (2006) analisaram informação de diversos instrumentos por parte de 263 futuros professores primários. Para isso, assumiram que o conhecimento conceptual da média podia ser analisado através do reconhecimento de contextos onde a média é uma medida apropriada (tarefa 1 da figura 19), do cálculo de médias ponderadas (tarefa 2 da figura 19), da compreensão da relação entre a média e o conjunto de

dados a partir do qual a média é construída (tarefas 3 e 4 da figura 19) e da compreensão visual da média (tarefa 5 da figura 19).

Os resultados deste estudo mostram que, dependendo da tarefa, entre 3% e 62% dos participantes usaram uma estratégia que demonstra conhecimento conceptual da média, sendo que a maioria mostrou perícia nas técnicas processuais relacionadas com a média. A maioria dos futuros professores mostra assim conhecimento funcional da média, reconhecendo a média como valor representativo de um conjunto de dados ou utilizando-a para comparar dois conjuntos de dados. Observou-se também a confusão de alguns futuros professores (25%) entre o conceito de média e de moda, quer na descrição narrativa da média quer através da identificação da média numa representação gráfica. Este estudo mostra ainda que onde os futuros professores têm menos dificuldade é na construção de um conjunto de dados para refletir um dado valor de média. Os autores concluíram que existem uma relação complexa entre os dois tipos de compreensão e que as estratégias encontradas, que tinham sido identificadas indicadoras de compreensão conceptual, foram frequentemente encontradas na construção de compreensão processual. Como exemplo, as autoras apresentam o caso da construção de um conjunto de dados dada a média, indicador de compreensão conceptual, que neste estudo envolveu muitas estratégias, algumas envolvendo a noção de equilíbrio, baseadas na compreensão computacional ou processual do algoritmo da média.

Ainda para analisar o conhecimento processual e conceptual da média, englobando também o conceito de mediana, Jacobbe (2012) fez um estudo com três professores primários americanos. Numa primeira questão, que retratava o conhecimento de nível mais baixo sobre estas medidas apresentado pelas GAISE (Franklin et al., 2007), pretendia averiguar se os professores sabiam como as medidas de tendência central e a variação podem ser usadas para tomar decisões através da análise de dois gráficos de pontos. Com base nos resultados, Jacobbe (2012) reportou que dois dos três professores foram capazes de escolher o gráfico baseando-se na redução de variação e todos foram capazes de fazer estimativas razoáveis para estes dois conceitos. Utilizando a informação proveniente de entrevistas a estes professores, o autor menciona que dois professores tiveram dificuldade em explicar o que essas medidas representavam. Conclui com este estudo que os participantes não têm a ligação entre os procedimentos para determinar a média e a mediana e o que estas medidas

representam na realidade num determinado contexto. Contudo, nalguns momentos mostram evidência de conhecimento conceptual das medidas.

Relativamente aos resultados encontrados noutros estudos, podemos observar que os participante quando têm de calcular e estimar a média de um conjunto pequeno de dados quantitativos, representado num gráfico de pontos, não mostram dificuldade (Sorto & White, 2004). No caso em que têm um conjunto de dados qualitativos e lhes é pedido para estimar a média, mostram grandes falhas no seu conhecimento (Espinell, 2007; Fernandes & Barros, 2005). Nesses casos ou estimam a mediana sem observarem a distribuição (Sorto & White, 2004) ou, quando tentam descobrir a média, calculam a média das frequências (Martins et al., 2009; Sorto & White, 2004). Apenas uma pequena parte é capaz de criar uma distribuição com uma média específica não inteira, enquanto a maioria fica desconfortável por ter uma média não inteira (Martins et al., 2009; Olfos & Estrella, 2010; Sorto & White, 2004). Adicionalmente apenas uma pequena parte acertou questões que trabalhavam a propriedade da média estar localizada entre os extremos ou a propriedade da média poder ser um valor sem correspondência física na vida real (Guimarães et al., 2010). Apesar de saberem que é possível ter diferentes conjuntos de dados com a mesma média, no entanto, só uma pequena parte deles é capaz de justificar usando um argumento baseado tanto no algoritmo como no conceito de média como um ponto de equilíbrio (Sorto & White, 2004). Há ainda uma percentagem preocupante que não tem em consideração os *outliers* quando calcula médias (Estrada et al., 2005; Olfos & Estrella, 2010) e que não relaciona a média com o total (Estrada et al., 2005). No entanto, a maioria parece ter conhecimento acerca da influência do valor nulo no cálculo da média (Olfos & Estrella, 2010). Os professores mostram ainda dificuldade em dar uma resposta apropriada para problemas de médias ponderadas (Monteiro, 2009), apesar de Fernandes e Barros (2005) referirem que depois lecionar uma unidade temática de Estatística, esta dificuldade é colmatada, tanto na determinação de um dado valor a partir da alteração do valor da média dada como no cálculo da média de duas médias dadas.

A investigação nesta área conclui que apenas uma minoria dos participantes evidencia alguma compreensão conceptual da média, com os restantes a demonstrarem uma compreensão baseada nos aspetos processuais do seu cálculo (Fernandes & Barros, 2005; Leavy & O'Loughlin, 2006; Martins et al., 2009; Olfos & Estrella, 2010).

Constata-se que o aspeto computacional é mais facilmente compreensível do que o aspeto conceptual da média. Leavy e O'Loughlin (2006) concluem que os futuros professores possuem um conhecimento e compreensão superficiais da média e incapacidade de usá-la em contextos não familiares.

No que respeita o conceito de mediana, a investigação demonstra que os professores não possuem a ligação entre os procedimentos para determinar a mediana e o que é que esta medida de tendência central realmente envolve dentro do contexto específico, revelando uma compreensão mais processual do conceito (Jacobbe, 2008; Martins et al., 2009). Adicionalmente, os professores tendem a calcular a média quando lhes é pedido para determinar a mediana (Jacobbe, 2008). Outro erro que cometem é a não ordenação dos valores dos dados para determinar a mediana, no caso das variáveis quantitativas discretas (Martins et al., 2009). No caso de variáveis qualitativas, também apresentam dificuldades (Espinel, 2007).

Na aplicação dos conceitos de média, moda e mediana, em conjunto com o conceito de amplitude, na resolução de problemas (figura 20), verificaram-se algumas dificuldades em trabalhar simultaneamente com vários conceitos, mesmo após a unidade curricular (Martins et al., 2009). Estes investigadores concluíram que os futuros professores possuem uma interpretação instrumental dos conceitos, centrando-se na utilização e aplicação de fórmulas ou processos de cálculo.

Tarefa 7 - Idade dos filhos de Sr. João. O Sr. João tem sete filhos. Sabe-se que a média das suas idades é 11 anos, a moda é 8, a mediana é 10 e a amplitude das idades é 13 anos. Considerando que nenhuma das medidas calculadas foi arredondada, indique, justificando, uma idade possível para cada um dos filhos do Sr. João.

Figura 20. Tarefa apresentada aos futuros professores no estudo de Martins et al. (2009).

Num outro estudo envolvendo a compreensão das três medidas de tendência central, Groth e Bergner (2006) analisaram como 46 futuros professores consideravam as diferenças e semelhanças entre as três medidas. Utilizando a taxonomia SOLO (nível uni-estrutural/simbólico-concreto, nível multi-estrutural/simbólico-concreto, nível relacional/simbólico-concreto e nível abstrato estendido), obtiveram os seguintes resultados: oito participantes englobavam-se no nível uni-estrutural/simbólico-concreto, pois apenas foram capazes de dar definições das várias medidas de

tendência central; 21 participantes encontravam-se no nível multi-estrutural/simbólico-concreto, uma vez que compreendiam as medidas como um importante objeto matemático e não como apenas um resultado de um procedimento; 13 professores estavam no nível relacional/simbólico-concreto, uma vez que percebiam que as medidas de tendência central nos dizem o que é típico acerca do conjunto de dados; e três professores situavam-se no nível abstrato estendido, porque conseguiam articular quando é que uma medida de tendência central é mais apropriada ou útil que outra. Assim, são poucos os futuros professores já com níveis de compreensão elevados das medidas de tendência central.

Num outro estudo com futuros professores primários, Leavy (2006) analisou que estratégias usam para comparar distribuições de dados. A investigadora concluiu que, depois de uma intervenção didática do tema, a maioria dos participantes passaram de um foco exclusivo na Estatística Descritiva (especialmente fazendo uso da média) para a inclusão de representações gráficas onde consideraram tanto a variação como os centros.

Destes estudos apresentados, percebemos algumas falhas preocupantes sobre o conhecimento estatístico dos professores (e futuros professores). Como consequência, os futuros professores acabam a sua formação inicial com muitas dificuldades ou falta de conhecimento estatístico essencial que pode prejudicar o seu ensino futuro. A falta de confiança no seu conhecimento pode levar a que fiquem desconfortáveis a ensinar este tema e, consequentemente, tentem não o ensinar ou reduzir o seu conteúdo, alegando falta de tempo (Fabrizio et al., 2007).

Para apoiar os futuros professores, durante a sua formação inicial, a desenvolver o seu conhecimento estatístico, são várias as recomendações de investigadores. Uma delas é o desenvolvimento da compreensão de conceitos estatísticos fundamentais. De acordo com Pfannkuch (2008), isso envolve trabalhar conceitos relacionados com o pensamento de transnumeração, o raciocínio com modelos estatísticos e a consideração da variação. Pfannkuch e Ben-Zvi (2011) especificam o conceito de dados, padrões nos dados, variabilidade, distribuição, inferência... De modo a concretizar isso na formação inicial, é necessário envolver os futuros professores em atividades para desenvolver estes conceitos e as conexões entre eles, fornecendo também literatura sobre estas ideias fundamentais (Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011). Leavy e O'Loughlin (2006) particularizam o caso do conceito de média, onde referem

ser importante que a formação inicial forneça experiências que ajudem a ultrapassar o desequilíbrio entre o conhecimento conceptual e processual de média. Preconizando o desenvolvimento do conhecimento conceptual da média, sugerem oportunidades para trabalhar aspetos qualitativos e interpretativos da representação de dados. Atividades de nivelamento podem apoiar e mediar a aprendizagem do algoritmo da média e experiências com a distribuição equitativa ou modelos de equilíbrio podem ajudar os futuros professores a construir um repertório de representações.

Outra recomendação para a formação inicial diz respeito ao desenvolvimento da capacidade de explorar e aprender dos dados (Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011). Um modo eficaz de concretizar isto é fornecendo oportunidades aos futuros professores de experienciar investigações estatísticas do tipo escolares, com atenção explícita a cada uma das fases e apoio adequado (Burgess, 2008, 2011; Heaton & Mickelson, 2002; Pfannkuch, 2008; Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011). De acordo com Batanero e Díaz (2010), ter os professores envolvidos em projetos de investigação podem mudar a forma como a Matemática é experienciada em sala de aula, especialmente em conexão com a Estatística.

Adicionalmente, recomenda-se que a formação inicial de professores desenvolva o poder de argumentação estatístico dos futuros professores (Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011). Segundo estes autores, os futuros professores devem ser encorajados a derivar conclusões lógicas dos dados, quer formalmente quer informalmente, conjuntamente com a necessidade de fornecer argumentos persuasivos baseados na análise de dados num ambiente de questionamento.

Para além de ser sugerido o recurso a vários momentos de avaliação formativa nos programas de formação inicial (Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011), o trabalho com tecnologia é bastante preconizado (Batanero & Díaz, 2010; Hall, 2008; Lee & Hollebrands, 2008). Segundo Hall (2008) o uso de explorações com dados reais com suporte do software *ThinkerPlots* tem grande potencial no desenvolvimento do conhecimento estatístico de futuros professores. Adicionalmente, Lee e Hollebrands (2008) usaram tecnologia, tanto como amplificadora como reorganizadora, de modo a motivar professores em tarefas que simultaneamente desenvolviam a sua compreensão conceptual de ideias estatísticas com tecnologia e providenciavam experiências em primeira mão sobre como a tecnologia pode ser útil a desencadear pensamento estatístico.

2.2.2.3. DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DIDÁTICO DE ESTATÍSTICA

Conjuntamente com um bom conhecimento estatístico, os professores necessitam de um conhecimento da didática deste tema para efetivamente o poderem ensinar aos seus alunos. Sorto e White (2004) dividem o conhecimento didático da Estatística em três áreas: conhecimento dos alunos, conhecimento do ensino e conhecimento da avaliação. No entanto, considero que o conhecimento das diferentes formas de avaliação pode ser englobado no conhecimento dos diferentes recursos e materiais para o ensino da Estatística, e portanto, incorporado no conhecimento do ensino. Como o foco deste estudo é a realização de investigações estatísticas, nomeadamente com crianças, atendo primeiro ao conhecimento didático necessário para que isso aconteça e, posteriormente, a outros aspetos do conhecimento dos alunos e do ensino relativamente à Estatística.

De modo a realizar investigações estatísticas na sala de aula, para além de um conhecimento de Estatística profundo, o professor necessita de conhecimento de como realizar investigações estatísticas com crianças e como facilitar o raciocínio acerca de dados com crianças e de disposição para ensinar e aprender que valorize o conhecimento obtido através da investigação (Heaton & Mickelson, 2002). Como ensinar através de investigações estatísticas implica ainda ensinar através do questionamento (*inquiry*), os professores enfrentam diversos desafios nesse trabalho: lidar com a incerteza e ambiguidade, imaginar o que significa esse questionamento em sala de aula, criar uma cultura de questionamento em sala de aula, gerir o discurso de sala de aula, reconhecer oportunidades de aprendizagem de eventos inesperados, assumir em diferentes situações o papel de motivador, modelador, questionador prático, colaborador e mentor, equilibrar entre a orientação do professor e a independência do aluno, ter um pensamento flexível e criativo, encorajar o debate e interpretações e orientar a colaboração entre alunos (Groth, 2006; Makar, 2008; Makar & Fielding-Wells, 2011).

De acordo com Makar (2008), a realização de questionamento em sala de aula, através de problemas mal construídos requer dos professores um número de técnicas, a maioria das quais que não se encontram no currículo escolar: (i) gerar curiosidade acerca do mundo, próprio dos problemas “será que?”; (ii) escrever uma questão

possível de ser medida que forneça informação para esses problemas; (iii) determinar dados relevantes, válidos e acessíveis; (iv) planear e conduzir a recolha de dados; (v) confirmar, limpar e organizar dados; (vi) reconhecer as limitações dos dados; (vii) analisar e interpretar dados; (viii) articular resultados; (ix) procurar explicações; e (x) gerar questões de aprofundamento.

Um aspeto crítico é a profundidade de conhecimento e experiência que os professores precisam para planear e conduzir investigações estatísticas que desenvolvam uma compreensão estatística profunda (Arnold, 2008). De uma maneira mais geral, o professor necessita de conhecimentos sobre a natureza destas atividades, as possíveis estratégias e ferramentas, as dificuldades mais comuns entre os alunos e a maneira de dinamizar uma aula (Ponte, 2001, 2007). Estes conhecimentos e competências devem ser desenvolvidos constantemente através da reflexão sobre o trabalho realizado (Ponte, 2001). Mais especificamente, Martins e Ponte (2010) referem que “o professor tem de promover nos alunos a compreensão do que é uma investigação estatística, nas suas etapas fundamentais (...) e habilitá-los para realizar estudos deste tipo” (p. 12). A organização em grupo é especialmente adequada e pertinente no desenvolvimento de pequenos projetos de organização e tratamento de dados que possibilitam uma divisão de tarefas pelos diversos alunos e ganhos de tempo (ME, 2007; Ponte & Fonseca, 2001). Como referem Makar e Fielding-Wells (2011), neste tipo de trabalho há necessariamente menos ordem na sala de aula, o que leva muitas vezes os professores a considerar ser contra produtivo para o ensino. O facto de existir barulho e possíveis mudanças de abordagem para gerir o comportamento dos alunos contrasta com as normas existentes de sala de aula. Logo é preciso que os professores tenham tolerância sobre os períodos de barulho e desorganização (Makar, 2008). Adicionalmente, numa aula com investigação estatística, é impossível prever todas as ideias e questões que os alunos podem ter e, por isso, essa aula é mais complexa de gerir que uma aula baseada na exposição de conteúdo e realização de exercícios (Ponte, 2011). Heaton e Mickelson (2002) referem ainda que é necessário ter em mente simultaneamente os objetivos de aprendizagem tanto relativos ao conteúdo como ao processo de investigação para a investigação ter sucesso em sala de aula.

Durante o planeamento da investigação estatística, cabe aos professores ajudar os alunos a tomarem decisões metodológicas como, por exemplo, usar populações ou amostras (Makar & Fielding-Wells, 2011). Ainda sobre esta fase, Heaton e Mickelson

(2002) defendem que os professores devem transferir algum controlo para os alunos, dando-lhes a responsabilidade do planeamento. No entanto, esta fase também é frequentemente descurada em sala de aula, não proporcionando aos alunos ferramentas para lidar com problemas estatísticos na sua fase inicial (Shaughnessy, 2007). Na terceira fase da investigação estatística, de recolha dos dados, segundo Makar e Fielding-Wells (2011), os professores com experiência na orientação do trabalho dos alunos facilmente reconhecem oportunidades para aprendizagens significativas durante a discussão entre estes relativa a problemas emergentes da recolha de dados. Durante a fase da análise o professor deve permitir que os alunos representem os seus próprios dados, encorajando mudanças de representação que favoreçam o aparecimento de visões alternativas sobre os dados (Makar & Fielding-Wells, 2011). Gerir dados complexos pode despoletar discussões sobre o tratamento de *outliers*, erros e resultados não antecipados. Apesar dos constrangimentos de tempo serem uma preocupação válida para os professores, permitir que os alunos identifiquem os erros e as ineficiências e negoceiem atividades alternativas desenvolve a sua compreensão, perseverança e eficiência (Makar & Fielding-Wells, 2011). Finalmente, na conclusão, os professores precisam de recorrer a técnicas de questionamento competentes e à compreensão da análise estatística de maneira a facilitar o raciocínio dos alunos em estabelecer conexões entre as suas conclusões, a questão sob investigação e a evidência que recolheram (Makar & Fielding-Wells, 2011).

Num estudo de Makar (2008), com cinco professores do 3.º ao 6.º ano durante um período de quatro anos, a investigadora criou um modelo para compreender como ocorrem as mudanças de experiência dos professores enquanto constroem confiança e perícia em ensinar questionamento estatístico (figura 21).

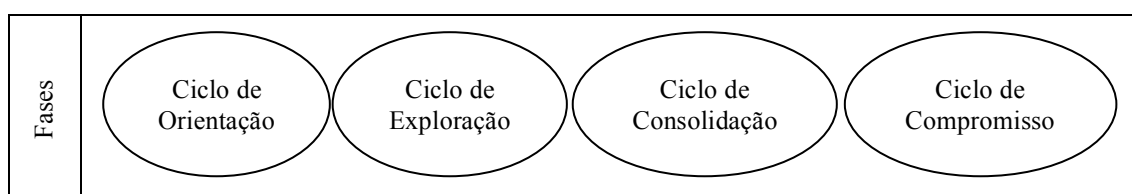


Figura 21. Modelo da aprendizagem em ensinar questionamento estatístico (Makar, 2008).

Makar (2008) reporta que os professores passam por quatro ciclos diferentes no seu

processo de aprendizagem de ensinar questionamento estatístico em sala de aula. Num primeiro ciclo, denominado de ciclo de orientação, os professores imaginam como será esse questionamento em sala de aula, sobrevivem aos desafios estruturais de sala de aula, tomam consciência da mudança na direção aluno-professor e mostram entusiasmo acerca do envolvimento dos alunos. Num segundo momento, ciclo de exploração, os professores tendem a explorar o questionamento, a considerar a gestão das estruturas de sala de aula, a experimentar, equilibradamente, a direção aluno-professor e a conectar o questionamento com o currículo exigido. Posteriormente, numa fase de consolidação, os professores refinam o processo de questionamento, melhoram as estruturas de sala de aula e focam-se na aprendizagem do conteúdo dos alunos, desenvolvendo técnicas de orientação e apoio para tal. Finalmente, quando atingem o ciclo de compromisso, os professores abraçam o processo de questionamento, criam uma cultura de sala de aula de questionamento, aprofundam a aprendizagem dos alunos e envolvem outros professores no processo de questionamento. Com estes resultados, observamos que o ensinar o processo de questionamento estatístico é, para os professores, um percurso de aprendizagem complexo, em que em cada nova tentativa se atinge um nível mais profundo de questionamento.

No estudo de Heaton e Mickelson (2002) com 44 futuros professores (do Pré-Escolar ao 6.º ano), numa segunda tarefa, estes tiveram que planear, conduzir e refletir sobre uma investigação estatística com crianças em sala de aula. As investigações para crianças que estes futuros professores criaram situavam-se em áreas curriculares de Ciências, Ciências Sociais e Literatura, centrando-se em temas como reciclagem, luz, temperatura, discriminação, saúde e higiene, animais de estimação, comunidades e estudos de autor. No entanto, segundo os autores, as questões utilizadas eram unidimensionais com uma resposta correta e a síntese que a maioria dos futuros professores realizou dos dados não foi além de um sumário descritivo. Aliás, os autores mencionam que os futuros professores têm uma tendência para se focar nas componentes técnicas da construção de gráficos, perdendo de vista o objetivo das investigações. Indicam mesmo que para os futuros professores, a construção de um gráfico constituía um fim da recolha de dados, sem uma ligação significativa com a questão inicial, considerando que isso revela incerteza acerca do que é uma investigação e dificuldade em raciocinar com os dados. Apesar de ter sido uma

oportunidade para que os futuros professores adquirissem experiência com este tipo de trabalho, o resultado da aprendizagem das crianças foi limitado tanto em termos de conhecimento estatístico como em termos do tópico sob investigação. Heaton e Mickelson (2002) reportam que a escolha da questão teve um grande impacto na recolha de dados e subsequente análise, síntese e interpretação. Concluem que os futuros professores, em sala de aula, fazem recurso das componentes do processo de investigação que conhecem melhor e compreendem, nomeadamente a recolha de dados e a construção de gráficos. Esta falta de flexibilidade faz com que seja difícil, para os futuros professores, reconhecer momentos importantes de ensino e decidir o que fazer com eles quando surgem.

Num outro estudo com futuros professores, Leavy (2010) analisou como 51 futuros professores primários, envolvidos em estudos de aula (*lesson study*), planeavam e refletiam sobre a realização de investigações estatísticas com crianças. Os resultados mostram que os futuros professores apresentam dificuldades em desenhar questões iniciais para motivar investigações estatísticas. Essas dificuldades parecem estar relacionadas com a tensão entre desenhar investigações estatísticas interessantes e relevantes para crianças e simultaneamente gerar dados cuja estrutura apoia o tipo de raciocínio crítico à inferência informal. As questões iniciais produzidas pelos futuros professores só geravam dados discretos, o que limita o tipo de análise que pode ser realizado e o grau com que se conseguem fazer inferências. A investigadora reporta ainda que estes demonstraram dificuldades em saber o que fazer e porquê, no quadro do ciclo investigativo, demonstrando não compreender a importância de cada fase. Concluiu que os participantes veem o ensino da Estatística como fácil e a sua compreensão do conhecimento de conteúdo tende a ser fraca e limitada a procedimentos. Contudo, Leavy (2010) menciona que a experiência a planificar aulas e a ensiná-las em sala de aula apresentou oportunidades para os futuros professores desenvolverem a sua compreensão do conteúdo e desenvolverem perspetivas sofisticadas dos dados.

Arteaga et al. (2012) reportam outro estudo com 108 futuros professores primários espanhóis. Estes participantes tiveram a oportunidade de experienciar a realização de uma investigação estatística, intitulada “Comprova as tuas intuições sobre o azar”, recolhendo dados através de uma experiência e comparando três variáveis. Os autores concluem que os futuros professores mostraram pouca capacidade para identificar

objetos matemáticos implícitos ou que se tenham tornado explícitos na situação de ensino e, portanto, com capacidade de avaliar o que os alunos aprenderam.

De modo a apoiar o desenvolvimento do conhecimento dos futuros professores em relação ao ensino e aprendizagem de investigações estatísticas, com recurso ao questionamento estatístico, é necessário que a formação inicial tenha um papel essencial. Este tipo de abordagem em sala de aula tem o potencial de reforçar o propósito do currículo de outras áreas curriculares, como as Ciências e as Ciências Sociais (Heaton & Mickelson, 2002), como a inclusão de questionamento estatístico essencial para desenvolver a compreensão dos alunos (Makar, 2008).

De modo a desenvolver o conhecimento didático, mostra-se necessário que a formação inicial forneça múltiplas oportunidades para que os futuros professores se envolvam nestas atividades primeiro como alunos de modo a modelar como desenvolver o conhecimento estatístico dos alunos (Makar & Fielding-Wells, 2011), conectando todas as vertentes do conhecimento do professor (Burgess, 2011). Segundo Makar e Fielding-Wells (2011), isso proporciona compreensão mais profunda dos processos estatísticos complexos, como a interrogação dos dados, modos de pensar, disposição exigida, incertezas e ambiguidades encontradas e múltiplas interpretações e decisões realizadas em cada fase da investigação estatística. Isso implica também que maior atenção seja dada a oportunidades para que os futuros professores experienciem o questionamento como alunos, fornecendo-lhes técnicas para lidar com a gestão da logística de sala de aula e aprofundando o seu conhecimento de conteúdo (Makar, 2008). De acordo com Makar e Fielding-Wells (2011), é necessário alertar para os novos papéis que este tipo de abordagem exige do professor em sala de aula, discutindo as suas implicações. Relativamente ao processo de investigação estatística, é necessário que a formação inicial apoie os futuros professores a distinguir questões limitadoras e a colocar questões interessantes estatisticamente e intelectualmente (Heaton & Mickelson, 2002), assim como tornar mais explícita para os futuros professores a ligação entre a questão inicial, a evidência recolhida e a conclusão de uma investigação, o que pode ajudar os professores a apoiar os alunos a fazer essas ligações (Makar & Rubin, 2009).

Quando o tempo disponível para o ensino é limitado, um ciclo formativo onde os futuros professores realizam investigações estatísticas e depois fazem uma análise didática da investigação pode ajudar no desenvolvimento tanto do conhecimento

estatístico como didático destes (Batanero & Díaz, 2010). Segundo Burgess (2008), durante a formação inicial, não sendo possível por vezes ter acesso direto à prática, é importante que os futuros professores observem (por exemplo, através de vídeo) como é que os alunos lidam com os diferentes aspetos da investigação e explorem o conhecimento necessário nas interações de sala de aula. Adicionalmente, a reflexão sobre investigações sobre como os alunos desenvolvem o raciocínio estatístico, sobre a compreensão de ideias fundamentais em Estatística, sobre conceções estatísticas que possuem, e sobre como usar esse conhecimento para orientar a aprendizagem dos alunos ajuda os futuros professores a compreender como os alunos desenvolvem o raciocínio estatístico (Makar & Fielding-Wells, 2011; Pfannkuch, 2008; Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011).

Quando os futuros professores têm oportunidade de experienciar o ensino de investigações em sala de aula com crianças, como aconteceu com os participantes dos estudos de Makar (2008), de Heaton e Mickelson (2002) e de Leavy (2006), a aprendizagem destes e o desenvolvimento do seu conhecimento didático é mais profunda, passando por diversos ciclos de aprendizagem do questionamento (Makar & Fielding-Wells, 2011). Groth (2006) menciona também que é necessário que os futuros professores aprendam a avaliar a compreensão dos alunos enquanto estes estão envolvidos em investigações. Para isso, Burgess (2011) reforça a importância de os futuros professores observarem e interagirem com alunos, observando e ouvindo, enquanto estes estão envolvidos em investigações. Makar e Fielding-Wells (2011) referem ainda a necessidade de os futuros professores terem oportunidades de reflexão sobre a sua aprendizagem a ensinar investigações estatísticas. A reflexão é uma ferramenta poderosa mas pouco utilizada para aprofundar o conhecimento e a compreensão. A sua utilização permite que os futuros professores reconheçam e trabalhem contribuições chave para a sua aprendizagem e aumentem o potencial que atribuem a estas compreensões para a aprendizagem dos alunos.

Para além do conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem de investigações estatísticas, o conhecimento didático dos professores engloba outros aspetos do conhecimento do aluno e do ensino relativos à Estatística. Na perspetiva de Sorto e White (2004), o conhecimento do aluno envolve o conhecimento de conceções e mal-entendidos, processos de aprendizagem, trabalho do aluno e discurso de sala de aula. De acordo com Ponte (2011) é também importante conhecer os interesses e a própria

cultura dos alunos. Nesta vertente do conhecimento, Sorto e White (2004) incluem a capacidade do professor interpretar respostas orais e escritas em relação ao conteúdo e a analisar estratégias e soluções a exercícios para fazer inferências sobre a compreensão dos alunos. Adicionalmente, este tipo de conhecimento inclui a habilidade de prever as dificuldades de aprendizagem, os erros e os obstáculos dos alunos bem como a capacidade de ajudar os alunos a desenvolver intuições corretas neste campo e a lidar com ideias controversas (Batanero et al., 2004). Estes autores vão mais além e incluem a capacidade de refletir epistemologicamente sobre o significado dos conceitos, de maneira a perceber o papel dos conceitos dentro da Estatística e fora dela, a sua importância na aprendizagem dos alunos e as dificuldades conceptuais dos alunos na resolução de problemas (Batanero & Díaz, 2007).

No entanto, Sorto e White (2004) adiantam que as dificuldades dos futuros professores quanto ao conhecimento estatístico para ensinar são mais pronunciadas que as dificuldades relativas ao conhecimento estatístico. Estes autores consideram que o conhecimento dos alunos por parte dos futuros professores é bastante precário (Sorto & White, 2004). Existem ainda outras investigações que corroboram que os professores têm um conhecimento deficiente sobre o que os alunos sabem sobre Estatística, as dificuldades que têm e o modo de as ultrapassar. Fernandes (2009) indica que os professores têm uma visão da Estatística como um tema fácil para os alunos.

Assim, Watson, Callingham e Donne (2008) relatam um estudo com professores onde analisaram o seu conhecimento didático de Estatística através de um questionário. Os professores tinham de prever uma variedade de respostas de alunos, referir como poderiam usar a questão em sala de aula (como intervir no caso de respostas inapropriadas) e tinham de reagir e classificar respostas de alunos a duas questões, de diferentes níveis de compreensão do tópico. As autoras identificaram três níveis de capacidade nos professores, revelando as diferenças de complexidade do conhecimento didático dos professores em estudo. Num primeiro nível, os professores tinham sucesso parcial em itens que pediam uma reação a respostas de alunos. Num segundo nível, os professores foram capazes de sugerir tanto respostas corretas como incorretas e encontrar o erro e fazer outras sugestões para o item. No entanto, os resultados mostram que os professores neste nível apenas foram capazes de sugerir

ideias genéricas sobre como utilizar as respostas dos alunos para desenvolver ideias na aula. Num terceiro e último nível, os professores mostraram uma tendência alta de se focarem no conteúdo estatístico envolvido nas respostas aos problemas e sugerir respostas tanto corretas como incorretas aos itens. As autoras concluíram que os professores que inesperadamente não conseguem resolver os itens mais fáceis de conteúdo estatístico, muitas vezes falham itens que pedem uma resposta a um mal-entendido particular de um aluno. Na perspetiva destas autoras, assumir que os professores conseguem identificar os próximos passos para mover os alunos para uma compreensão estatística de maior nível é falacioso.

Num estudo de Watson (2001), que envolveu entre outros, 14 professores primários, estes tinham de apontar que dificuldades previam nos alunos em relação ao tema da Estatística. Os professores primários apontaram como difícil para os alunos tanto capacidades processuais como a construção adequada de gráficos (2 professores) e o mecanismo das tabelas (2), como capacidades conceptuais como organizar/interpretar dados (3), interpretar informação/gráficos/resultados (3) e formular questões (2). Como estratégias para apoiar os alunos a ultrapassar essas dificuldades, estes professores apontam a demonstração, o questionamento, a discussão, a partilha de ideia e perspetivas diferentes, o foco no essencial, a utilização de trabalho de grupo e a utilização de outro recurso material (como papel quadriculado no auxílio da construção de gráficos). A investigadora conclui com estes resultados que os professores conheciam muito dos seus alunos e de como apoiar o seu pensamento.

Por outro lado, Nicholson e Darnton (2003) referem que os professores não estão familiarizados com as dificuldades e as conceções erróneas comuns dos alunos. Corroborando esta ideia, Sorto e White (2004), de acordo com os resultados da sua investigação com 42 professores (do 5.º ao 8.º ano), indicam que os futuros professores não são capazes de reconhecer erros de alunos sobre a mediana e a amplitude de dados qualitativos, criando os seus métodos criativos para determinar essa mediana. Adicionalmente, González e Pinto (2008), na investigação que realizaram, concluíram que os futuros professores do ensino secundário não tinham qualquer noção sobre as dificuldades dos alunos acerca de gráficos estatísticos. Fernandes (2009) adianta que os professores atribuem as dificuldades dos alunos à falta de tempo, à sua heterogeneidade e ao seu fraco desempenho ou pouco interesse. Consequentemente, podem perder oportunidades de ajudar os seus alunos a confrontá-

las e a atingir um conhecimento mais profundo dos conceitos fundamentais.

De modo a desenvolver o conhecimento dos futuros professores em relação aos alunos, Pfannkuch e Ben-Zvi (2011) sugerem trabalhar a estratégia de ter em atenção (*noticing*) os alunos enquanto estes desenvolvem exploração de análise de dados. Assim, a formação inicial de professores deve permitir que os futuros professores compreendam o raciocínio, as crenças e os conhecimentos prévios dos alunos, o valor de ouvir atentamente o raciocínio emergente dos alunos e como construir e orientar as concepções dos alunos. De acordo com Sorto (2007), a utilização de planeamento de aulas (*lesson design*) com futuros professores também promove nestes o conhecimento de como os alunos aprendem Estatística, em particular, as suas concepções e mal-entendidos. Batanero e Díaz (2010) recomendam a análise e discussão coletiva entre os futuros professores de respostas, estratégias, dificuldades e mal-entendidos de alunos quando resolvem problemas estatísticos ou investigações.

Em relação ao conhecimento do ensino, Sorto e White (2004) englobam, nesta vertente do conhecimento do professor, o conhecimento de métodos e estratégias de ensino, explicações e recursos didáticos. Ponte (2011) refere ainda a necessidade de conhecer os propósitos do currículo, os níveis de desenvolvimento e as conexões com tópicos matemáticos e com outras áreas. Em adição a estas propostas, Biehler (1990) sugere também que os professores devem possuir metaconhecimento sobre Estatística, incluindo perspetivas históricas, filosóficas, culturais e epistemológicas acerca da Estatística e as suas relações com outras áreas da Ciência.

Batanero et al. (2004) incluem ainda a experiência em adaptar o conhecimento para ensinar a diferentes níveis de escolaridade e a diversos níveis de compreensão dos alunos. Isto abrange, segundo Steinbring (1990), organizar e implementar projetos estatísticos, experienciar múltiplas formas de trabalho dos alunos e compreender experiências, simulações e representações gráficas não só como ajudas metodológicas para o ensino, mas também como um meio essencial de saber e entender Estatística. Uma preocupação específica é a capacidade dos professores reconhecerem e tirarem partido de situações estatísticas que surgem no dia-a-dia e usá-las para ensinar (Chick & Pierce, 2008). Também é necessário que os professores possuam a capacidade crítica para analisar livros escolares e documentos curriculares e a experiência de bons exemplos de situações de ensino, instrumentos e materiais didáticos e o conhecimento do seu papel no ensino (Batanero et al., 2004). No seu estudo, Sorto e

White (2004) concluíram, através de uma análise de documentos curriculares americanos, que há uma maior ênfase em estratégias e métodos de ensino ao nível de seleção adequada de métodos e estratégias. Ponte (2011) particulariza o conhecimento do ensino como envolvendo desde o planeamento, a condução e a reflexão sobre a prática. Assim, este autor, engloba no conhecimento do ensino o planeamento do ensino (objetivos curriculares, estrutura da aula, tarefas, materiais, organização do trabalho do aluno, gestão do tempo, avaliação), a condução da atividade de sala de aula (introdução de tarefas e negociação do trabalho e normas, gerir a comunicação da aula, negociação de significados estatísticos, tomar decisões de acordo com o decorrer da aula), e a reflexão da prática (se foram cumpridos os objetivos curriculares, a aprendizagem dos alunos pretendida, a adequação do planeamento e a gestão dos eventos de sala de aula).

Com base em investigação na área, Fernandes, Alves, Machado, Correia e Rosário (2009) apontam que a avaliação em Estatística pode adotar várias formas: questões de escolha múltipla, questões abertas, questões de ensaio, trabalho prático, investigações, projetos, portefólio de avaliação e avaliação oral. Sorto e White (2004) sintetizam essa informação referindo que o professor deve ter conhecimento de processos de avaliação formal e informal. Batanero et al. (2004) adicionam a capacidade para desenvolver e analisar testes e instrumentos de avaliação e interpretar as respostas dos alunos aos mesmos. Há ainda a considerar, de acordo com Garfield (1994), dois princípios da avaliação deste tema:

- O princípio do conteúdo: a avaliação deve refletir o conteúdo estatístico que é mais importante para o aluno aprender;
- O princípio da aprendizagem: a avaliação deve aumentar a aprendizagem e apoiar boas práticas instrutivas. (p. 2)

Num artigo mais recente, Garfield e Franklin (2011) reformulam os tipos de avaliação, referindo que se deve fazer uso da avaliação da aprendizagem (como um item num exame final), da avaliação para a aprendizagem (como um item utilizado para revisões ou um exercício de trabalho de casa de modo a dar feedback formativo aos alunos), e da avaliação como aprendizagem (item utilizado para estruturar a atividade de grupo enquanto os alunos estão a desenvolver novas aprendizagens e compreensão através da discussão deste item). Cobb e McClain (2004) resumem a

ideia da avaliação em Estatística referindo que esta deve ser utilizada para aprender o que os alunos sabem e para monitorizar o desenvolvimento da sua aprendizagem estatística assim como para avaliar o plano de ensino e o progresso.

Quanto às metodologias gerais a recorrer para o ensino deste tema, tanto em Portugal como nos Estados Unidos, sugere-se a realização de experiências na turma para o desenvolvimento da compreensão de certas noções (Ponte & Fonseca, 2001). Segundo Martins e Ponte (2010), o professor deve “promover a capacidade dos alunos compreenderem e usarem conceitos e representações estatísticas na resolução de questões diversas” (p. 12). No 1.º ciclo, o professor tem a responsabilidade de “estimular o questionamento, a tomada de decisões, o uso de linguagem apropriada e o sentido de rigor, de acordo com o nível de desenvolvimento dos alunos” (ME, 2007, p. 26). No 2.º ciclo, é importante

Sensibilizar os alunos para a importância da definição de objetivos comuns, para a divisão de tarefas e para a tomada de iniciativas e o assumir de responsabilidades, tendo em vista o desenvolvimento tanto da sua autonomia como do sentido de colaboração. (ME, 2007, p. 42)

Ainda relativamente às metodologias gerais a adotar em sala de aula, as GAISE (Franklin et al., 2007) e Cobb e McClain (2004) apontam recomendações para o professor: (i) dar ênfase ao desenvolvimento da literacia estatística e do raciocínio e pensamento estatísticos; (ii) usar dados reais e motivantes para envolver os alunos na construção e teste de conjeturas; (iii) salientar a compreensão de conceitos fundamentais em estatística, ao contrário do ensino de apenas teoria e procedimentos; (iv) fomentar um papel ativo por parte dos alunos no seu processo de aprendizagem, promovendo a construção de argumentos estatísticos e apoiando a partilha com foco nas ideias estatísticas fundamentais; (v) fazer uso de instrumentos tecnológicos apropriados que permitam que os alunos testem as suas conjeturas, explorem e analisem dados e desenvolvam raciocínio estatístico; e (vi) usar a avaliação como recurso de melhorar o ensino e a aprendizagem.

Relativamente ao uso da tecnologia, também defendida por Lee e Hollebrands (2008), Martins e Ponte (2010) referem que essa ferramenta é muito útil no ensino e aprendizagem de conceitos estatísticos. Estes últimos autores afirmam que

Por exemplo, se pretendermos analisar a fraca resistência da média, isto é, o facto desta ser muito influenciada por alguns dados, mesmo em pequena quantidade, mas de grandeza muito diferente dos restantes, facilmente fazemos essa experiência numa folha de cálculo. (p. 8)

No que respeita o conhecimento do ensino, Fernandes (2009) refere que os futuros professores mostram dificuldades na planificação das aulas, na gestão de situações imprevistas e na gestão do tempo. Adicionalmente, um estudo de Chick e Pierce (2008) realizado com 27 futuros professores primários expõe que a maioria dos planos de aula construídos por estes focam-se em gráficos corretos e regras de apresentação e cálculo de medidas estatísticas, mas colocam pouca ênfase na compreensão da fonte de dados e as suas implicações.

Há também investigações que remetem para o facto de os futuros professores acabarem a sua formação inicial com um conhecimento insuficiente para adequadamente ensinarem os gráficos estatísticos indicados no currículo (Espinell et al., 2008; González & Pinto, 2008). Relativamente a esse tópico, González e Pinto (2008), na investigação que realizaram, concluíram que os futuros professores secundários não perspetivam o ensino de gráficos estatísticos tendo em consideração os diferentes níveis de compreensão de Curcio (1987) nem os diferentes componentes e processos ligados à sua interpretação (Monteiro & Ainley, 2006). Monteiro (2009) adiciona, com base no seu estudo, que os professores também revelam uma visão restrita do ensino da média aritmética. Semelhantemente, Nicholson e Darnton (2003) referem uma tendência dos professores em se focar nos aspetos processuais de calcular a resposta correta, colocando menos ênfase no porque é que as medidas de tendência central são úteis para representar conjuntos de dados e no que pode ser inferido dos conjuntos de dados quando se comparam medidas.

Os professores e futuros professores mostram ainda uma grande influência do manual escolar na seleção das tarefas de ensino, mas os professores já selecionam tarefas envolvendo dados dos alunos ou com eles relacionados (Fernandes, 2009). No entanto, as tarefas são centradas, quase sempre, nas fases de análise de dados e raramente dirigidas a outras fases da investigação estatística. (Fernandes, 2009). Segundo este autor, é ainda adotada uma metodologia tradicional (apresentação teórica dos termos e conceitos, centrada no professor, seguida de um momento de prática), embora os professores reconheçam as vantagens na utilização do trabalho em

grupo, tendo ocorrido um, pouco sucedido por falta de acompanhamento.

No que diz respeito ao conhecimento da avaliação, tanto futuros professores como professores utilizam testes escritos na avaliação dos alunos (Fernandes, 2009). As dificuldades demonstradas pelos professores e futuros professores relativamente ao conhecimento didático da Estatística, adicionadas ao facto de estes possuírem um conhecimento estatístico limitado, evidenciam que estes demonstram uma deficiente preparação no ensino e aprendizagem da Estatística (Batanero et al., 2004; Estrada, Batanero, Bázan & Aparício, 2009; Froelich, Kliemann & Thompson, 2008).

De modo a fornecer uma melhor preparação aos futuros professores, a formação inicial tem de ter em conta diversos princípios. Em primeiro lugar, deve ter em conta o conhecimento prévio dos futuros professores (Estepa, 2008). Segundo esta autora, os futuros professores têm conhecimentos prévios sobre Estatística no sentido em que alguns compreendem conceitos estatísticos básicos, outros não terão conhecimentos sobre Estatística; outros pensam que Estatística é um conteúdo difícil, e outros pensam que Estatística é semelhante à Matemática e deve ser ensinado como tal. Ponte (2011) enfatiza que é importante que a formação inicial reconheça e fortaleça os futuros professores, tendo em atenção o contexto destes, o conhecimento e as competências destes e usando contribuições externas.

Em segundo lugar, é necessário que a formação inicial modifique as concepções desadequadas e os mal-entendidos dos futuros professores sobre o ensino e a aprendizagem deste tema (Estepa, 2008). Em relação a esse aspeto, Ponte (2011) menciona que é necessário criar também desequilíbrio nos futuros professores, desafiando as suas concepções sobre Estatística, acerca de quem pode fazer Estatística e o que significa ter sucesso em Estatística.

De acordo com Ponte (2011) a formação inicial em Estatística tem de estar relacionada com a prática profissional e com a escola. Segundo este autor, isso pode ser atingido através do reconhecimento da existência de problemas em situações que os futuros professores experienciam, desenhando uma solução à luz da teoria. O uso de materiais que representam a atividade do professor (trabalho de alunos, tarefas estatísticas, episódios de sala de aula) pode ajudar a criar oportunidades para criticar e investigar, com desenvolvimento de conhecimento analisando situações reais (Ponte, 2011). González et al. (2011) enfatizam a importância de um foco na identificação de

exemplos de boas práticas e de abordagens de ensino apropriadas. Também é possível concretizar isso através da recolha de dados da prática e reflexão sobre estes com o apoio de educadores e outros professores (Ponte, 2011). Groth e Xu (2011) valorizam o potencial da análise de casos baseados na prática durante a formação inicial, possibilitando o diálogo entre o conteúdo estatístico, conteúdo didático estatístico e geral.

Outro aspeto a ter em conta durante a formação inicial em Estatística é que esta deve fornecer desafio e apoio aos futuros professores (Ponte, 2011). Para isso, Ponte (2011) considera importante fornecer exemplos que reflitam ideias estatísticas fundamentais e, ao mesmo tempo, práticas de ensino importantes. Esses exemplos devem ser baseados em tarefas significativas, contribuir para o desenvolvimento do discurso de sala de aula e ajudar a criar um ambiente de aprendizagem que encoraje o raciocínio, e consequentemente, esperando que os futuros professores assumam riscos intelectuais. Finalmente, é necessário encorajar a colaboração entre professores, definindo objetivos comuns, combinando objetivos individuais e comuns, e negociando maneiras de trabalharem juntos (Ponte, 2011). Esta ideia de trabalho colaborativo é também partilhada por Batanero e Díaz (2010), Estepa (2008) e por Arnold (2008). Este último autor reforça a importância da partilha de ideias e materiais entre professores que têm problemas e necessidades comuns, que pode gerar novas ideias, a introdução de novas atividades, novas práticas e novas competências. Adicionalmente, Makar e Fielding-Wells (2011) adicionam que a colaboração entre colegas e professores proporciona validação, partilha de recursos, experiências e responsabilidade no apoio dos desafios e obstáculos encontrados, principalmente nas experiências iniciais. Estepa (2008) sintetiza este aspeto referindo que a interação social tem ainda o potencial de facilitar a aprendizagem.

Adicionalmente, a formação inicial em Estatística deve ter por base a resolução de problemas da vida real, de modo a criar oportunidades para que os futuros professores valorizem a utilidade do conhecimento para si e, consequentemente, para os seus alunos (Estepa, 2008). Esta autora refere, como exemplo de uma atividade relevante para os futuros professores, a resolução de tarefas de manuais de maneira a refletir sobre aspetos como os conceitos e procedimentos necessários, a dificuldade da tarefa para alunos e a clareza das afirmações. Assim, os futuros professores entendem, desde o início, a utilidade da educação estatística para a sua prática futura.

A utilização da tecnologia durante a formação inicial parece ser uma recomendação de vários investigadores (Garfield & Ben-Zvi, 2007; Goldstein, 2003; González, et al., 2011; Pratt et al., 2011). Pratt et al. (2011) referem que a formação inicial deve expor os futuros professores a oportunidades para usarem computadores para envolver alunos durante uma investigação estatística, de modo a que desenvolvam uma apreciação sobre o papel crucial que a tecnologia pode ter em facilitar o desenvolvimento da compreensão da estatística pelos alunos. Os computadores permitem que as representações sejam utilizadas como instrumentos de análise durante uma investigação estatística em vez de serem apenas instrumentos de apresentação no final das investigações. Segundo estes autores, a imersão, envolvendo todo o ciclo investigativo, no uso de tecnologia na educação estatística deve ser um aspeto crucial em qualquer programa de formação inicial, contribuindo para alcançar um nível superior de compreensão conceptual de Estatística, antes de considerar como podem usar tecnologia na sua própria prática e como pode permitir aos alunos a compreensão de conceitos estatísticos. No entanto, Goldstein (2003) aponta que não é só importante considerar que tecnologia se utiliza, mas, de maneira a proporcionar aprendizagem, também é importante discutir como é que a tecnologia é integrada no currículo e no processo de aprendizagem e como é que o professor a utiliza.

Em última análise, é importante que a formação inicial forneça suporte e recursos a serem utilizados a longo termo pelos futuros professores, de modo a incentivar a mudança dos métodos de ensino tradicionais (Makar & Fielding-Wells, 2011). Para isso a formação inicial deve espelhar as recomendações para o ensino da Estatística (Garfield & Ben-Zvi, 2008), alertando os futuros professores para os principais resultados da investigação sobre o tema (González et al., 2011).

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

Neste capítulo, para além de fundamentar as opções metodológicas, identifico os participantes na investigação, apresento o contexto do estudo e descrevo os métodos de recolha de informação e a análise dos dados.

3.1. OPÇÕES METODOLÓGICAS

Tendo em vista compreender os conhecimentos de Estatística e da sua didática dos futuros professores, este estudo assume um cunho essencialmente interpretativo. Como refere Erickson (1986), utiliza-se este paradigma quando o interesse fulcral é o significado conferido pelos atores às ações que realizam. Nesta investigação, o interesse é compreender o significado que os futuros professores atribuem às suas ações quando confrontados com conceitos e problemas estatísticos e quando lecionam este tema. Como afirma Bernier (1987), sustentando o paradigma interpretativo, “não existe melhor porta de entrada para as realidades humanas e práticas sociais do que as interpretações que os seres humanos formulam” (p. 14). Assim, ao seguir este paradigma, pretendo compreender a realidade dos futuros professores relativamente ao ensino e à aprendizagem da Estatística e, mais especificamente, ao ensino e aprendizagem de investigações estatísticas.

As metodologias quantitativa e qualitativa são frequentemente retratadas como associadas a paradigmas distintos e incompatíveis em investigação educacional

(Shaffer & Serlin, 2004). No entanto, “reconhecendo-se que diferentes métodos de análise são úteis porque se dirigem para diferentes tipos de questões” (Moraes & Neves, 2007, p. 76), utilizo neste estudo, simultaneamente, ambos os tipos de metodologia – qualitativa e quantitativa. Como referem Johnson e Onwuegbuzie (2004), os métodos de investigação mistos oferecem uma variedade de escolhas, opções e caminhos a considerar. Pode-se mesmo salientar que a combinação das duas metodologias é um modo de triangulação que melhora a validade e a fiabilidade da investigação em causa (Merriam, 1988).

Os métodos quantitativos e qualitativos são então usados sequencialmente e assumem um estatuto diferenciado, recorrendo a eles em fases distintas de um único estudo, mas com predominância do lado qualitativo. A análise quantitativa permite descrever os participantes em termos gerais e a abordagem qualitativa permite o estudo aprofundado de alguns participantes. Mais concretamente, uso a metodologia quantitativa para efetuar uma descrição dos conhecimentos de duas turmas participantes e a metodologia qualitativa, com um *design* de estudo de caso, para aprofundar os conhecimentos com maior detalhe de dois participantes, recorrendo sobretudo a entrevistas, observação e recolha documental. Assim, esta metodologia de investigação pode ser expressa não no sentido de integrar as formas qualitativa e quantitativa, “mas no sentido de utilizar características associadas a cada uma dessas formas” (Moraes & Neves, 2007, p. 78). Assumo, portanto, que analisar os conhecimentos dos futuros professores de uma forma frutífera pode tirar partido de abordagens diversificadas que combinam o que de melhor tem para dar cada uma delas: combinar a “precisão” analítica do método quantitativo com a “autenticidade” das abordagens sistémicas de cariz interpretativo (Salomon, 1991, p. 17).

De um modo geral, a análise é feita numa lógica de descoberta, característica das abordagens qualitativas, com a formulação de hipóteses e teorias que podem surgir durante ou no final da investigação, e não numa lógica de prova, baseada na verificação ou refutação de hipóteses e teorias previamente formuladas (Lessard-Hébert, Goyette & Boutin, 2008). Para além disso, a metodologia qualitativa assenta na proximidade entre o investigador e os participantes na investigação, atenta à construção de sentido, havendo um contato prolongado durante a aplicação de questionários, a realização de entrevistas e a observação de aulas, interação esta feita no terreno e com uma linguagem próxima da dos participantes (Gauthier, 1987).

Com o objetivo de compreender, em pormenor, o conhecimento dos futuros professores, uso o *design* de estudo de caso no estudo de dois participantes. Esta modalidade de investigação permite uma forte aproximação à realidade e abertura, embora corresponda a menor controlo por parte da investigadora (Lessard-Hébert et al., 2008). Fazendo uso de diversas técnicas de recolha de dados, característica própria desta modalidade de investigação, pretendo abranger o indivíduo como um todo (Lessard-Hébert et al., 2008). É, portanto, através da análise de entrevistas, de questionários, de observação de aulas e de recolha documental que pretendo aprofundar o conhecimento, de um modo holístico, relativamente aos dois participantes estudados como casos.

Uma vez que pretendo dar uma perspetiva holística a cada um dos casos, procuro fazer uma “descrição espessa” de cada um, de acordo com a natureza descritiva do estudo de caso. Adicionalmente, o estudo de caso é também particularístico, uma vez que os casos em si mesmos são importantes pelo que podem representar; é heurístico, pois esses casos podem esclarecer a compreensão e proporcionar significado sobre os conhecimentos dos futuros professores; e indutivo, pelo facto de as generalizações, conceitos ou hipóteses emergirem dos dados (Merriam, 1988). Para além destas características, o contexto do estudo é tido em conta (Merriam, 1988). Para isso, a recolha dos dados é realizada na escola onde os participantes estão envolvidos ou no local de estágio onde estão inseridos, para que os seus comportamentos estejam o mais possível em contexto natural.

É importante referir que o objetivo dos estudos de caso não é formular generalizações, mas sim produzir conhecimento acerca de objetos muito particulares (Ponte, 1994b). Assim, os resultados obtidos neste estudo dizem respeito aos seus participantes, em particular aos elementos que constituem os estudos de caso, podendo contribuir para um aprofundamento do conhecimento sobre os fenómenos em questão. De qualquer forma, pode ocorrer o que Stake (1978) denomina de “generalização naturalística”, onde há sempre algo de semelhante ou de diferente com outros casos, cabendo ao leitor associar o caso a acontecimentos semelhantes noutros contextos.

O estudo assume uma natureza diagnóstica dado pretender identificar problemas e dificuldades nos futuros professores de modo a determinar as suas causas para as corrigir e prevenir (Novaes, 1968). Que os futuros professores saem da Licenciatura em Educação Básica com dificuldades em Matemática, em particular em Estatística,

não é objeto de discussão. No entanto, é necessário identificar essas dificuldades de modo a poder orientar o modo como a Matemática e a Estatística são ensinadas nos cursos de formação inicial de professores, tendo em conta que “quando se trata de educação é preciso sempre lembrar que é muito mais lógico adaptar a escola à criança, do que a criança à escola” (Novaes, 1968, p. 69). Assim, este estudo de cunho diagnóstico, além dos objetivos já enunciados, tem como intenção alertar para a importância de haver uma boa preparação em Estatística e na sua didática na formação inicial e, principalmente, apontar um caminho de ação, uma forma de melhorar o panorama diagnosticado, servindo como exemplo de atuação para outras instituições que têm a cargo a formação nesta área dos professores dos primeiros anos.

3.2. A INSTITUIÇÃO

A instituição onde se realiza o estudo é a Escola Superior de Educação de Santarém (ESES), escola essa onde a investigadora exerce funções como docente do Departamento de Ciências Matemáticas e Naturais. A escolha desta instituição surge, assim, por conveniência e facilidade em realizar a investigação. Foi conferida autorização por parte da instituição para realizar o presente estudo, com conhecimento do tema, dos objetivos, do processo de recolha de dados, da garantia de confidencialidade relativa aos futuros participantes e dos possíveis contributos que a presente investigação pode ter para esta e outras instituições e programas de formação inicial de professores (Anexos 1, 2 e 3).

A ESES oferece, presentemente, cinco licenciaturas diferentes, todas pertencentes ao 1.º ciclo de estudos no âmbito do processo de Bolonha, entre as quais a Licenciatura em Educação Básica. Esta última serve de base para a entrada na profissão, uma vez que possibilita o acesso aos mestrados em Educação Pré-Escolar, e em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico, mestrados estes que habilitam para a docência. O plano de estudos desta licenciatura inclui diversas áreas do conhecimento, mas é requerida a frequência de sete unidades curriculares diferentes na área da Matemática, distribuídas pelos três anos do curso (quadro 2).

A ESES dispõe também de mestrados pertencentes ao 2.º ciclo de estudos no âmbito

do processo de Bolonha, entre os quais o mestrado em Educação Pré-Escolar e em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (com a duração de três semestres) e o mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico (com a duração de quatro semestres). Estes mestrados que habilitam para a docência, tendo tido o seu início no ano letivo de 2010/2011, seguem planos de estudo que valorizam a prática pedagógica dos futuros professores em contexto escolar.

Quadro 2. Quadro de unidades curriculares da área de Matemática do curso de Licenciatura em Educação Básica.

	1.º Ano		2.º Ano		3.º Ano	
	1.º Semestre	2.º Semestre	1.º Semestre	2.º Semestre	1.º Semestre	2.º Semestre
Unidades Curriculares	Fundamentos do Conhecimento Matemático e Introdução à Teoria dos Números		Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades		Ensino e Aprendizagem da Matemática	
	Números e Operações		Geometria, Grandezas e Medidas		Álgebra e Funções	
					1 opção: Informática no Ensino da Matemática; Laboratório de Matemática	

Nestes mestrados e durante todos os semestres, os formandos frequentam unidades curriculares que os colocam em ação (quadro 3). Durante o segundo semestre, no primeiro mestrado, os formandos têm prática profissional no 1.º ou 2.º ano do 1.º Ciclo do Ensino Básico. No segundo mestrado, durante esse semestre, os formandos são colocados em salas de aula do 3.º ou 4.º ano de escolaridade. Esse foi o semestre escolhido para realizar a segunda fase da investigação por ser o único que simultaneamente tinha os formandos em dois níveis diferentes do Ensino Básico (1.º e 2.º anos, 3.º e 4.º anos).

Quadro 3. Unidades curriculares de Prática Pedagógica dos mestrados que habilitam para a docência.

	Mestrado Pré-Escolar e em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico	Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico
1.º Semestre	Prática de Ensino Supervisionada em Educação de Infância – Jardim de Infância	Prática de Ensino Supervisionada no 1.º Ciclo do Ensino Básico – 1.º e 2.º anos
2.º Semestre	Prática de Ensino Supervisionada no 1.º Ciclo do Ensino Básico – 1.º e 2.º anos	Prática de Ensino Supervisionada no 1.º Ciclo do Ensino Básico – 3.º e 4.º anos
3.º Semestre	1 opção: Prática de Ensino Supervisionada em Educação de Infância – Creche Prática de Ensino Supervisionada no 1.º Ciclo do Ensino Básico – 3.º e 4.º anos	Prática de Ensino Supervisionada no 2.º Ciclo do Ensino Básico – Português, História e Geografia
4.º Semestre		Prática de Ensino Supervisionada no 2.º Ciclo do Ensino Básico – Matemática e Ciências da Natureza

3.3. PARTICIPANTES NO ESTUDO

O estudo está dividido em duas fases. Numa primeira fase, os participantes são os formandos de duas turmas a frequentar a Licenciatura em Educação Básica, tendo em vista obter uma perspetiva geral sobre o conhecimento que estes formandos têm de Estatística e da sua didática. Numa segunda fase, são escolhidos dois formandos entre os que se encontram a frequentar o 1.º ano de um dos mestrados que habilita para a docência no Ensino Básico como estudos de caso, de modo a aprofundar os conhecimentos mobilizados por estes em ação. Nesta secção, faço uma caracterização das turmas de participantes na primeira fase do estudo e, posteriormente, faço uma apresentação dos futuros professores que constituem objeto dos estudos de caso.

3.3.1. AS TURMAS

Os participantes, na primeira fase do estudo, são formandos no 2.º semestre do 3.º ano (duas turmas), nos regimes diurno e pós-laboral, no ano letivo de 2011/2012, da Licenciatura em Educação Básica (LEB), que virão a desempenhar funções como educadores de infância ou professores do 1.º ou do 2.º ciclo do ensino básico. A sua formação inicial na área da Estatística e da sua didática resume-se essencialmente a 14 horas em duas unidades curriculares: Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades (TMDEP) e Ensino e Aprendizagem da Matemática (EAM). A primeira unidade curricular, TMDEP, inclui um capítulo totalmente dedicado ao tema, com os tópicos identificados no quadro 4. Esta unidade curricular dá algum destaque ao conhecimento estatístico dos futuros professores e educadores de infância, mas, adicionalmente tenta incluir, brevemente, o conhecimento didático da Estatística. Os formandos são levados a realizar uma investigação estatística fora da escola, no seu local de estágio, com as suas crianças, com o intuito de aperfeiçoarem o conceito de investigação estatística e de usufruírem da aprendizagem da sua aplicação em contexto escolar. Nas aproximadamente 12 horas destinadas a este capítulo, os formandos são confrontados com problemas sobre os diversos conceitos estatísticos, para trabalhar individualmente ou em grupo, especialmente destinados ao ensino da Estatística nos primeiros anos.

Quadro 4. Programa do capítulo de Estatística da unidade curricular de Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades.

Conceitos Estatísticos	Didática
Investigação Estatística	
Dados e Variáveis	
Organização dos Dados em Tabelas e Gráficos	
Estatística com o recurso ao Excel	
Medidas de Localização (moda, mediana e quartis, média)	Didática dos tópicos a alunos do Ensino Básico e do Pré-Escolar
Medidas de Dispersão (extremos, amplitude, amplitude interquartil)	

A segunda unidade curricular, EAM, aborda o tema da Estatística, mais especificamente a didática da Estatística, mas contempla o tema num tempo bastante mais reduzido. Faz parte do programa desta unidade curricular (i) o currículo em Matemática; (ii) a aula de Matemática; e (iii) o desenvolvimento nas crianças de alguns tópicos matemáticos. É neste último capítulo que se abordam as capacidades de realização de investigações estatísticas, quando há tempo para tal. Não deixa, contudo, de ser útil abordar este tema novamente, uma vez que é um tópico bastante importante no ensino da Estatística nos primeiros anos.

Foi feita uma caracterização dos perfis das duas turmas, nomeadamente no que respeita: (i) ao género dos formandos; (ii) à sua idade; (iii) ao regime de ensino superior que frequentam (diurno ou pós-laboral); (iv) ao contingente de entrada no curso de licenciatura em Educação Básica (geral, maiores de 23 ou outro); (v) se têm ou não intenção de prosseguir para o 2.º ciclo de estudos no âmbito de Bolonha para habilitação para a docência; (vi) à preferência no nível de ensino para exercer no futuro (pré-escolar, 1.º ciclo ou 2.º ciclo); (vii) ao número de anos que frequentaram a disciplina de Matemática até à entrada no ensino superior; (viii) ao último ano do ensino básico em que frequentaram a disciplina de Matemática; (ix) à classificação obtida nesse ano; e (x) à classificação obtida nas diferentes unidades curriculares de Matemática presentes no plano de estudos da Licenciatura. Para efetuar esta caracterização foi administrado um questionário nas diferentes turmas participantes, de modo a traçar um perfil dos formandos que se encontram no 3.º ano da Licenciatura em Educação Básica (Anexo 4).

Apesar dessa caracterização das turmas, já dispunha de alguma informação sobre os formandos da Licenciatura que foram colocados pelo contingente geral (quadro 5) e que, entraram no ensino superior, supostamente, no ano de 2009. De acordo com a informação da Direção Geral do Ensino Superior (s.d.), cerca de 93% dos formandos são do sexo feminino e dos formandos que entraram na 1.ª Fase, aproximadamente 68% entraram na sua 1.ª opção e relativamente aos que entraram na 2.ª Fase, aproximadamente 43% entraram na sua 1.ª opção. A média de 12.º ano de todos estes formandos foi de 138 pontos e a média de notas de candidatura de 131,2 pontos. De realçar que as classificações dos formandos colocados no regime diurno foram consideravelmente mais elevadas que as classificações dos formandos colocados no regime pós-laboral (com uma diferença entre oito e 19 pontos, aproximadamente),

sendo muito semelhantes as classificações dos formandos colocados na 1.^a e 2.^a fases.

Quadro 5. Dados estatísticos de candidatura de 2009 (Direcção-Geral do Ensino Superior, s.d.).

		2009				
		1.ª Fase (D)	1.ª Fase (PL)	2.ª Fase (D)	2.ª Fase (PL)	TOTAL
Vagas		50	25	6	20	101
Candidatos		206	25	55	21	307
Colocados	Colocados	50	6	6	8	70
	do Sexo Feminino	47	6	6	6	65
	em 1.ª Opção	33	5	3	3	44
	em Preferência Regional	25	4	-	-	29
Médias dos Colocados	Nota de candidatura	132,2	124,8	138,6	123,8	131,2
	Provas de Ingresso	122,2	117	124,2	112,8	120,9
	Média do 12.º Ano	138,8	130	148,2	131,3	138
Nota de Candidatura do Último Colocado pelo Contingente Geral		120	105,8	131,6	108,8	116,6

De modo a compreender os conhecimentos e as dificuldades dos formandos destas turmas, foram feitos questionários com problemas e exercícios de Estatística e sobre a sua didática quando se encontravam no seu 3.º ano da Licenciatura, e foram analisados os relatórios escritos sobre investigações estatísticas que elaboraram durante a unidade curricular de TMDEP (2.º ano da Licenciatura). Como consequência, só considerei participantes nesta fase do estudo os formandos que tivessem frequentado esta unidade curricular, no ano letivo de 2010/2011 na modalidade de avaliação contínua, que se encontravam no 3.º ano da Licenciatura no ano letivo seguinte e que aceitaram participar no estudo e preencheram os questionários propostos.

Pelo quadro 6, podemos observar que dos 36 formandos a frequentar a unidade curricular de TMDEP, apenas 22 autorizaram a recolha de dados. É de notar que, do total dos 36 formandos, cinco reprovaram à unidade curricular em questão, um não

transitou para o 3.º ano da licenciatura (mesmo tendo sido aprovado a TMDEP), dois estavam no estrangeiro num programa de Erasmus não estando presentes na altura da recolha dos dados e seis não autorizaram a recolha de dados. Desses 22 formandos, nem todos preencheram os questionários por não estarem presentes nos momentos de recolha de dados.

Quadro 6. Contagem do número de alunos em cada fase do processo de seleção dos participantes.

	Número de formandos
Em regime de avaliação contínua em TMDEP	36
Com autorização para recolha de dados	22
Com questionário de caracterização	17
Com questionário de Estatística	18

3.3.2. OS ESTUDOS DE CASO

Numa segunda fase deste estudo, segui, como estudos de caso, no 2.º semestre do ano letivo de 2012/2013, dois dos formandos incluídos nas turmas indicadas quando estes iniciaram a sua frequência nos mestrados que habilitam para a docência no Ensino Básico, de modo a estudar, aprofundadamente, o conhecimento que mobilizam em ação. Como os formandos das turmas participantes eram muito numerosos, não era exequível fazer um estudo aprofundado e detalhado de todos eles. Deste modo, escolhi dois formandos das duas turmas de mestrado para estudar como casos e a quem fiz entrevistas, observação de aulas e análise documental dos planos de aula e outros documentos. Os estudos de caso foram realizados apenas com formandos em mestrado, uma vez que são estes que podem ser observados em ação. Estes formandos são identificados através de um pseudónimo para garantir a sua confidencialidade.

A escolha destes dois formandos teve em conta vários critérios de seleção. O primeiro foi que tenham participado na recolha de dados enquanto alunos do 3.º ano no ano letivo anterior. Quer isto dizer, que só foram escolhidos como casos formandos que participaram na primeira fase do estudo e que terminaram a sua Licenciatura, tendo-se assim a garantia que já está feita uma caracterização do percurso escolar e que o

formando já preencheu o questionário de caracterização, respondeu ao questionário de Estatística e de Didática de Estatística e elaborou um relatório de uma investigação estatística. Deste modo, podem ser estabelecidas relações entre os conhecimentos descritos no segundo questionário e no relatório e os demonstrados na prática.

O segundo critério tido em consideração foi que os formandos tenham mostrado vontade em participar nas entrevistas, no planeamento de aulas e na respetiva observação. Na verdade, pode acontecer que alguns formandos em mestrado se sintam desconfortáveis ao realizar entrevistas e a serem observados em ação ou não tenham a disponibilidade necessária para participar num estudo tão aprofundado.

Um terceiro critério foi que os formandos, na sua unidade curricular de prática de ensino supervisionada, pudessem lecionar aulas abordando o tema de Estatística, em especial, que pudessem elaborar e desenvolver uma investigação estatística com os alunos. Apesar de todos os formandos em mestrado terem oportunidade de lecionar numa turma, nem todos terão interesse em abordar o tema de Estatística ou este tema pode não estar incluído na planificação anual das turmas onde estão inseridos no semestre em que os formandos estão na sala de aula. Foram somente aqueles que tiveram oportunidade de lecionar este tema que são relevantes para este estudo.

O último critério de seleção foi escolher participantes a frequentarem os dois mestrados diferentes da ESES que habilitam para a docência no Ensino Básico. Assim, escolhi um formando a frequentar o mestrado em Educação Pré-Escolar e em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e outro a frequentar o mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico. Deste modo, pretendi conseguir diversidade quanto ao nível de ensino dos formandos e investigar se o seu conhecimento está relacionado com o nível de ensino que leciona ou no qual adquire formação.

Quadro 7. Distribuição dos alunos participantes pelos mestrados que habilitam para a docência.

	Mestrado Pré-Escolar e em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico	Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico
Número de Formandos Participantes	6	4

Após a consideração destes critérios, a escolha procurou identificar formandos que

aparentassem distinção na compreensão da Estatística e na didática da Estatística na realização do questionário. Procurei, desta forma, e dentro do possível, abranger uma diversidade de casos e produzir informação detalhada e aprofundada sobre o conhecimento de Estatística e da sua didática sobre os participantes estudados.

Dos 22 formandos participantes na primeira fase de recolha de dados, cinco não concluíram a licenciatura no final do ano letivo de 2011/2012 e portanto não puderam sequer concorrer a um dos mestrados que habilitam para a docência no ano seguinte. Dos outros, 10 entraram num dos mestrados que habilitam para a docência no Ensino Básico na ESES no ano letivo de 2012/2013, distribuídos como mostra o quadro 7. A escolha dos formandos não foi complexa, pela falta de formandos participantes em cada mestrado. Com a aplicação dos critérios acima descritos, optei pela escolha de Dora e Mónica, formandas de cada um dos mestrados. A sua apresentação é realizada em detalhe nos capítulos a elas destinados, mas o quadro 8, mostra uma síntese da sua caracterização. De realçar também que, para além de serem as duas do sexo feminino, entraram na Licenciatura em Educação Básica como 1.^a opção.

Quadro 8. Síntese da caracterização das formandas objeto de estudos de caso.

	Mestrado	Regime	Último Ano de Frequência de Matemática	Número de Anos sem Matemática	Nota Final de TMDEP
Dora	Mestrado Pré-Escolar e em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico	Diurno	11.º Ano, MACS	1	16 valores
Mónica	Mestrado em Ensino do 1.º e 2.º Ciclo do Ensino Básico	Pós-Laboral	12.º Ano, Matemática A	4	14 valores

3.4. MÉTODOS DE RECOLHA DE DADOS

A perspetiva geral sobre o conhecimento dos formandos envolvidos na Licenciatura é obtida através de questionários e dos relatórios de uma investigação estatística.

Adicionalmente, no que diz respeito aos estudos de caso dos formandos em mestrado, seguem-se as indicações apontadas anteriormente, que preconizam que os estudos de caso devem recorrer a diferentes fontes de dados (Yin, 1989), sendo utilizados os métodos de recolha anteriores complementados com: (i) entrevistas semiestruturadas e clínicas; (ii) observação de aulas; e (iii) documentos produzidos pelos formandos. Diversos autores denominam este processo como “triangulação”, uma vez que se validam mutuamente os dados obtidos através da sua confrontação a partir de várias técnicas (Lessard-Hébert et al., 2008).

Toda a recolha de dados teve o consentimento informado dos participantes, com conhecimento do tema, dos objetivos, do processo de recolha de dados e da garantia de confidencialidade (Anexo 5). Deste modo, procurei respeitar princípios éticos fundamentais, tornando transparente para os participantes os objetivos da investigação e dando a garantia de confidencialidade (Lessard-Hébert et al., 2008). Mesmo estando referidas no estudo a instituição dos participantes e a turma a que pertencem, será garantida a confidencialidade, de maneira a proteger os participantes, tendo o cuidado de não divulgar informações que sirvam para os identificar individualmente. Pretendo assim criar, desde o início do estudo, uma relação aberta e um clima de confiança e de colaboração entre todos os que participam.

Quadro 9. Esquema síntese de articulação das questões de investigação com a recolha de dados.

Técnica de Recolha de Dados	Fonte de recolha de dados	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4
Questionário	Participantes das duas turmas de EB	X	X	X	X
Entrevista	Formandas Dora e Mónica		X	X	X
Observação	Aulas com implementação de uma investigação estatística		X	X	X
Recolha documental	Relatórios de investigações estatísticas produzidos em TMDEP	X	X	X	X
	Planos de Aula		X	X	X
	Diário de bordo de Dora		X	X	X

Esta recolha de dados, por incorporar gravações vídeo de aulas, teve também a autorização do Ministério da Educação (Anexo 6) e da Comissão Nacional de Proteção de Dados (Anexo 7). Posteriormente, foram realizados pedidos de autorização aos Diretores de Agrupamentos das Escolas onde estavam as duas participantes objeto de estudos de caso colocadas em prática pedagógica (Anexo 8), aos professores cooperantes responsáveis pelas duas turmas (Anexo 9) e aos encarregados de educação dos alunos dessas salas (Anexo 10).

Para proporcionar uma perceção global do processo de recolha de dados, levado a cabo nesta investigação, apresento um esquema síntese da sua articulação com as questões de investigação (quadro 9).

Esta recolha de dados iniciou-se aquando da unidade curricular de TMDEP, no 1.º semestre do ano letivo 2010/2011 e prolongou-se até ao início do ano letivo de 2013/2014, conforme mostra a figura 22. O questionário foi realizado no final do ano letivo de 2011/2012, depois dos formandos terem a outra unidade curricular onde são tratadas questões de Estatística (EAM). A segunda fase de recolha de dados iniciou-se no 2.º semestre do ano letivo de 2012/2013, com a entrevista inicial. Posteriormente seguiu-se uma fase cíclica com entrevistas antes de cada aula, observações de aula e entrevistas depois de cada aula. A recolha de dados concluiu-se com a entrevista final no início do ano letivo de 2013/2014. Esta entrevista final não pôde ser realizada antes, devido à forte carga de trabalho que as estagiárias tinham no final do semestre anterior.

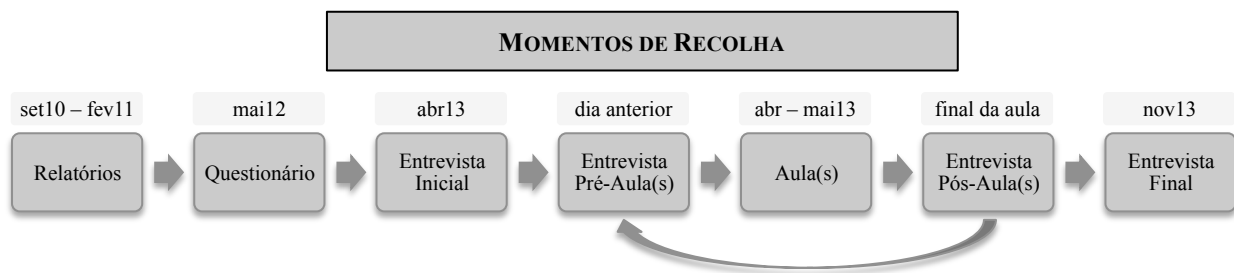


Figura 22. Momentos de recolha de dados.

3.4.1. O QUESTIONÁRIO

O questionário é usado para desenvolver uma perspetiva geral sobre o conhecimento

das duas turmas da Licenciatura relativamente a Estatística e à sua didática. Posteriormente, é também analisado para completar a informação de cada caso.

De modo a aperfeiçoar o questionário foi feito um estudo-piloto. Para isso, foi pedida a participação de formandos do 3.º ano da Licenciatura em Educação Básica, no regime diurno e pós-laboral, do ano letivo de 2009/2010 (Anexo 11). Foram estes os formandos selecionados por se encontrarem nas condições necessárias ao estudo e por não participarem no estudo principal. Apesar de poucos formandos terem aceitado participar, talvez por ser final do ano letivo e por estarem muito atarefados com outros trabalhos, o contributo dado serviu o propósito do aperfeiçoamento do questionário, uma vez que muitas das questões ficaram por responder e as respostas não foram muito desenvolvidas. No questionário-piloto (Anexo 12), os objetivos para os participantes eram os seguintes:

- (i) construção de tabelas de frequências e gráficos para diferentes tipos de variáveis;
- (ii) comparação de dados;
- (iii) leitura e interpretação de gráficos;
- (iv) seleção da medida de tendência central representativa de um conjunto de dados;
- (v) determinação da média ponderada de um conjunto de dados;
- (vi) interpretação do significado de medidas de localização;
- (vii) sugestão de conjuntos de dados face determinadas características estatísticas;
- (viii) reconhecimento de erros na determinação de medidas;
- (ix) planeamento de uma investigação estatística em sala de aula.

Foi feita uma análise ao questionário-piloto de modo a perceber que alterações era necessário fazer (Anexo 13). Questões ambíguas, confusas, irrelevantes ou longas foram excluídas ou modificadas e outras questões que se mostraram relevantes foram incluídas no novo questionário (Anexo 14).

As perguntas do questionário são abertas de modo a permitir que os formandos tenham o máximo de espaço e oportunidade para exprimir as suas estratégias de resolução e os seus raciocínios e modos de pensar, uma vez que perguntas fechadas poderiam dar pouca abertura para mostrarem os seus conhecimentos, fazendo escolhas por exclusão de partes ou ao acaso.

Relativamente ao conhecimento estatístico, as perguntas do questionário são maioritariamente adaptadas de outras investigações (Fernandes & Barros, 2005; Friel et al., 1997; Leavy, 2006; Leavy & O'Loughlin, 2006; Martins et al., 2009; Sorto & White, 2004), mas algumas foram retiradas de livros do ensino básico sobre os diversos tópicos estatísticos. Em relação ao conhecimento de didática da Estatística, são colocadas respostas de alunos e soluções a exercícios para serem analisados e discutidos, e é pedida a tomada de algumas decisões quanto a momentos de aula com os futuros alunos e a discussão de possíveis dificuldades dos mesmos. Assim, no novo questionário, os objetivos para os participantes eram os seguintes:

- (i) construção e análise de uma tabela de frequências e gráfico;
- (ii) comparação de diferentes representações gráficas;
- (iii) comparação de dados quantitativos discretos;
- (iv) leitura e interpretação de um diagrama-de-caule-e-folhas;
- (v) interpretação de medidas de localização e de dispersão, como a média, a moda, a mediana e a amplitude;
- (vi) determinação da média ponderada de um conjunto de dados;
- (vii) sugerir conjuntos de dados face determinadas características estatísticas;
- (viii) discussão de potenciais dificuldades de futuros alunos na organização de dados;
- (ix) interpretação de diferentes representações gráficas de modo a discutir o conhecimento que alunos demonstram na sua elaboração;
- (x) elaboração de tarefas para futuros alunos;
- (xi) reconhecimento de erros em resoluções de alunos e elaboração de uma metodologia para ajudar os futuros alunos a ultrapassar esses erros;
- (xii) planeamento de uma investigação estatística em sala de aula.

O questionário final foi feito também com o consentimento dos formandos participantes e administrado numa das suas aulas, com autorização do respetivo docente. Os dados obtidos pela aplicação do questionário foram sujeitos a uma análise detalhada e descritiva, procurando criar uma perspetiva geral sobre o conhecimento e as dificuldades dos futuros professores. Os dados proporcionados pelas respostas foram importantes na elaboração dos estudos de caso, por permitirem estabelecer a

relação entre os conhecimentos e as dificuldades em Estatística e na sua didática descritas no questionário e mobilizadas na leção do tema em sala de aula.

3.4.2. AS ENTREVISTAS

A entrevista tem uma função técnica essencial na recolha de dados dos estudos de caso. É através da entrevista que se recolhem “dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 134). Depois de escolhidas as duas participantes para estudos de caso foi feita uma entrevista inicial, a cada uma delas, de modo a estabelecer o primeiro contacto. Posteriormente, foram realizadas duas entrevistas, por cada aula observada, a cada uma das participantes estudadas, uma relativamente pouco tempo antes da leção da aula (entrevista pré-aula) e outra imediatamente após a aula (entrevista pós-aula). Finalmente, foi feita uma entrevista final. As entrevistas tiveram a duração de aproximadamente uma hora, realizando-se numa data e hora acordada com as participantes, no local do seu estágio ou na instituição onde frequentam o mestrado. Todas as entrevistas foram relativamente abertas, mas com o suporte de guiões.

Na entrevista inicial começou-se por considerar o percurso académico da formanda e as suas ideias quanto ao ensino e à aprendizagem de investigações estatísticas, mas também foram discutidas as suas respostas ao questionário, segundo um guião de entrevista (Anexo 15). Posteriormente, na entrevista pré-aula, foi pedido à formanda para discutir o seu plano de aula e para refletir sobre o mesmo (Anexo 16). Esta entrevista teve como objetivo principal compreender as razões por detrás de cada decisão constante no plano de aula realizado. Depois de observada a formanda em ação, na entrevista pós-aula, esta foi levada a refletir sobre a aula e sobre o plano que inicialmente tinha desenvolvido (Anexo 17). Mais uma vez, esta entrevista teve o propósito de perceber as razões de algumas tomadas de decisão em sala de aula e a reflexão que a formanda fez de cada momento. Finalmente, na entrevista final, discutiu-se novamente a perspetiva da formanda quanto ao ensino e aprendizagem de investigações estatísticas e outras questões que tenham ficado por esclarecer durante o processo, utilizando novamente um guião de entrevista (Anexo 18). Deste modo, afinaram-se descrições já apresentadas e suscitou-se, simultaneamente, a emergência

de novos dados (Lessard-Hébert et al., 2008). Nesta entrevista foram colocadas também algumas tarefas a fim de esclarecer qual o conhecimento da disciplina de Estatística e da sua didática (Anexo 19). Foram assim realizadas entrevistas semiestruturadas numa primeira fase e entrevistas clínicas numa segunda fase.

Ao realizar entrevistas semiestruturadas “fica-se com a certeza de se obter dados comparáveis entre os vários sujeitos” (Bogdan & Biklen, 1994, p. 135). Desta maneira, através de questões flexíveis e adaptadas às formandas, há um maior controlo sobre a informação recolhida, podendo-se compensar as lacunas nos dados no momento da recolha. As entrevistas clínicas complementam a informação proveniente das entrevistas semiestruturadas. Nesta secção da entrevista, foram usadas tarefas de Estatística para se poder retirar informações que não tenha sido possível esclarecer nas restantes entrevistas, na observação das aulas, no questionário e no relatório de investigação estatística. A intervenção da formanda durante a entrevista orientou a direcção que ela tomou. Como referem Lessard-Hébert et al. (2008), “no decurso da entrevista, o investigador vai adaptando cada nova questão em função da resposta ou informação que o indivíduo lhe acabou de dar, a fim de a aprofundar e de melhor a compreender” (p. 166). O essencial é retirar da entrevista o significado atribuído pela formanda às respostas que dá e às ações que realiza.

De maneira a ficarem registados todos os momentos das entrevistas, incluindo todas as respostas das formandas e a sua linguagem corporal, foi feita uma gravação em vídeo. Usando esta técnica, não existe seleção de informação da parte da investigadora no próprio momento da recolha, garantindo, assim, a “conservação intacta da informação ‘em bruto’” (Lessard-Hébert et al., 2008, p. 155). Os dados provenientes das entrevistas foram, posteriormente, transcritos, codificados e formatados para serem em seguida tratados. A informação não-verbal foi registada, de modo a não haver perda de dados relevantes. Como referem Bogdan e Biklen (1994) “quando os sujeitos gesticulam ou fazem sinais com as mãos, estes indícios não-verbais têm de ser traduzidos em linguagem verbal, para que possam ser impressos quando se passa a entrevista do gravador para o papel” (p. 139).

3.4.3. A OBSERVAÇÃO DE AULAS

Os participantes quando frequentam o 1.º ano dos mestrados que habilitam para a docência têm várias oportunidades para lecionarem durante a sua unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada. As duas participantes escolhidas para estudos de caso foram observadas enquanto lecionavam o tema de Estatística. Foi-lhes pedido para prepararem uma aula (ou mais, se possível) relativa a uma mini investigação estatística com os seus alunos. Estas aulas foram objeto de observação participante da minha parte. Com esta técnica de recolha, como investigadora, tentei recolher os “factos tal como o são para os sujeitos observados” (Lessard-Hébert et al., 2008, p. 146).

Fazer este tipo de observação requer aptidões como intuição e perceção dos problemas, já que é a própria investigadora a fazer as observações. Usando um sistema tecnológico de registo dos dados da observação, a recolha é facilitada, com ausência de filtragem de informação, uma vez que as aulas são áudio e vídeo gravadas (Lessard-Hébert et al., 2008). Deste modo, a investigadora fica mais livre para observar a aula, captando informações que escapem à câmara e seguindo os alunos. Nesta observação, procurei estar atenta a pormenores não captados pela câmara, principalmente aspetos descritos no guião de observação (Anexo 20).

As formandas constituíram, então, o ponto central do registo da observação participante, uma vez que são elas que são o objeto de estudo da investigação. Já que é a própria investigadora a fazer a observação participante, esta é colocada a viver as mesmas situações e problemas das formandas, no contexto em que acontecem, permitindo-lhe “aceder às perspetivas” internas dos observados (Lessard-Hébert et al., 2008, p. 155).

Os dados provenientes da observação das aulas foram, posteriormente, transcritos, codificados e formatados para serem em seguida analisados, de modo a não se perder informação, fornecendo uma base para compreender os conhecimentos de Estatística e da sua didática, especialmente no que respeita ao ensino e aprendizagem de investigações estatísticas mobilizados nestas aulas.

3.4.4. A ANÁLISE DOCUMENTAL

A análise documental incide sobre diversos documentos: (i) os relatórios de investigações estatísticas de formandos no seu 3.º ano da Licenciatura, no ano letivo de 2011/2012, (ii) os planos de aula elaborados pelas formandas em Mestrado, escolhidas como casos, no ano letivo de 2012/2013, e (iii) os diários de bordo destas formandas, quando construídos.

Um dos itens de avaliação da unidade curricular de TMDEP é um relatório de uma investigação estatística, realizado individualmente ou em grupos de dois ou três elementos. Foi pedido aos formandos para aplicarem os conhecimentos adquiridos sobre Estatística durante a realização de uma investigação estatística, de tema à sua escolha, que podia ser sobre as crianças que frequentam o local do seu estágio realizado no âmbito da unidade curricular Seminário de Iniciação à Prática Profissional (com a duração de duas semanas) ou com outra amostra ou população à escolha. Foram também pedidos dois grupos voluntários para realizar esta investigação estatística num projeto de colaboração com a Câmara Municipal de Santarém, que tinha como objetivo definir o perfil do visitante da Feira da Gastronomia em Santarém.

Os 36 formandos que frequentaram a unidade curricular organizaram-se em 16 grupos (seis na turma de regime diurno e 10 na de regime pós-laboral). Os formandos que autorizaram a participação neste estudo perfazem 13 grupos (seis da turma de regime diurno e sete da turma de regime pós-laboral). Nestas investigações estatísticas, os participantes escolheram temas variados, como, por exemplo, reciclagem, desporto, alimentação, consumo de água, rotinas diárias e perfil do visitante da feira da gastronomia usando questionários com um número de questões entre 12 e 25, num total de 273 questões, onde cerca de 70% envolvia variáveis qualitativas. No tratamento dos dados todos os grupos utilizaram o programa *Excel*, para construir tabelas de frequências, gráficos de diversos tipos e calcular medidas estatísticas. A única exceção ocorreu no cálculo da moda, onde os formandos perceberam durante as aulas ser mais conveniente não recorrerem à função “moda” do *Excel* uma vez que esta não funciona para variáveis qualitativas nem para o caso de uma variável ter mais do que uma moda.

O relatório que os formandos entregaram foi avaliado segundo uma rubrica de

correção que estes tiveram conhecimento antes de realizarem a investigação. Nesta rubrica foram atribuídos pontos para cada um dos capítulos do relatório, nomeadamente a introdução (motivação para o tema/questão inicial e pertinência), a metodologia (com a descrição do instrumento e do método de recolha de dados), a organização de dados, a interpretação dos dados, a conclusão e a reflexão sobre o trabalho desenvolvido (incluindo uma breve discussão acerca da exequibilidade da investigação estatística com futuros alunos). Antes do final do trabalho, na altura da interrupção do Natal, a maioria dos grupos (os que enviaram o trabalho nessa altura) recebeu feedback da docente da unidade curricular, feedback esse que consistiu em questões que os ajudassem a compreender e criticar o trabalho feito e nunca com indicações de alteração. Depois da apresentação em sala de aula, os grupos receberam uma nota final quantitativa contemplando tanto o processo como o produto final. O relatório pode conter informação útil para se compreender o conhecimento estatístico dos formandos, pois é um trabalho escrito onde estes aplicam este conhecimento num contexto prático, mas é a reflexão sobre o que aprenderam durante a investigação e os obstáculos que tiveram de enfrentar que dará informação relevante relativa ao seu conhecimento sobre o conceito de investigação estatística, uma vez que o puderam aplicar na prática. A análise destes relatórios é feita de acordo com a técnica de análise de conteúdo (Fiorentini & Lorenzato, 2006), permitindo a elaboração da perspetiva geral dos participantes a frequentar a Licenciatura e a geração de dados para os estudos de caso.

Para os estudos de caso é utilizada a análise documental de planos de aula efetuados pelas formandas. Estas formandas, durante os seus seminários da prática tomaram conhecimento de como fazer um plano de aula e dos cuidados a ter durante o planeamento. Para esta investigação, não foi fornecida qualquer informação adicional acerca dos planos de aula, podendo estes serem apresentados em qualquer formato ou estrutura. Com isto, a investigadora procurou ficar a conhecer o que a formanda valoriza num plano de aula. O facto de esta recolha ser apenas realizada no 2.º semestre também faz com que as aulas deste tema não sejam das primeiras que estas formandas lecionam. Assim, já tiveram algum tempo para aprender e desenvolver o seu conhecimento sobre como planear aulas.

Os planos de aula contêm muita informação acerca do conhecimento que as formandas têm de investigações estatísticas e das suas conceções sobre como as

realizar com os alunos. É também possível retirar destes planos o conhecimento que as formandas possuem de certos conceitos estatísticos e da sua didática, uma vez que, ao se fazer investigações estatísticas, se trabalha com muitos outros conceitos. A análise documental destes planos de aula têm a função de complementar a investigação qualitativa, ou seja, serve para triangular os dados provenientes do questionário, do relatório da investigação estatística, da observação das aulas e das entrevistas (Lessard-Hébert et al., 2008).

Para complementar a informação anterior, foi também realizada a análise documental de diários de bordo construídos para a unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada. Dora elaborou este diário de bordo fazendo uma reflexão aprofundada sobre os vários momentos das aulas ao longo de toda a prática, enquanto Mónica indicou não ter realizado um diário de bordo. Mesmo não tendo a mesma informação relativa aos dois casos, é interessante analisar essa reflexão de Dora.

3.5. ANÁLISE DE DADOS

A análise de dados realizou-se quase em simultâneo com o processo de recolha de dados e, de modo mais intenso, após a conclusão desse processo. Logo após a aplicação do questionário foi feita uma análise das respostas de todos os participantes das duas turmas. Essa análise contribuiu para uma descrição detalhada dos conhecimentos de Estatística e da didática deste conteúdo destes participantes. Conjuntamente com esta análise, foi feita uma análise dos seus relatórios da investigação estatística. Durante este processo considero tanto os conhecimentos estatísticos que demonstram aquando da sua aplicação numa investigação, como a reflexão que fizeram deste processo, a maneira como encararam uma investigação, os obstáculos e as dificuldades que tiveram de ultrapassar e as aprendizagens que efetuaram. Com tudo isto, pretendo criar uma perspetiva geral sobre o conhecimento estatístico e da didática da Estatística dos participantes que frequentam a Licenciatura. Posteriormente, analisei os questionários de caracterização e os questionários de conhecimento para escolher os dois casos, sendo, adicionalmente, um aspeto primordial na preparação das entrevistas iniciais através da elaboração do guião de entrevista.

Quadro 10. Codificação das siglas utilizadas.

Técnica de Recolha de Dados	Identificação de...		Código	Exemplo
Questionário	Questionário		Q	QD2 (questionário de Dora, questão 2) ou Q11-3 (questionário do participante 11, questão 3)
	Participante		1, 2, ... 15, 16	
			D - Dora	
			M - Mónica	
	Questão		1, 2, ... 8	
Entrevista	Entrevista		E	EFM (entrevista final de Mónica)
	Momento da entrevista		I - Inicial	
			A - Pré-Aula	
			D - Pós-Aula	
		F - Final		
	Formanda		D - Dora	
			M - Mónica	
Observação	Aula		Aula	AD (Aula de Dora)
	Formanda		D - Dora	
			M - Mónica	
Recolha documental	Relatório de investigação estatística	Relatório de grupo	G	G3PL (relatório do grupo 3 do regime pós-laboral)
		Número do grupo	1, 2, ...7	
		Regime	D - Diurno	
			PL - Pós Laboral	
	Plano de Aula	Plano de Aula	PA	PAM (plano de aula de Mónica)
		Formanda	D - Dora	
			M - Mónica	
	Diário de Bordo	Diário de Bordo	DB	DBD (diário de bordo de Dora)
Formanda		D - Dora		

A entrevista inicial e os planos de aula das formandas foram analisados para elaborar o guião da entrevista pré-aula. Durante a observação da aula, esta é analisada de modo a preparar a entrevista pós-aula. A análise dos dados provenientes destas entrevistas foi tida em conta na elaboração do guião da entrevista final, equacionando-se a

introdução de tarefas de Estatística e da sua didática para complementar e aprofundar a informação já recolhida. Após todas as entrevistas realizadas, iniciou-se a fase substancial de análise de dados qualitativos dos estudos de caso já com o processo de recolha de dados concluído. Esta análise começou com a transcrição integral das entrevistas e das aulas e da observação e a análise desses dados, cruzando os diferentes instrumentos.

Posteriormente, desenvolvi um sistema de codificação para organizar os dados e procurar regularidades e padrões (Bogdan & Biklen, 1994). O sistema de códigos (quadro 10) identifica a técnica de recolha de dados e outra informação pertinente.

O objetivo primordial é fazer uma análise descritiva, de cunho interpretativo, de modo a evidenciar a compreensão que os futuros professores possuem de Estatística, e, em especial do conceito de investigação estatística, e da didática desse conteúdo na sala de aula. Apesar do tema Estatística estar incluído nos temas a abordar em todos os ciclos de ensino no programa de 2013 (ME, 2013), e que a diferença em termos de conceitos em cada nível de ensino não seja significativa, assumo uma perspetiva do seu ensino e desenvolvimento na escola mais próxima da referida no programa de 2007 (ME, 2007), que se encontrava em vigor aquando da recolha de dados desta investigação, servindo portanto de referência a este estudo e, consequentemente, orientando a análise dos dados.

Tendo em conta este objetivo, considere *a priori*, duas unidades de análise: conhecimento de Estatística e conhecimento de didática de Estatística. Relativamente à primeira, considere, também *a priori*, três categorias de análise, modeladas pela questões de investigação: (1) conhecimento de investigações estatísticas; (2) conhecimento de conceitos de organização e representação de dados; e (3) conhecimentos de medidas de tendência central. Em relação à primeira categoria, conhecimento de investigações estatísticas, defini *a priori*, subcategorias com base no ciclo investigativo de Wild & Pfannkuch (1999): (i) fase problema; (ii) fase plano; (iii) fase dados; (iv) fase análise; e (v) fase conclusão. Em relação à segunda categoria – conhecimento de conceitos de organização e representação de dados, considere quatro subcategorias: (i) classificação de variáveis; (ii) elaboração de tabelas de frequências; (iii) elaboração de representações gráficas; e (iv) análise de representações. Esta categorização foi definida *a posteriori*, a partir da análise de dados. Dentro da terceira categoria, conhecimento de medidas de tendência central,

considere *a priori* três subcategorias, as três medidas de tendência central: (i) moda; (ii) média; e (iii) mediana.

Inseridas na segunda unidade de análise, conhecimento de didática de Estatística, considere, *a priori*, três categorias: (1) conhecimento de ensino e aprendizagem de investigações estatísticas; (2) conhecimento do aluno; e (3) conhecimento do ensino. A primeira categoria surgiu das questões de investigação e as outras duas pela necessidade de compreender outros aspetos do conhecimento de didática de Estatística não integrados na primeira categoria. Assim, recorri ao quadro teórico e à discussão então realizada desse tipo de conhecimento. Relativamente à primeira categoria, conhecimento de ensino e aprendizagem de investigações estatísticas, subdividi *a priori* em 5 subcategorias baseadas novamente no ciclo investigativo de Wild & Pfannkuch (1999): (i) ensino e aprendizagem da fase problema; (ii) ensino e aprendizagem da fase plano; (iii) ensino e aprendizagem da fase dados; (iv) ensino e aprendizagem da fase análise; e (v) ensino e aprendizagem da fase conclusão. Já dentro da segunda categoria, conhecimento do aluno, considere três subcategorias: (i) previsão de dificuldades de alunos; (ii) identificação de erros de alunos e sugestão de estratégias para os ultrapassar; e (iii) interpretação de estratégias de alunos. Esta categorização foi definida *a posteriori*, sendo determinada pela análise de dados e pela revisão de literatura. Em relação à terceira categoria, conhecimento do ensino, considere *a posteriori* três subcategorias: (i) gestão do tempo; (ii) tipo de trabalho; e (iii) introdução de novos conceitos/procedimentos. Estas subcategorias foram provenientes da análise de dados. As categorias de análise, resumidas no quadro 11, são então fruto dos dados obtidos, tendo em atenção o enquadramento teórico do estudo.

Foi realizada análise de conteúdo nos dados retirados dos relatórios das investigações estatísticas e dos questionários dos formandos. Essa análise de conteúdo teve o propósito de identificar diferentes aspetos dos dados e contar o número de vezes que certa informação surge. Mesmo tendo um cunho fortemente interpretativo (Fiorentini & Lorenzato, 2006), esta análise de conteúdo permite a obtenção de uma descrição quantitativa dos dados dos participantes das turmas (Marshall & Rossman, 2006). Com essa perspetiva, identifiquei diversos temas e estratégias comuns dos dados de todos os participantes e contabilizei o número de formandos cuja resposta se enquadrava num desses temas ou estratégias. Assim, é possível obter uma visão

global do conhecimento de Estatística ou de didática de Estatística dos formandos.

Quadro 11. Categorias e subcategorias de análise.

Unidades de análise	Categorias	Subcategorias
Conhecimento de Estatística	Conhecimento de investigações estatísticas	Fase 1: problema
		Fase 2: plano
		Fase 3: dados
		Fase 4: análise
		Fase 5: conclusão
	Conhecimento de conceitos de organização e representação de dados	Classificação de variáveis
		Elaboração de tabelas de frequências
		Elaboração de representações gráficas
		Análise de representações
	Conhecimento de medidas de tendência central	Moda
		Média
		Mediana
Conhecimento de didática de Estatística	Conhecimento do ensino e aprendizagem de investigações estatísticas	Ensino e aprendizagem da fase 1: problema
		Ensino e aprendizagem da fase 2: plano
		Ensino e aprendizagem da fase 3: dados
		Ensino e aprendizagem da fase 4: análise
		Ensino e aprendizagem da fase 5: conclusão
	Conhecimento do aluno	Previsão de dificuldades de alunos
		Identificação de erros de alunos e sugestão de estratégias para os ultrapassar
		Interpretação de estratégias de alunos
	Conhecimento do ensino	Gestão do tempo
		Tipo de trabalho
		Introdução de novos conceitos/procedimentos

No entanto, uma análise de conteúdo não se revela suficiente para compreender a dimensão e complexidade do conhecimento das formandas, nem como esse

conhecimento é chamado a atuar ou desenvolvido em sala de aula. Realizando análise de discurso, consigo dar uma maior profundidade aos dados, atendendo assim às características particulares de cada formanda (Fiorentini & Lorenzato, 2006). Essa análise de discurso procurou reconhecer o sentido que as formandas dão às ações em sala de aula, como estas ações se basearam no seu conhecimento e como este se desenvolveu. Para isso, e de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), eleji certos excertos de entrevistas, episódios de sala de aula e partes de outros documentos produzidos pelas formandas de acordo com o objetivo da análise e interpretei essa informação e as ideias subjacentes.

CAPÍTULO 4

CONHECIMENTO DOS FUTUROS PROFESSORES SOBRE ESTATÍSTICA E ENSINO-APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA

Nesta secção do estudo, debruço-me sobre o conhecimento geral dos formandos integrantes das duas turmas participantes no estudo. Numa primeira parte, faço uma apresentação das turmas, com referência a algumas das suas características pessoais e ao seu percurso académico. Numa segunda parte, faço uma caracterização do conhecimento destes formandos quanto ao tema de Estatística. Finalmente, faço uma caracterização do conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem deste tema pelos futuros professores e educadores.

4.1. APRESENTAÇÃO

As duas turmas que participaram no estudo eram constituídas por 36 futuros professores no total. Destes, 22 autorizaram a recolha de dados para esta investigação, mas apenas 17 responderam ao questionário de caracterização. Embora todos os relatórios de investigação e questionários de Estatística dos formandos que autorizaram sejam considerados na análise, caso não tenham respondido ao questionário de caracterização, esses formandos não são tidos em conta nesta primeira secção. Estas 17 formandas são todas do sexo feminino, com uma média de idades na entrada da Licenciatura em Educação Básica de cerca de 22 anos. O último ano de frequência da disciplina de Matemática antes da entrada na Licenciatura foi variado

(quadro 12), mas a maioria das formandas teve a disciplina durante o Ensino Secundário. Em média, estes alunos ficaram cerca de cinco anos sem a disciplina de Matemática, desde esse momento até à entrada na Licenciatura em Educação Básica. De notar, no entanto, que três formandas estiveram 10 anos ou mais sem Matemática.

Quadro 12. Frequência da disciplina de Matemática até entrada na Licenciatura em Educação Básica.

		Número de formandas
Frequência de Matemática	Até ao 9.º Ano	4
	Um ou dois anos de Secundário	6
	Três anos de Secundário	7

Dez das formandas entraram na Licenciatura através do Concurso Nacional ao Ensino Superior e as restantes sete através do Concurso “Maiores de 23”, três das quais sem o Ensino Secundário concluído. Adicionalmente, a Licenciatura em Educação Básica só não era a primeira escolha para duas destas formandas.

Quadro 13. Regime de frequência durante a Licenciatura e estatuto de trabalhador-estudante.

		Estatuto de trabalhador-estudante	
		Sim	Não
Regime	Diurno	0	7
	Pós-Laboral	6	4

Em relação ao seu percurso durante a Licenciatura, o quadro 13 mostra a distribuição das formandas segundo o regime de frequência e se tinham ou não o estatuto de trabalhador-estudante. Observamos que as sete formandas do regime diurno não tinham o estatuto de trabalhador-estudante, enquanto a maioria das formandas do regime pós-laboral tinham. Não quero isto dizer, no entanto, que as formandas que não têm o estatuto de trabalhador-estudante não tenham um emprego e se possam dedicar a 100% ao curso. Apenas significa que não são reconhecidas pela empresa empregadora nem pela instituição de ensino superior como tal, não tendo portanto direito a certas regalias que um trabalhador-estudante pode ter, como poder usufruir

de um dia sem trabalho por cada atividade de avaliação de cada unidade curricular.

Quadro 14. Médias das formandas de cada regime de frequência.

		Média UC de Matemática	Média de TMDEP	Média dos Relatórios de Investigações
Regime	Diurno	15,375	15,5	13,8
	Pós-Laboral	13,25	12,2	13,66

A média das classificações que estas formandas tiveram em unidades curriculares da área da Matemática, concluídas até ao final do ano de 2011/2012, é de 14,24 valores, sendo que na unidade curricular de TMDEP a média das classificações finais ficou ligeiramente abaixo desta média, sendo 13,67 valores. Nos relatórios das investigações estatísticas, a média das classificações das formandas foi de 13,72 valores. Estas classificações, tendo em conta o regime de frequência das formandas, distribui-se de acordo com o quadro 14. De realçar que as classificações finais das disciplinas foram consideravelmente superiores para as formandas do regime diurno.

Quadro 15. Frequência à disciplina de Matemática até entrada na Licenciatura em Educação Básica e preferência de mestrado.

		Preferência de Mestrado		
		Educação Pré-Escolar	Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo	Ensino dos 1.º e 2.º Ciclos
Frequência de Matemática	Até ao 9.º Ano	1	2	1
	Um ou dois anos de Secundário	-	3	1
	Três anos de Secundário	2	2	4

No que diz respeito às preferências para o mestrado que habilita para a docência, três das formandas preferem o nível pré-escolar, sete preferem o nível pré-escolar e 1.º ciclo do ensino básico e seis formandas preferem os 1.º e 2.º ciclos. Essa distribuição consoante a frequência da disciplina de Matemática até ao Ensino Superior está representada no quadro 15. Observamos que são as formandas com mais formação

Matemática aquelas que preferem o Mestrado em Ensino dos 1.º e 2.º Ciclos, talvez por se sentirem mais confortáveis na disciplina.

4.2. CONHECIMENTO DE ESTATÍSTICA

Nesta secção, abordo o conhecimento sobre as diferentes fases das investigações estatísticas demonstrado por estas formandas, de acordo com a análise dos seus relatórios de investigação estatística e dos seus questionários. De seguida, analiso o seu conhecimento de outros conceitos estatísticos, de organização e representação de dados e de medidas de tendência central.

4.2.1. INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS

Fase 1: Problema. Relativamente a esta fase, os grupos de formandas tinham de escolher um problema ou levantar uma questão inicial para apoiar o resto da investigação estatística realizada na unidade curricular de TMDEP. Todos os grupos iniciaram esta fase com a escolha de um tema em áreas como Ciências e Ciências Sociais em tópicos como desporto, reciclagem, gastronomia, consumo de água, alimentação, ocupação de tempos livres, brincadeiras, hábitos e rotinas, sendo de notar uma certa semelhança com os tópicos escolhidos pelos participantes do estudo de Heaton e Mickelson (2002). Esta escolha pode também estar associada ao facto de estas formandas, no mesmo semestre em que têm TMDEP, terem uma unidade curricular de Ciências (Biologia Humana e Saúde), onde abordam assuntos relacionados com vários destes tópicos. As escolhas das formandas incidem também sobre temas atuais muito falados na sociedade, como sugere a seguinte frase de um grupo: “visto que ao olharmos para a atualidade da nossa sociedade foi fácil a escolha do tema, dado que se fala muito em obesidade, principalmente em obesidade infantil, facto muito preocupante” (G5PL, p. 4). Outros temas foram baseados no interesse das formandas do próprio grupo: “Esta escolha deveu-se a uma certa curiosidade, da nossa parte, por saber como seriam os hábitos de consumo de água de pessoas de diversas idades, em duas regiões distintas” (G5D, p. 3). Deste modo, as razões que levam à escolha de um tema para a realização de uma investigação estatística são

diversificadas.

No que respeita ao modo como foi colocada esta escolha e ao impacto que teve na restante investigação estatística, é de referir que apenas um grupo fez esta escolha em forma de pergunta, tendo todos os outros citado apenas o tema. Nesse caso, a falta de uma questão orientadora pode dificultar a realização da investigação, podendo prejudicar até a elaboração de conclusões. O grupo que formulou uma questão indicou: “Quais as brincadeiras favoritas nestas faixas etárias?” (G2PL, p. 3). No entanto, nem este grupo nem os outros realizaram investigações estatísticas com um nível de envolvimento cognitivo desafiante (Makar & Fielding-Wells, 2011), não indo além da descrição de factos gerados: “A realização deste trabalho proporcionou-nos conhecimento dos gostos das crianças e das suas opções no que diz respeito às brincadeiras que realizam” (G2PL, p. 28). Isto pode significar que faltou algum elemento que levasse as formandas a um envolvimento mais forte e profundo na realização desta investigação estatística, para o que poderia ter contribuído a formulação de questões iniciais mais desafiantes.

Fases 2 e 3: Plano e Dados. No planeamento das suas investigações estatísticas, os grupos construíram questionários de modo a dar resposta à sua questão ou para obter dados sobre o tema que escolheram. Alguns dos grupos mostraram dificuldade em formular questões simples, diretas e claras. Perguntas com opções de resposta para que os inquiridos escolherem foram, sem dúvida, as mais frequentes, mas nalguns casos a sua formulação foi problemática. No exemplo “Toma o pequeno almoço? ☐ Sempre ☐ Às vezes ☐ Raramente” (G5PL, questionário) vemos que este grupo tenta fazer uma pergunta simples e direta, mas as opções que coloca não são relativas à questão em causa, mas sim à questão “Com que frequência toma o pequeno-almoço?” Outro caso de desacordo entre a questão e as opções é o exemplo “O local onde habita está equipado com ecopontos? ☐ Não ☐ Sim ☐ Quantos?” (G2D, questionário), em que uma das opções de resposta é uma nova pergunta. Isto aconteceu noutros grupos e parece sugerir que uma das dificuldades das formandas seja em restringir a uma unidade a informação a pedir em cada questão, evitando criar confusão a quem responde. Ainda com dados qualitativos e com questões de resposta múltipla, é interessante o exemplo “Usas molhos à refeição? ☐ Às vezes ☐ Sempre ☐ Nunca” (G7PL, questionário), que mostra falta de atenção à característica ordinal da variável, dificultando a tarefa a quem responde.

Alguns grupos tentaram construir questões de escolha múltipla com variáveis quantitativas, o que se revelou sempre problemático. No exemplo “Se respondeste sim na pergunta anterior diz quantos desportos praticas? ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ Ou mais” (G3PL, questionário), o grupo encontrou dificuldades na altura da organização e interpretação dos dados, tendo surgido a questão se esta variável seria quantitativa ou qualitativa. O grupo acabou por tratar este dado como qualitativo, não conseguindo deste modo determinar diversas medidas estatísticas. Outro erro com a construção de hipóteses de resposta em variáveis quantitativas surgiu numa questão relativa à quantidade de água que se bebe num dia, tendo um grupo dado as duas opções “☐ Menos de 1L ☐ Mais de 1L” (G5PL, questionário), o que não contempla todas as respostas possíveis, excluindo a resposta 1L.

Finalmente, verificamos que, quando alguns grupos fazem perguntas sobre determinado tema e a sua intenção é verificar os conhecimentos de quem responde, há uma tendência para construir questões que podem levar a determinadas respostas. Por exemplo, na questão “Tem consciência de que a água é um bem essencial que faltará no futuro? ☐ Sim ☐ Não” (G5D, questionário), o inquirido é levado a responder que sim, dado o alerta contido na pergunta.

Fase 4: Análise. Depois dos dados recolhidos na investigação estatística que realizaram, os grupos organizaram e interpretaram todas as variáveis utilizando o *Excel*. O uso desta ferramenta parece ter criado algumas dificuldades nas formandas: “Como o Microsoft Excel não é uma ferramenta muito utilizada por mim para a realização de trabalhos, não conhecia todas as suas funcionalidades e não sabia trabalhar com elas” (G4PL, p. 30). Um dos problemas surgiu na realização de gráficos:

Os gráficos foram também algo em que sentimos dificuldade, pois nem sempre os resultados estavam de acordo com os representados nas tabelas. Os eixos eram um pormenor que tínhamos de ter em conta pois nem todos começavam do mesmo valor (ni). (G3D, p. 43)

Esta afirmação leva-nos a pensar que, por falta de conhecimento sobre o funcionamento apropriado do *Excel*, os gráficos obtidos pelas formandas não estariam de acordo com o que esperavam, uma vez que o software define automaticamente os extremos e a unidade de cada escala.

Para alguns grupos de formandas foi também problemático lembrar as fórmulas a utilizar com o *Excel*. O comentário de um dos grupos “Outra das dificuldades com que nos deparámos foi na realização de algumas fórmulas, pois algumas delas já não nos lembrávamos de como se faziam” (G5D, p. 34) sugere que estas formandas tentaram memorizar as fórmulas do *Excel* ou os passos necessários e não desenvolveram autonomia no trabalho com o software para que, nas situações em que não sabiam a fórmula, pudessem procurar a mais adequada ou utilizar os seus conhecimentos estatísticos sobre o conceito.

Para além de obstáculos relacionados com o uso do software, outra dificuldade das formandas nesta fase do ciclo é a decisão do que é importante e possível fazer para cada conjunto de dados. Isto aconteceu na escolha de gráficos, como refere um relatório “Tivemos apenas algumas dificuldades na construção dos gráficos, tal como o melhor para apresentarmos as diferentes respostas, para melhor se comparar os valores” (G1D, p. 34). Uma dificuldade semelhante também se verificou na escolha de tabelas e medidas: “Para a realização deste estudo não encontramos dificuldades/obstáculos por parte da amostra, mas sim na elaboração do trabalho aquando a interpretação dos dados, relativamente ao tipo de tabelas e de medidas possíveis de calcular” (G10PL, p. 25). Isto demonstra que os conhecimentos que estas formandas adquirem durante a unidade curricular tendem a ser superficiais, sem compreender o porquê dos procedimentos, ou em que situações alguns procedimentos são mais apropriados do que outros.

A questão 8 do questionário apresentava uma tabela com dados recolhidos sobre animais de estimação de uma turma e a sua frequência absoluta e pedia às formandas que referissem que outros passos poderiam dar para completar esta investigação estatística (questão 8.3). Oito das 18 formandas não responderam a esta questão e seis assumiram, na totalidade ou em parte da sua resposta, que era para realizar esta investigação estatística com as crianças e adotaram o papel de professor. Discuto estas últimas respostas na secção do conhecimento didático das formandas. Seis das formandas afirmaram prosseguir com a análise dos dados, indicando todas a necessidade de realizar um gráfico, como se evidencia na resposta “Poderia fazer um gráfico, ou seja, transformar aquela tabela por exemplo no gráfico de barras” (Q11-8.3). Uma dessas formandas refere ainda que antes da construção do gráfico, podia completar a tabela com a frequência relativa: “Completar a tabela com as

percentagens e realizar um gráfico (pictograma), para ser mais fácil identificar-se” (Q12-8.3). Nota-se assim que estas formandas assumem precisar de realizar alguns procedimentos (tabela completa, gráfico), não como uma necessidade para completar a investigação, mas provavelmente por terem sido passos que lhe foram exigidos durante a investigação estatística que realizaram em TMDEP.

Fase 5: Conclusão. Na questão 8.3 do questionário, mencionada na fase anterior, apenas uma formanda faz referência à fase da conclusão de modo a completar a investigação estatística: “[Poder-se-iam] construir gráficos de forma a retirar conclusões” (Q5-8.3). Assim, para as outras cinco formandas que referiram passos necessários para completar a investigação, esta fica completa com a realização dos gráficos, o que revela que a perspetiva que estas formandas têm de investigações estatísticas é limitada e resume-se à organização e tratamento dos dados.

Os únicos dois grupos que fizeram investigações estatísticas com tema imposto durante a unidade curricular de TMDEP, sobre o perfil do visitante do festival da gastronomia, foram curiosamente as que na sua conclusão foram mais além com implicações do estudo baseadas nos resultados:

Visto que a maioria dos inquiridos visita o festival devido às tasquinhas a Câmara podia proporcionar uma maior variedade de tasquinhas e não tanto nos restaurantes, pois não é o motivo mais forte pelo qual as pessoas procuram o festival. (G3D, p. 42)

Para este grupo, a investigação teve um propósito mais alargado para a Câmara Municipal da localidade que aplicou os resultados numa melhoria do festival. Quando os resultados das investigações têm consequências ou implicações, o trabalho do grupo torna-se mais ativo e envolvente e as formandas mostraram muito mais interesse na sua atividade. Outro exemplo disso é a seguinte citação de outro grupo de formandas:

A educadora aproveitou o estudo feito em relação aos hábitos de leitura, começando por motivar os pais a contar uma história em casa e fazer um fantoche alusivo à história, para depois a criança recontar essa mesma história aos amigos com a ajuda da educadora. (G1PL, p. 36)

Estes resultados mostram que alguns grupos conseguiram fazer investigações

estatísticas com alguma relevância e, principalmente, com consequências e implicações de diversas formas e que a escolha do tema ou elaboração da questão inicial constitui, de facto, o momento fulcral do ciclo investigativo.

4.2.2. ORGANIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE DADOS

Classificação de variáveis. Nesta secção analiso o modo como as formandas classificaram as variáveis dos questionários que construíram na realização da investigação estatística durante a unidade curricular, uma vez que isso define o modo como têm de organizar os dados. Adicionalmente, considero o modo como lidam com o conceito de variável e as opções de resposta.

Quanto à classificação de variáveis, apenas um grupo cometeu um erro, classificando a variável número de horas que pratica desporto por semana como sendo quantitativa discreta em vez de contínua, como se confirma no seguinte excerto:

Quanto a esta variável, é do tipo quantitativa discreta, pois é uma quantidade, ou seja, o tempo de horas por semana que os inquiridos praticam desporto. É variável discreta pois as horas são números que se podem dizer com exatidão. (RG1D, p. 22)

Este exemplo mostra como algumas formandas classificam as variáveis olhando para os dados, verificando se são todos números inteiros ou não, e não para os valores que a variável pode tomar.

Houve ainda dois grupos que confundiram os conceitos de variável, variável qualitativa e/ou a opção de resposta, como se pode observar no seguinte exemplo: “Para este gráfico a variante correspondente é do tipo qualitativa, ou seja existem variáveis de qualidade, que são o ‘sim’ e o ‘não’”, relativamente à pergunta “Gostaria de praticar desporto?” (RG1D, p. 27). Nesta afirmação, percebemos que o grupo tanto confunde o termo variável e variante (talvez por serem semelhantes), o termo variável qualitativa e variável de qualidade (talvez também por ser parecidos), como o conceito de variável e as opções de resposta, afirmando que as opções “sim” e “não” são variáveis e não opções de resposta da variável. Esta última confusão poderá estar relacionada com o facto de as opções de resposta variarem entre si.

Tabelas de Frequências. No que respeita à elaboração de tabelas de frequências realizadas nos relatórios de investigação estatística, alguns problemas estão indicados no quadro 16. Oito dos 13 grupos fizeram o cálculo das frequências acumuladas em variáveis qualitativas, não ordinais, onde esse cálculo não tinha qualquer sentido. Isto pode significar que estas formandas têm a elaboração de tabelas tão automatizada que fizeram as tabelas de frequências completas (com as cinco colunas) sem pensarem criticamente se faz ou não sentido o que estão a fazer. Adicionalmente, três grupos denominaram incorretamente as frequências, trocando a denominação n_i de frequência absoluta por N_i de frequência absoluta acumulada e a denominação f_i de frequência relativa por F_i de frequência relativa acumulada. Isto poderá querer dizer que as formandas sabem os conceitos, porque os determinaram corretamente, mas confundem-se com a denominação que têm de lhes atribuir na tabela.

Quadro 16. Resumo dos problemas na elaboração de tabelas de frequências nos relatórios.

Problemas na elaboração de tabelas de frequências	Número de grupos
Confusão entre n_i e N_i	1
Confusão entre f_i e F_i	3
Problemas na coluna das variáveis qualitativas	3
Problemas na coluna das variáveis quantitativas discretas	1
Problemas na coluna das variáveis quantitativas contínuas	2
Cálculo das frequências acumuladas sem sentido	8

Outro problema, bem mais grave, foi a construção da primeira coluna. Nesse caso, os grupos apresentaram diversos erros, dependendo do tipo de variável analisada. No caso de variáveis qualitativas, existiram dois tipos de problemas realizados por três grupos de formandas. Dois dos 13 grupos cometeram o erro de não ordenar as opções de resposta, seguindo uma ordem crescente ou decrescente, quando isso é possível. No seguinte exemplo, representado na figura 23, as opções de resposta deveriam seguir a ordem lógica do significado das palavras, ou seja a opção de resposta “às vezes” deveria aparecer antes da opção de resposta “raramente”. Este tipo de erro pode estar associado ao facto de as formandas se distraírem acerca do significado das

palavras ou à construção da primeira coluna sem sentido crítico.

Opções	ni	fi	NI	FI
Sempre	7	12,5	7	12,5
Raramente	2	3,6	9	16,1
Às vezes	28	50,0	37	66,1
Nunca	2	3,6	39	69,6
Não resp.	17	30,4	56	100,0
N	56	1		

Figura 23. Tabela de frequências com as opções de resposta não ordenadas (RG7PL, p. 13).

Outro problema, que surgiu em dois grupos, está relacionado com o agrupamento de várias respostas na constituição de categorias de resposta no caso de haver muitas opções de resposta diferentes. No exemplo da figura 24, percebe-se que estas formandas colocaram as respostas dos inquiridos tal como foram dadas, sem repararem que haviam respostas muito semelhantes que poderiam ser agrupadas, como é o caso, por exemplo, das respostas “conhecer” e “turismo”. Este aspeto pode estar relacionado com o facto de estas formandas estarem a tratar os dados sem pensarem bem no que cada opção de resposta significa.

Razão para visitar o Festival	ni	fi
Os almoços Regionais	196	0,32
As Tasquinhas	256	0,41
O Artesanato	41	0,07
Os Concertos	5	0,01
Convívio	43	0,07
Curiosidade	6	0,01
Tudo	36	0,06
Trabalho	11	0,02
Tradição	6	0,01
Amigos/Família	4	0,01
Conhecer	5	0,01
Comida Alentejana	1	0,00
Convite	1	0,00
Turismo	10	0,02
Imprensa	1	0,00
Total	622	1,00

Figura 24. Tabela de frequências sem elaboração de categorias de opções de resposta (RG4D, p. 14).

Relativamente a variáveis quantitativas discretas, um grupo cometeu o erro de, na construção da primeira coluna da tabela, não ordenar os valores da variável. Como se

pode ver na figura 25, o número de peças de fruta não está por ordem, revelando a possível distração ou falta de sentido crítico na elaboração da tabela de frequências.

	ni	fi	Ni	Fi
1	14	0,47	14	0,47
2 ou mais	7	0,23	21	0,7
Nenhuma	9	0,3	30	1
Total	30	1		

Figura 25. Tabela de frequências com os valores não ordenados (RG5PL, p. 13).

No que diz respeito a erros na elaboração da primeira coluna das variáveis quantitativas contínuas, um dos grupos cometeu o erro de não realizar classes para a variável “tempo que cada jovem praticou desporto”, tratando esta variável como discreta (RG1D, p. 19). Outro erro, feito por um outro grupo, foi a elaboração não adequada de classes. As formandas tinham aprendido a usar ou a regra de *Sturges* (onde o número de classes k era dado pela fórmula $2^k \geq N$, sendo N o número total de dados) ou o senso comum. Como se pode ver pela figura 26, o grupo aplicou adequadamente a regra de *Sturges*, mas considerou incorretamente que $N = 9$, quando tinha um total de 81 dados. Este erro pode ter sido causado pela cópia de outra tarefa com o esquecimento de mudar o valor.

Primeiro que tudo temos de organizar os dados em intervalos e, para tal, temos de determinar as classes dos mesmos.

Determinar a amplitude da amostra:

Amplitude da amostra = máximo – mínimo

$A = 30 - 5$

$A = 25$

Determinar o número de classes:

~~$N = 9$~~

$K = ?$

$K = (\log 9) / (\log 2)$

$K = 3,16$ arredondando para o número inteiro seguinte, encontramos o número de classes 4.

Figura 26. Cálculos incorretos na construção de classes (RG5PL, p. 17).

Apesar de todos estes problemas, na maioria das tabelas de frequências constantes dos relatórios das investigações estatísticas (aproximadamente 140 das 225), os grupos de formandas elaboraram a tabela de frequências com todas as denominações e cálculos corretos e com a primeira coluna da tabela bem elaborada e organizada.

Na tabela de frequências que tiveram de elaborar no questionário (questão 1.1), apenas três formandas tiveram problemas na sua construção (quadro 17).

Quadro 17. Resumo dos problemas na elaboração de tabelas de frequências na questão 1.1.

Problemas na elaboração de tabelas de frequências	Número de formandas
Confusão entre tabelas de frequências e tabela de dupla entrada	1
Sem legenda na coluna da variável	3
Sem legenda na coluna das frequências	2

Uma das formandas confundiu a tabela de frequências com uma tabela de dupla entrada (figura 27), colocando nas linhas as diferentes classificações e nas colunas as diferentes frequências absolutas (até ao valor 20). Não é claro o porquê deste erro nesta formanda, que também acabou por não legendar a tabela que constrói. O facto de ter colocado os valores das frequências até 20 pode ser devido a uma confusão com os valores das classificações.

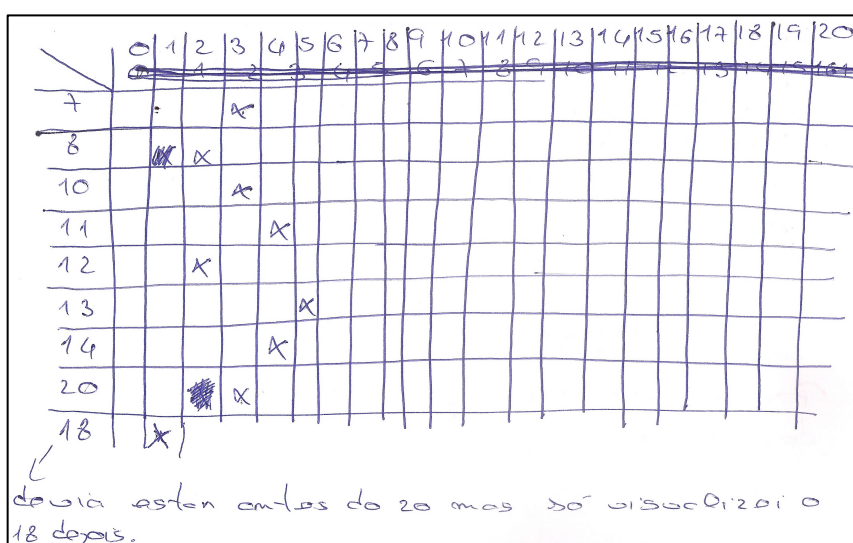


Figura 27. Resposta com tabela de dupla entrada (Q14-1.1).

Outra das formandas apenas não coloca legenda na coluna da variável, deixando esse espaço em branco, mas fazendo a restante tabela corretamente. Finalmente, outra formanda não legenda nenhuma das colunas, mas elabora a tabela corretamente. Provavelmente, estas formandas não sentiram necessidade de colocar as legendas, uma vez que os dados e o que eles significavam eram apresentados na questão.

Construção de representações gráficas. Foram várias as representações gráficas criadas pelas formandas aquando da organização dos dados que recolheram na sua investigação estatística realizada, contabilizando um total de 269 representações. Como vemos pela figura 28, algumas representações foram mais escolhidas para determinado tipo de variável. Assim, no tratamento de uma variável qualitativa, os gráficos de barras (60%) foram os mais escolhidos. Na elaboração de uma representação gráfica para dados quantitativos discretos, a primeira opção das formandas continuou a ser gráficos de barras (42%). Por último, no caso de variáveis quantitativas contínuas, as formandas escolheram maioritariamente a representação em forma de histograma (80%). Provavelmente, estas escolhas podem estar influenciadas pelo facto de estes tipos de gráficos serem os mais fáceis de elaborar manualmente e no *Excel* ou os que mais usaram na escola enquanto alunos do ensino básico e secundário.

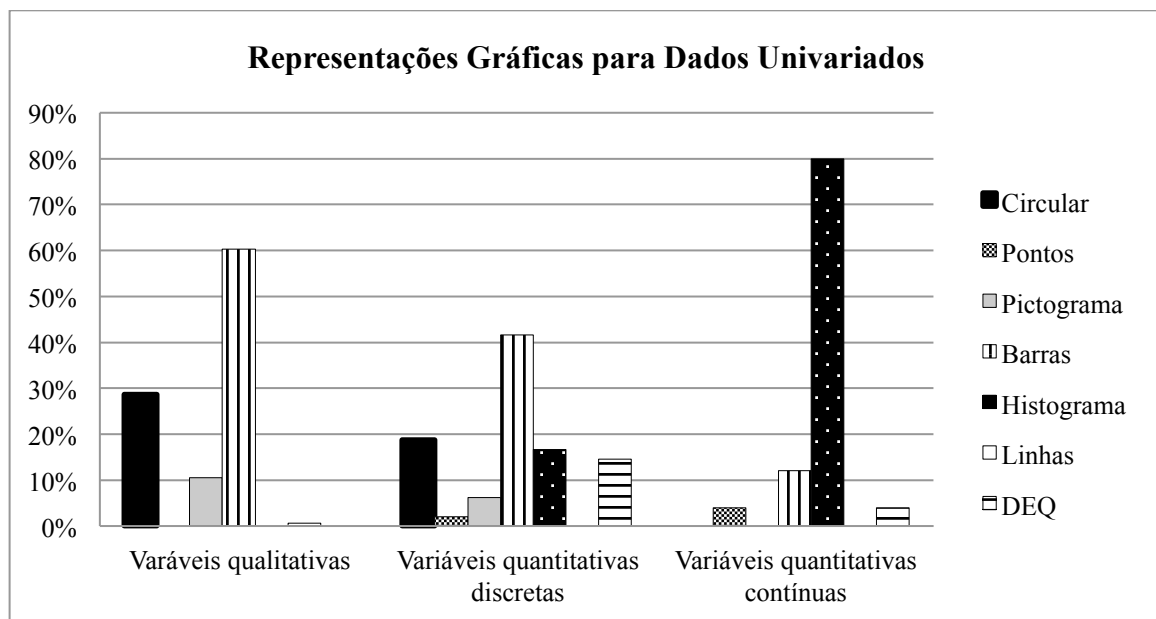


Figura 28. Resumo das representações gráficas nos relatórios.

Em termos genéricos, o gráfico de barras foi utilizado por todos os grupos, o gráfico

circular foi elaborado por 12 dos grupos, o histograma por 10 grupos e o pictograma por oito grupos. Outras representações gráficas, como o gráfico de linhas, o gráfico de pontos e o diagrama de extremos-e-quartis (DEQ), foram apenas usadas por um máximo de três grupos. No entanto, nem todas as escolhas foram as mais acertadas (quadro 18).

Quadro 18. Resumo dos problemas na elaboração de representações gráficas nos relatórios.

Problemas na elaboração de representações gráficas	Número de grupos
Gráfico desadequado	10
Título desapropriado	1
Eixo da variável problemático	2

Dez dos 13 grupos apresentaram representações gráficas menos apropriadas à variável em estudo, com a utilização de gráficos circulares (nove grupos) ou de barras (um grupo) não adequados ou a utilização de gráficos em três dimensões (quatro grupos) que dificultam a respetiva interpretação. Os gráficos circulares foram considerados menos apropriados por dois motivos diferentes. Em primeiro lugar, quando tinham demasiadas opções de resposta que dificultavam a leitura do gráfico (figura 29).

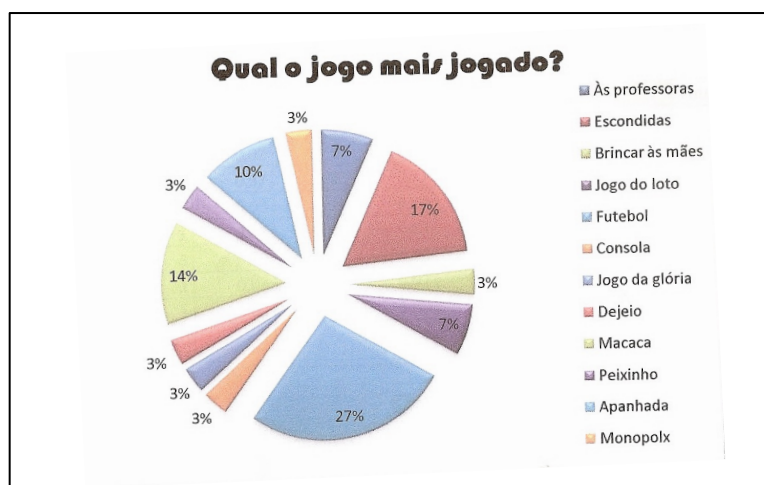


Figura 29. Gráfico circular com demasiadas opções de resposta (RG2PL, p. 15).

Em segundo lugar, quando este tipo de gráfico foi feito para variáveis qualitativas ordinais (figura 30), quantitativas discretas ou contínuas, em que se perde toda a

ordem implícita nos valores ou opções de resposta.

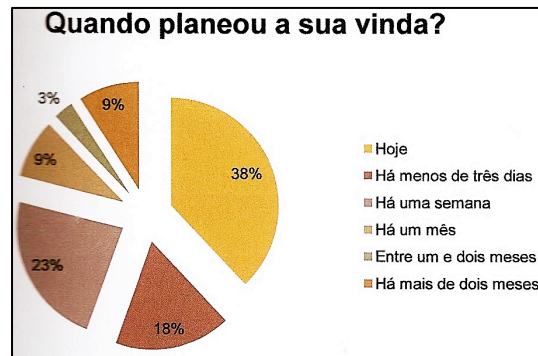


Figura 30. Gráfico circular para variáveis qualitativas ordinais (RG4D, p. 16).

Também por ter sido utilizado com uma variável quantitativa contínua, o seguinte exemplo com um gráfico de barras também foi considerado incorreto (figura 31). As formandas podem ter decidido fazer este gráfico devido ao facto de ter havido inquiridos a não responder e portanto se ter incluído a hipótese NR.

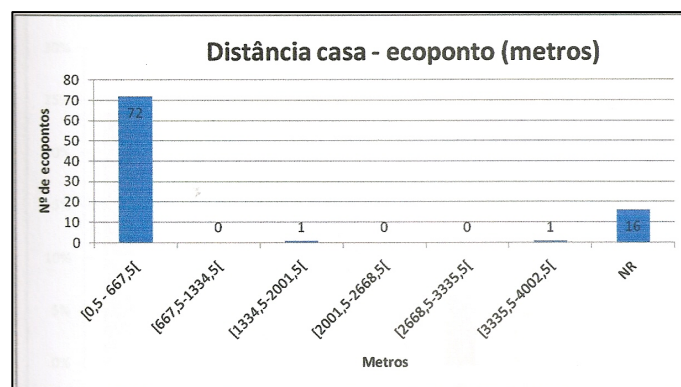


Figura 31. Gráfico de barras para uma variável quantitativa contínua (RG6PL, p. 11).

Também problemático foi o uso de gráficos em três dimensões que não facilitam a interpretação dos dados. Caso disso é o exemplo da figura 32 onde se usaram representações de cones tridimensionais. Pelo facto do cone ter uma ponta pontiaguda não se fica a perceber qual é realmente o valor da frequência de cada opção de resposta.

Outros problemas das representações gráficas, não tanto acerca da sua escolha, mas mais na sua construção, foram os dois casos seguintes. Um dos grupos realizou todos os seus gráficos não colocando um título adequado (figura 33). Nesse caso, a

denominação n_i aparece como título do todos os gráficos que construíram, provavelmente relacionada com a seleção de células aquando da construção deste gráfico e pelo facto de o grupo não ter achado necessário modificar o título que o *Excel* cria automaticamente.

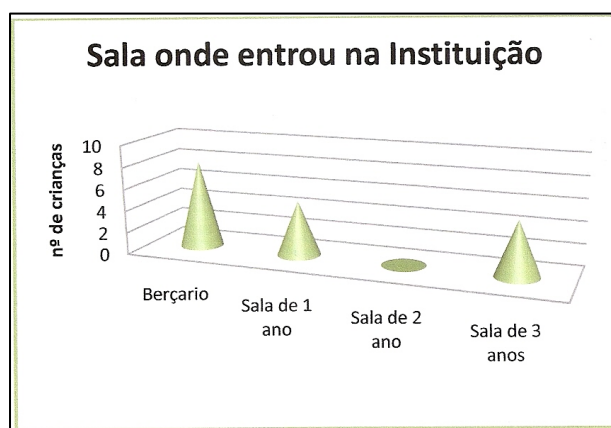


Figura 32. Gráfico tridimensional de difícil interpretação (RG1PL, p. 19).

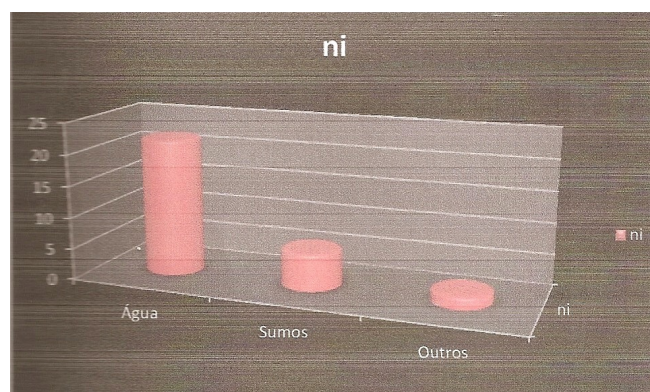


Figura 33. Gráfico com título desadequado (RG1PL, p. 19).

Por último, temos o problema relacionado com o eixo da variável na representação gráfica. Este problema foi observado em dois grupos e exemplo disso é a figura 34 onde se mostra um gráfico de barras onde o eixo da variável (eixo dos yy) oculta alguns dos valores da variável. Isso deve ter acontecido pelo facto de o *Excel* realizar automaticamente a escolha das unidades das escalas e os grupos de formandas terem tido dificuldade em modificar manualmente essa escala, como apontado nas dificuldades de alguns grupos nos relatórios da investigação estatística.

A escolha da representação gráfica foi muito variada e, com isso, os erros foram mais frequentes, principalmente na seleção de representações gráficas menos apropriadas

para os dados a tratar. Isto deve estar relacionado com o facto de as formandas terem um grande número de variáveis em estudo (no mínimo 11), o que fez com que, provavelmente, quisessem ir variando o tipo de gráfico apresentado.

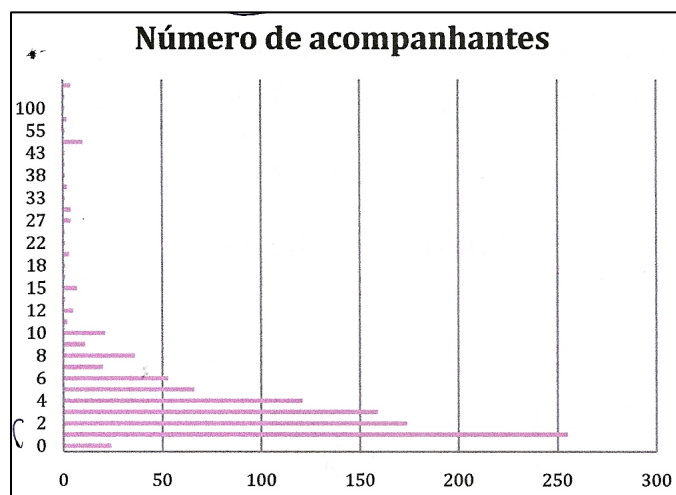


Figura 34. Gráfico com problema no eixo da variável (RG3D, p. 23).

Relativamente às representações gráficas criadas pelas formandas na questão 1.2 do questionário, como vemos pelo quadro 19, o gráfico de barras foi o gráfico mais usado (50%), tal como aconteceu nos relatórios das investigações estatísticas.

Quadro 19. Resumo das representações gráficas na questão 1.2.

Representações gráficas	Número de formandas
Gráfico de barras	9
Gráfico de pontos	7
Histograma	1
Sem resposta	1

Os problemas na elaboração destas representações encontram-se sistematizados no quadro 20. Das três formandas consideradas com uma representação gráfica desadequada, uma delas realizou um gráfico de barras com as barras todas juntas (semelhante a um histograma). As outras duas formandas tomaram a decisão de realizar gráficos de pontos, mas o facto de terem colocado a variável no eixo vertical

e a frequência no eixo horizontal e apenas um ponto por cada classificação e não tantos como a frequência (em que cada ponto é um aluno) revela alguma confusão com um diagrama de dispersão (figura 35).

Quadro 20. Resumo dos problemas na elaboração de representações gráficas na questão 1.2.

Problemas na elaboração de representações gráficas	Número de formandas
Gráfico desadequado	3
Sem título ou outra informação complementar	1
Eixo da variável problemático	3

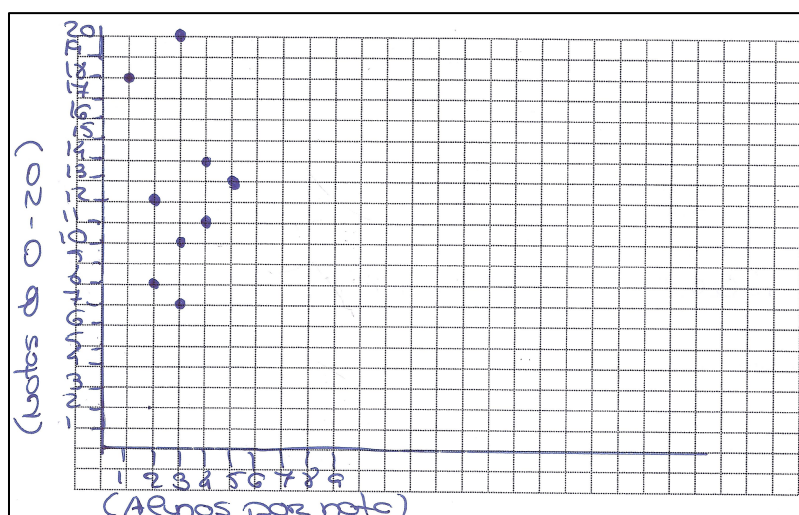


Figura 35. Resposta com gráfico de pontos confuso (Q12-1.2).

Um outro problema verificado apenas numa formanda foi a falta de informação no gráfico, ou com um título ou com a legendagem dos eixos. Mais uma vez, esta decisão pode estar relacionada com o facto de a informação sobre a variável estar presente. Finalmente, outro problema verificado em três formandas foi o posicionamento incorreto dos números no eixo horizontal (figura 36). Isto pode ter acontecido devido a uma distração ou conveniência no uso das quadrículas da folha, em que, por exemplo, se colocaram os valores no eixo e só posteriormente se construíram as barras onde, para usar as quadrículas, se teve de tomar a opção de colocar a barra à esquerda ou à direita do número e não com este ao centro.

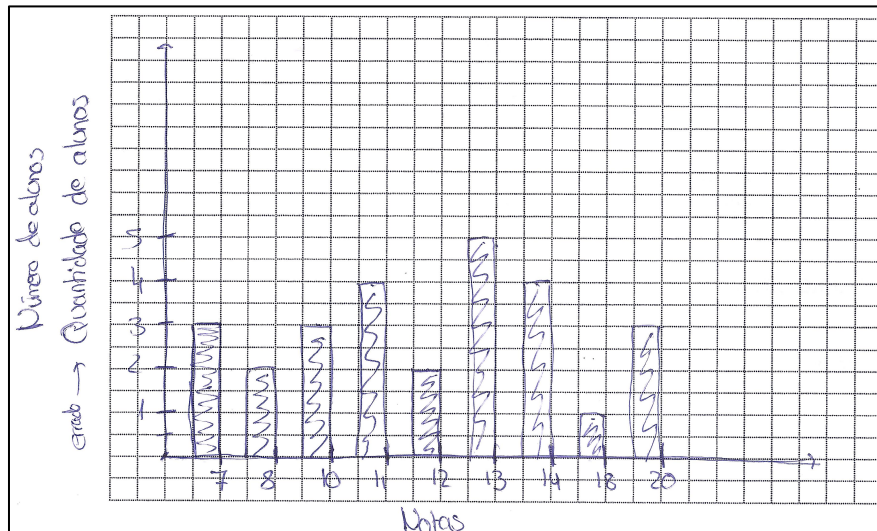


Figura 36. Resposta com posicionamento incorreto no eixo horizontal (Q5-1.2).

Análise de representações de dados. Nos relatórios das investigações estatísticas, não foi referido explicitamente que as formandas tinham de demonstrar um nível superior ao ler os dados para a unidade curricular, mas podia e devia ser útil para interpretação dos dados e consequente conclusão da investigação estatística. O quadro seguinte (quadro 21) apresenta os resultados acerca dos níveis de compreensão de tabelas e gráficos de Curcio (1987) e Shaughnessy (2007). Nessa tabela percebemos que todos os grupos mostram esse primeiro nível, em que basicamente se limitam a referir valores específicos representados (o mais alto, o mais baixo, o mais frequente, o menos frequente...).

Quadro 21. Níveis de compreensão de tabelas e gráficos nos relatórios.

Níveis de leitura de gráficos e tabelas	Número de grupos
Ler os dados	13
Ler entre os dados	11
Ler para além dos dados	6
Ler por detrás dos dados	6

Adicionalmente, 11 dos 13 grupos de formandas demonstram ainda o nível ler entre os dados. Exemplo disso é o caso em que, para interpretar a questão “Quando planeou a sua vinda [ao Festival Nacional da Gastronomia]?” (figura 37), o grupo refere

“Podemos verificar que cerca de 54% das pessoas planeia a sua visita com pelo menos 3 dias de antecedência” (RG3D, p. 19). Neste caso vemos que há uma interpretação da representação para além da leitura literal, onde se comparou as frequências da primeira e segunda categorias relativamente às restantes.

Seis grupos de formandas foram ainda mais além e demonstraram o nível de leitura para além dos dados, construindo uma inferência ou elaborando uma previsão com base nos dados. Como exemplo desse nível temos o que um dos grupos refere quando interpreta o gráfico referente à questão “Costumas jogar Playstation?” (figura 38): “Consideramos no entanto que se este estudo tivesse sido feito numa cidade (...) existiria uma maior percentagem de crianças que costuma jogar Playstation” (RG6D, p. 25). Observamos que este grupo construiu uma previsão em relação aos dados explícitos e implícitos na representação gráfica, fazendo uma previsão do que ocorreria se a recolha de dados tivesse sido feita num meio mais urbano em vez de num meio rural como tinha acontecido.

Planeamento da visita	ni	fi
Hoje	356	0,358
Há menos de 3 dias	181	0,182
Há uma semana	259	0,260
Há um mês	81	0,081
Há mais de 2 meses	93	0,093
Outra	25	0,025
Total	995	1



Figura 37. Tabela de frequências (RG3D, p. 19).

Figura 38. Gráfico (RG6D, p. 11).

São também seis os grupos que realizaram interpretações ao nível de ler por detrás dos dados, por se tratarem de interpretações que fazem ligação ao contexto dos dados e porque elaboram afirmações que tentam justificar a variação presente nos dados. Na afirmação que um dos grupos elaborou durante a análise da questão “Quando deixas mais comida?” (figura 39), as formandas tentam dar uma razão para o facto de terem recolhido aqueles dados, parece que tentando dar-lhes sentido.

Não encontramos uma razão concreta para estes resultados, contudo podemos pensar que os 53% estão próximos da realidade, uma vez que, geralmente, a comida da escola não agrada aos alunos e os 25% que afirmam deixar mais comida no prato ao jantar, podem ser resultado do cansaço de fim do dia. (RG7PL, p. 15)

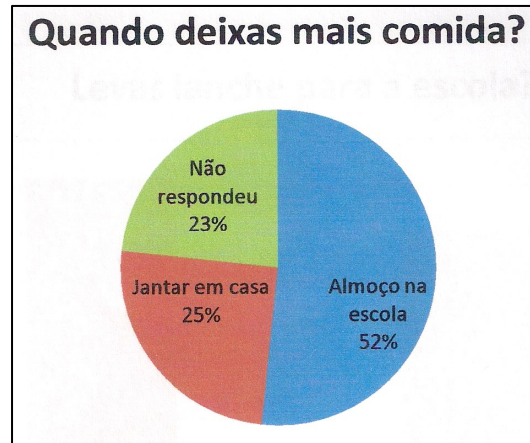


Figura 39. Gráfico (RG7PL, p. 16).

Reparamos que, apesar de todas ou quase todas as formandas elaborarem interpretações situadas nos dois primeiros níveis, quase metade dos grupos vai além disso elaborando previsões e inferências ou contextualizando os dados e argumentando a sua variação. É de salientar também que, nos relatórios das investigações estatísticas, se encontraram grupos cujas interpretações com base nas representações por eles construídas não apresentam o contínuo esperado acerca dos níveis de compreensão. Significa isto que se observam grupos que mostram interpretações no nível ler por detrás dos dados sem realizar interpretações ao nível ler para além dos dados (e, nalguns casos, também ler entre os dados). No entanto, não significa que estes grupos não sejam capazes de elaborar interpretações nestes níveis intermédios, uma vez que como já foi referido isso não lhes foi exigido, mas pode significar que para alguns grupos fazia sentido contextualizar os dados e argumentar a sua variação, uma vez que a investigação estatística incidia num tema do seu interesse e para o qual procuravam respostas, enquadrando-se assim no último nível.

Quanto às interpretações específicas de tabelas de frequências e representações gráficas realizadas pelos grupos nas suas investigações estatísticas, resultou um conjunto grande de diferentes respostas, que se encaixam nos níveis ler os dados e ler entre os dados. Em relação ao nível ler para além dos dados e ler por detrás dos dados, estes não se encontram categorizados em diferentes tipos, uma vez que os grupos que

apresentaram afirmações destes níveis elaboraram inferências ou previsões com base nos dados como as acima mencionadas ou associaram os dados ao contexto em que se inseriam e argumentaram sobre a variação dos dados como nas situações apresentadas em cima.

Relativamente ao primeiro nível de Curcio (1987), categorizaram-se cinco tipos de interpretações sobre as tabelas e representações gráficas (quadro 22). Todos os grupos, em alguma das questões, quando interpreta a tabela de frequências e a representação gráfica, limita-se a descrever todos os valores. Como exemplo, temos o caso de um dos grupos que afirma “Através da análise dos dados da variável qualitativa, verificamos que 75% das crianças almoçam na escola, 21% almoçam em casa e 4% das crianças almoçam no ATL” na interpretação da questão “Onde almoças durante a semana?” (RG4PL, p. 10). Nestes casos, há uma leitura integral das representações, fazendo referência a todas as categorias ou valores e às respetivas frequências.

Quadro 22. Tipos de interpretações ao nível ler os dados nos relatórios.

Interpretações de tabelas e gráficos	Número de grupos
Descrição de todos os valores	13
Opção de resposta com maior frequência	13
Opção de resposta com menor frequência	10
Extremos	10
Valores pontuais	11

Adicionalmente, todos os grupos de formandas também fizeram referência à opção de resposta com maior frequência (moda ou classe modal). Relativamente à variável “Materiais que são reciclados” (figura 40), um dos grupos mencionou que “Pelas pessoas que responderam que reciclavam, verificamos que o vidro, o papel e cartão são os materiais que mais vezes são reciclados (...), seguido do plástico (...) e das pilhas” (RG2D, p. 10). Observamos que este conceito estatístico, a moda, é um dos que é evidenciado pelo uso de uma representação gráfica como o gráfico de barras ou o gráfico circular, sendo portanto tão frequentemente salientado pelas formandas.

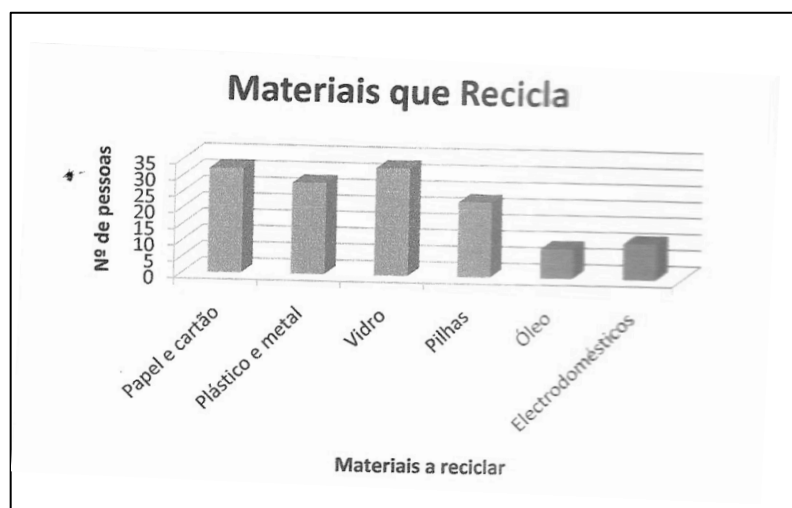


Figura 40. Gráfico (RG2D, p. 10).

Por outro lado, dez dos grupos de formandas referem a opção de resposta com menor frequência. Um dos grupos afirma “As atividades menos frequentadas são informática e apoio ao estudo” na interpretação da análise da questão “Se tens atividades quais são?” (figura 41) (RG4PL, p. 25).

Se tens actividades quais são?	ni	fi
Ginástica	6	0,32
Inglês	2	0,11
Música	9	0,47
Apoio ao estudo	1	0,05
Informática	1	0,05
N=	19	1

Figura 41. Tabela de frequências (RG4PL, p. 25).

Aconteceu ainda que três grupos, na interpretação dos dados, indicaram diferentes opções de resposta que apareciam com a mesma frequência, como no exemplo “Podemos ainda referir que tanto o voleibol como a ginástica têm a mesma percentagem (10%) bem como o atletismo e o surf (3%), entre outras modalidades desportivas” de um dos grupos ao analisar a variável “Desporto favorito” (RG1D, p. 11). Um grande número de grupos (10), quando interpretou os seus dados, apontou os extremos da variável. No estudo da variável “Peso”, um dos grupos escreveu “Podemos também verificar através da observação do gráfico 3 (histograma) que o peso mínimo atingido é de 11kg e o máximo de 21kg” (RG1PL, p. 13) (figura 42).

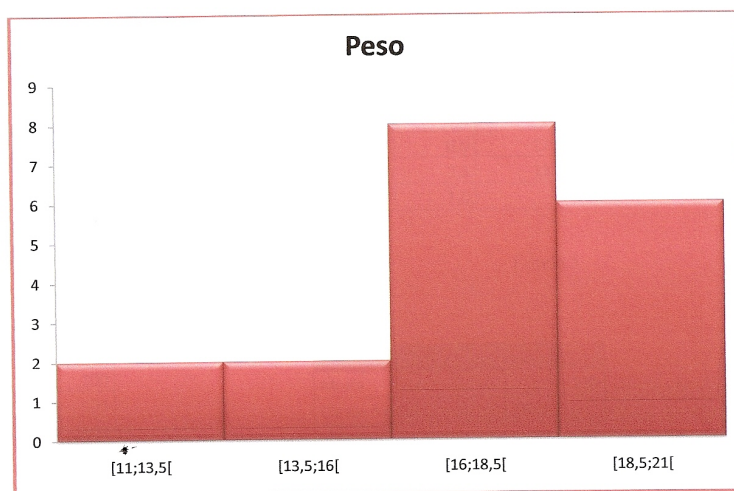


Figura 42. Histograma (RG1PL, p. 13).

O que pareceu acontecer diversas vezes (em 11 grupos) foi a indicação de valores pontuais da variável, com indicação da sua frequência (sem serem o de maior ou menor frequência, nem os extremos). Exemplo disso pode ser confirmado na seguinte afirmação: “Ao analisarmos os 2 gráficos circulares verificamos que estão muito equilibrados, 22% come sopa ao almoço e 24% come sopa ao jantar” (RG7PL, p. 12). Este grupo referiu uma opção de resposta que, apesar de não ser nem a de maior frequência, nem a de menor frequência, era relativa a uma questão importante, uma vez que o grupo quis analisar se a sopa era incluída ou não nas refeições (figura 43).

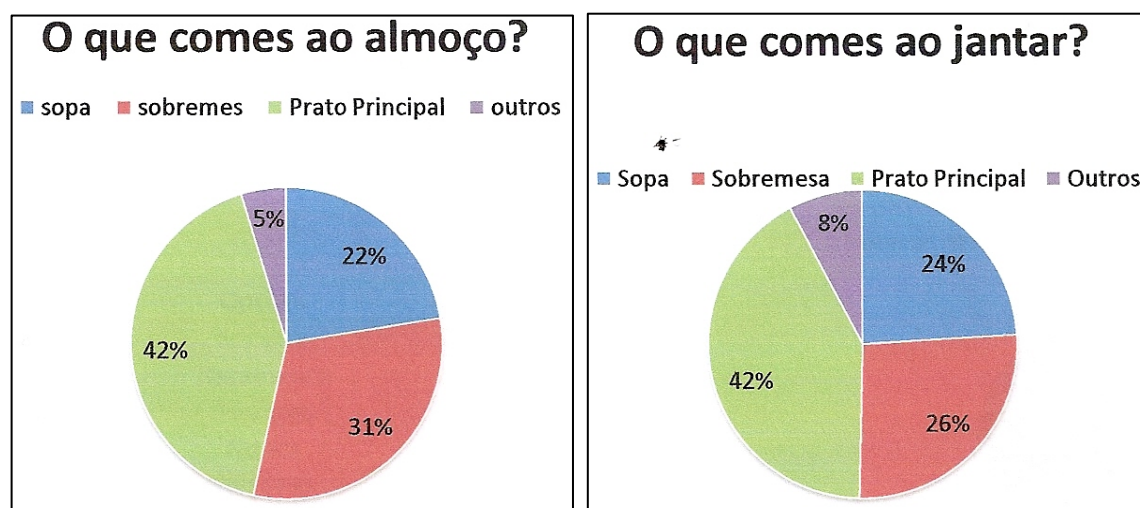


Figura 43. Gráficos circulares (RG7PL, p. 12).

Relativamente ao segundo nível de compreensão de Curcio, ler entre os dados, observamos cinco tipos de interpretação (quadro 23).

Quadro 23. Tipos de interpretações ao nível ler entre os dados nos relatórios.

Interpretações de tabelas e gráficos	Número de grupos
Comparação de frequências de diferentes opções de resposta	8
Combinação de frequências de diferentes opções de resposta	7
Opções de resposta com igual frequência	1
Opções de resposta de maior concentração	1
Tipo de concentração	2

No primeiro tipo, as formandas elaboram interpretações das representações que construíram fazendo comparações entre as frequências de diferentes opções de resposta. No caso do grupo que analisou a questão “Onde gostas mais de brincar?” (figura 44), referindo “A percentagem de crianças que gosta mais de brincar na rua ou em casa encontra-se mais ou menos equilibrada, embora com uma grande diferença da maioria” (RG2PL, p. 9), observamos que as formandas compararam a frequência das categorias “na rua” e “em casa” chegando à conclusão que são semelhantes, mas também referem a diferença de percentagem entre estas e a categoria mais referida.

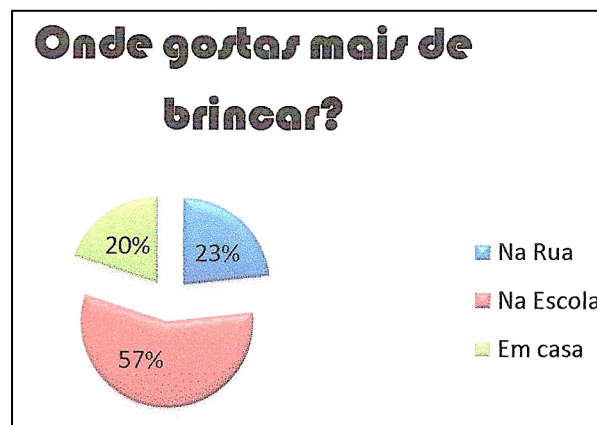


Figura 44. Gráfico circular (RG2PL, p. 9).

Num segundo tipo de interpretação do nível ler entre os dados, os grupos combinam as frequências de várias opções de resposta para retirarem mais informação com base nos dados. Um bom exemplo do que acontece neste tipo de interpretação é o que se

observa na análise da questão “Que brincadeiras fazes?” (figura 45), onde o grupo afirma “Verifica-se que 14 crianças brincam em casa e apenas 6 crianças brincam na rua. Das crianças que brincam na rua 50% anda de bicicleta, 33% joga à bola e 17% brinca aos polícias e ladrões”. Observamos que estas formandas pegaram na informação explícita na tabela e no gráfico e combinaram (adicionando) diferentes categorias para formar novas categorias “brincar em casa” e “brincar na rua”, retirando assim mais informação destes dados (procedendo posteriormente à determinação de novas percentagens).

Se respondeste sim que brincadeiras fazes?	ni	fi
Jogo PSP	3	0,15
Jogo à bola	2	0,10
Jogo no computador	7	0,35
Polícias e Ladrões	1	0,05
Brinco com bonecas	2	0,10
vejo televisão	2	0,10
Ando de bicicleta	3	0,15
N=	20	1,00

Figura 45. Tabela de frequências (RG4PL, p. 16).

Um terceiro tipo verifica-se num dos grupos, que indica diferentes opções de resposta com igual frequência. A afirmação “Podemos ainda referir que tanto o voleibol como a ginástica têm a mesma percentagem (10%) bem como o atletismo e o surf (3%), entre outras modalidades desportivas” na análise da variável “desporto favorito” (RG1D, p. 11) mostra uma comparação de diferentes frequências das várias categorias com identificação das que tinham a mesma frequência, mostrando assim alguma interpretação não literal das representações.

O quarto tipo de interpretação neste nível, realizado por outro grupo na análise de diagramas de extremos-e-quartis, explicita a concentração em vez de referir valores específicos. Este grupo faz alusão ao modo como os dados estão concentrados no diagrama construído (figura 46), o que requer também, para além do conhecimento do tipo de representação utilizada, a comparação dos vários dados para análise da distribuição:

No diagrama de extremos e quartis podemos observar com maior clareza que o maior tempo de jogo é de 90 minutos e o menor é de 2 minutos, sendo que a maior distribuição se concentra entre os 4 e os 20 minutos. (RG2PL, p. 27)

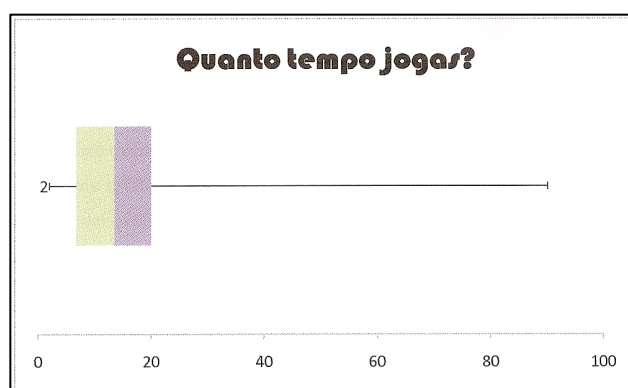


Figura 46. Diagrama de extremos-e-quartis (RG2PL, p. 27).

Os outros dois grupos apenas mencionam o tipo de distribuição que o diagrama de extremos-e-quartis lhes sugere, sem explicar o que isso significa propriamente. Assim, no exemplo “Este [o diagrama] está concentrado no extremo inferior” (RG4D, p. 22), o grupo indica o tipo de distribuição do diagrama (figura 47), mas fica-se sem se perceber como as formandas interpretam isso. Nestes casos, ainda incluídos no segundo nível de Curcio, há uma identificação de uma relação matemática entre a representação e o tipo de distribuição que pode surgir para estas representações.

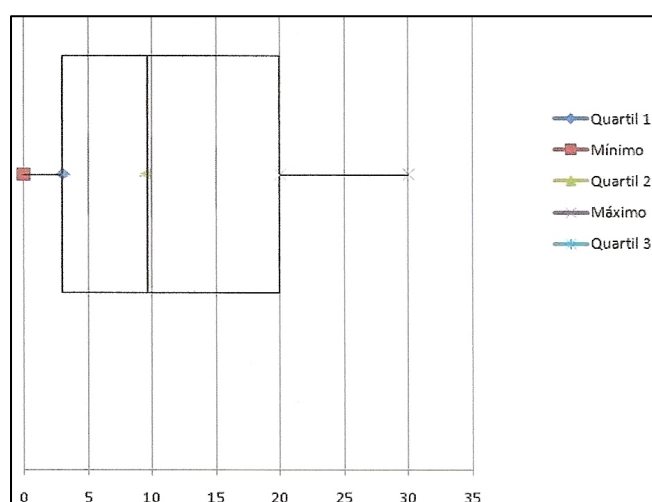


Figura 47. Diagrama de extremos-e-quartis (RG4D, p. 22).

Assim, verificamos que as interpretações realizadas abrangendo os diferentes níveis

de compreensão são diversificadas. As interpretações incluídas no nível ler os dados envolvem essencialmente situações em que há uma leitura integral dos gráficos ou tabelas ou uma leitura de valores pontuais, específicos ou não do contexto onde estão inseridos (moda, máximo, mínimo...). No caso das interpretações categorizadas como ler entre os dados encontramos uma maior variedade. Tanto se observam casos que só referem o tipo de concentração, não revelando muito sobre a compreensão da representação, como temos situações em que se usam os dados explícitos na representação para criar nova informação a partir destes.

Na questão 1.3 do questionário, as formandas tinham que redigir conclusões sobre as classificações de uma turma com base na tabela de frequências e no gráfico por elas construídos. Tal como acontece nos relatórios, esta questão tem a particularidade de ser uma tarefa bastante aberta, mas onde não existiam indicações para ir para além do nível ler os dados. O quadro seguinte (quadro 24) apresenta os resultados acerca dos níveis de compreensão de tabelas e gráficos de Curcio (1987) e Shaughnessy (2007) nessa questão.

Das 18 formandas que responderam a este questionário, duas não deram qualquer resposta nesta alínea. As outras 16 formandas deram respostas que se encaixam no primeiro nível de compreensão, que se encaixam no segundo nível ou com partes que se encaixam em ambos os níveis.

Quadro 24. Níveis de compreensão de tabelas e gráficos na questão 1.3.

Níveis de compreensão	Número de formandas
Ler os dados	11
Ler entre os dados	15
Ler para além dos dados	0
Ler por detrás dos dados	0

As formandas que deram respostas ao nível ler os dados são as que referem a classificação com maior frequência (moda), a classificação máxima (máximo) ou a classificação mínima (mínimo). Exemplos desse tipo de resposta são observados em 11 formandas. Por exemplo, na resposta “Concluimos que (...) a nota mais baixa é 7,

que a nota mais alta é 20 e que a moda é 13” (Q11-1.3), a formanda retira dados que se apresentam explícitos no gráfico ou na tabela, fazendo, portanto, uma leitura literal de algumas classificações que considera mais importantes salientar.

Positivo é o facto de a maioria das formandas formular conclusões que se encontram ao nível ler entre os dados e não no primeiro nível. Na verdade, 15 formandas das 16 que responderam revelam uma maior compreensão dos dados dos gráficos, fazendo comparações de quantidades e identificando relações matemáticas. Exemplos deste nível de compreensão são as respostas: “A maioria dos alunos da turma tiveram nota positiva. Num total de 27 alunos apenas 5 tiveram negativa, o que corresponde a 22,5% da turma” (Q12-1.3), “Posso concluir que as notas da maioria da turma são entre os 10 e os 14 valores, sendo que são poucos os alunos com notas inferiores e superiores” (Q2-1.3) e “Houve o mesmo número de alunos com 11 e 14” (Q5-1.3). Neste tipo de afirmações, as formandas comparam a quantidade de classificações positivas com a quantidade de classificações negativas, relacionam classificações com a mesma frequência e identificam onde se encontra um aglomerado na distribuição de dados. Esta informação não se encontrava explicitamente no gráfico ou na tabela, mas é facilmente encontrada através da sua interpretação e de alguns cálculos.

Estas questões abertas onde as formandas demonstram o que realmente valorizam e selecionam nas tabelas e nos gráficos para retirar conclusões não demonstram necessariamente o seu domínio dos diferentes níveis de compreensão. Mesmo assim, observamos que a maioria das formandas refere conclusões que se podem incluir no nível ler entre os dados. No entanto, talvez por não ter sido exigido explicitamente, nenhuma formanda construiu inferências ou previsões (ler para além dos dados) ou referiu os motivos por detrás da variação dos dados com consideração do contexto (ler por detrás dos dados). Este último nível não foi observado talvez pelo facto de o contexto ser muito familiar às formandas (classificações de uma turma) e por estas assumirem que é normal existir esta variação neste tipo de dados.

Em contraste com a anterior, a questão 3 é mais fechada e revelou uma tendência para uma resposta mais curta e concisa das formandas sem explicação do seu raciocínio. Neste caso, só são contemplados os dois últimos níveis de compreensão de gráficos de Curcio (1987), pois as alíneas 3.1 e 3.2 situam-se no nível ler entre os dados e a alínea 3.3 no nível ler para além dos dados (quadro 25). Apenas estes dois níveis são analisados nesta questão pois o primeiro nível foi facilmente atingido pelas formandas

noutro tipo de tarefas.

Quadro 25. Níveis de compreensão para a questão 3.

Níveis de leitura de gráficos e tabelas	Número de formandas
Ler entre os dados	11
Ler para além dos dados	7

O nível ler entre os dados foi observado em 11 formandas no total, 10 na alínea 3.1 e nove na alínea 3.2. De realçar que seis das formandas não responderam a estas duas alíneas, tendo duas delas referido por escrito que já não se lembravam como se interpretava um diagrama de caule-e-folhas.

A resposta correta na primeira alínea (3.1) é 26, conseguida através da contagem de todas as folhas no diagrama. Esta resposta foi dada por 10 das 12 formandas, sendo que as outras duas deram respostas erradas. Uma delas (QD3.1) respondeu “23”, provavelmente por não contabilizar as folhas que tinham o algarismo zero. A outra formanda com uma resposta errada (Q16-3.1) escreveu “4”, possivelmente contabilizando os algarismos diferentes de zero, mas desta vez os que se encontravam no caule.

A alínea 3.2 também avalia o nível ler entre os dados. Os resultados não são muito diferentes dos da alínea anterior. Nove das 12 formandas que responderam nesta alínea escreveram a resposta correta 10 que se obtinha contando todas as folhas pertencentes ao caule zero e todas as folhas menores que cinco do caule um. Nesta alínea existiram dois tipos de respostas erradas, a resposta “16” (Q5-3.2 e Q12-3.2) e a resposta “5” (Q16-3.2). No primeiro caso, as formandas podem ter contado todas as folhas necessárias, mas terão contado também todas as outras folhas inferiores a cinco (dos outros caules), obtendo uma resposta superior à correta. No segundo caso, para obter a resposta cinco, talvez a formanda tenha contado todos os algarismos do caule (uma vez que são todos inferiores a 15). Esta resposta, dada pela formanda que respondeu que existiriam quatro alunos na turma, tem ainda o problema de mostrar que ela não teve sentido crítico em relação à sua resposta, uma vez que, havendo no total quatro alunos na turma, não poderiam ter sido cinco a sair menos de 15 vezes do

país.

Relativamente ao nível ler para além dos dados, na alínea 3.3, as formandas tinham que ir além do que estava explícito ou implícito na representação e formular uma resposta baseada no seu conceito do que será “típico”. Nesta alínea oito formandas (mais duas que nas alíneas anteriores) não deram qualquer resposta, mostrando a dificuldade do conceito “típico”. Das sete formandas que deram uma das respostas consideradas como correta, 23 (por exemplo, Q7-3.3), todas associaram a palavra “típico” com o conceito de moda, dando como resposta o número com maior frequência. As outras três formandas deram uma de duas respostas. A formanda que deu a resposta “18” (Q4-3.3) é muito provavelmente a única a relacionar “típico” com o conceito de mediana, tendo, no entanto, identificado incorretamente a mediana nesta situação que seria de 18,5. As restantes duas formandas deram a resposta “2” (Q3-3.3 e Q16-3.3), tendo seguido, hipoteticamente, o raciocínio de dar o valor do caule com o maior número de folhas, ou seja, o valor do caule com maior número de frequências. Neste caso, apesar de não terem atribuído o valor com maior frequência que seria 23, deram a classe com maior número de frequências (a classe dos 20 ou das duas dezenas), o que poderia ter sido considerado também correto. No entanto, talvez por não interpretarem adequadamente o diagrama de caule e folhas, responderam só o valor “2”, que era o número que aparecia no caule.

Portanto, nas duas primeiras alíneas onde as formandas tinham que interpretar o diagrama de caule-e-folhas e fazer uma contagem de algumas ou todas as folhas, os erros ocorridos foram, essencialmente, por falta de conhecimento sobre este tipo de representação. Por ser um tipo de diagrama pouco usual no quotidiano, mas trabalhado em sala de aula, as formandas não se recordavam o que realmente significavam os diferentes números presentes. Na última alínea, onde era pedido às formandas para realizarem uma inferência do que será típico acontecer com base na representação dada, vemos que nove das 10 formandas associam típico à moda ou classe modal e uma associa este conceito à mediana. Assim, mais de metade das formandas (11) executa as tarefas que exigem o nível ler entre os dados e quase metade (sete) elabora uma inferência enquadrando-se no nível ler para além dos dados.

O quadro 26 contém um sumário dos resultados em ambos os documentos analisados. Deste quadro, verificamos que, no caso dos relatórios onde não tinham sido exigidas

explicitamente interpretações que percorressem os diferentes níveis de compreensão de tabelas e gráficos, os resultados são positivos, no sentido em que temos grupos que fazem inferências sobre os seus dados, enquadrando-se no nível ler para além dos dados, ou contextualizam e justificam os dados recolhidos, integrando-se no nível ler por detrás dos dados. Este contraste com a questão 1.3 onde não se observaram estes dois últimos níveis pode estar relacionado com o facto de que nessa questão o contexto é imposto enquanto nos relatórios o contexto é escolhido pelas próprias e, portanto, do seu interesse o que poderá fomentar um outro olhar das formandas sobre os dados, procurando assim realizar mais inferências, previsões e argumentação sobre a variação dos dados.

Quadro 26. Níveis de compreensão de tabelas e gráficos.

Níveis de compreensão de gráficos e tabelas	Relatórios Número de grupos/13	Questão 1.3 Número de formandas/18	Questão 3 Número de formandas/18
Ler os dados	13	11	-
Ler entre os dados	11	15	11
Ler para além dos dados	6	0	7
Ler por detrás dos dados	6	0	-

Neste tipo de situações, observamos também que o tipo de interpretações no nível ler os dados remete para a leitura integral das representações ou de alguns valores pontuais, associados ou não a conceitos estatísticos (moda, máximo, mínimo). Relativamente ao nível ler entre os dados, as interpretações realizadas remetem para a combinação ou comparação entre diferentes opções de resposta, agrupando-as ou distinguindo-as.

No que diz respeito à questão 3, única questão analisada que exigia ir além de ler os dados por conter alíneas envolvendo ler entre os dados e ler para além dos dados, os resultados são também positivos. Observamos que são muitas as formandas que respondem corretamente a estas alíneas, sendo que as respostas erradas se devem sobretudo ao não conhecimento do tipo de representação apresentada (diagrama de caule-e-folhas).

4.2.3. MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Moda. No que respeita ao conceito de moda e à determinação desta medida durante as investigações estatísticas que realizaram em TMDEP, a maior parte dos grupos não o referiu, mesmo que implicitamente, durante a interpretação dos dados nos seus relatórios (quadro 27). Nove dos 13 grupos não fez referência a esta medida quando analisou variáveis qualitativas e três grupos não referem a moda no caso de variáveis quantitativas. Nestes casos, o que se verificou foi ou uma simples leitura do gráfico ou da tabela de frequências, ou referência a outras medidas estatísticas, omitindo a moda. Dos grupos que indicaram a moda (mesmo que implicitamente através de diversas interpretações analisadas posteriormente), apenas um grupo fez confusão entre o valor da moda e o valor da frequência absoluta. Exemplo deste tipo de erro é a seguinte afirmação referente a uma variável quantitativa (número de jogos favoritos) onde a moda é um, com frequência absoluta de oito: “A maioria das crianças tem 8 jogos favoritos, o que torna este valor a moda” (RG2PL, p. 21).

Quadro 27. Resumo dos erros na indicação da moda nos relatórios.

Erros na indicação da medida	Número de grupos
Não referir em variáveis qualitativas	9
Não referir em variáveis quantitativas	3
Confusão entre moda e frequência absoluta	1

Em relação à aplicação do conceito de moda no contexto de um problema (questão 7.4 do questionário, onde moda=8), apesar de sete formandas não terem sequer respondido, 10 das restantes formandas, mesmo não tendo dado uma resposta correta a todo o problema, aplicaram o conceito de moda corretamente. Estas formandas colocaram dois ou três filhos do Sr. João com oito anos de idade, sendo que as restantes idades só apareciam uma vez cada. Logo, todas estas formandas mostraram compreender o conceito de moda. A outra formanda mostrou alguns cálculos na sua resposta (para aplicação de outro conceito), mas não chegou a acabar a resolução, não aplicando sequer o conceito de moda naquele contexto e, portanto, não dando evidência de o compreender ou não.

Em relação à interpretação que as formandas dão a este conceito durante a investigação estatística realizada, há uma grande variedade de interpretações da moda (quadro 28). Quatro dos grupos fizeram a associação da moda a algo que acontece “mais vezes”. Exemplo disso é a análise da questão “Qual a sua profissão?” onde o grupo refere “A moda do grupo de profissões é ‘profissões intelectuais e científicas’, pois é o grupo de profissões que se repete mais vezes na amostra” (RG4D, p. 11). Interpretações feitas por cinco grupos também associaram a moda com a resposta que aparece muitas vezes, mas desta vez aludindo à “frequência”, ou palavras da família, como “O número de acompanhantes mais frequente é 1 (moda)” (RG3D, p. 23).

Quadro 28. Resumo das interpretações adequadas da moda nos relatórios.

Interpretações adequadas	Número de grupos
Valor referido/ repetido/ verificado/ escolhido/ que surge mais vezes	4
Valor associado à maior frequência	5
Maior parte da amostra.../ maioria da amostra.../ maioritariamente...	4
Valor associado a mais ou a um maior número de inquiridos	4
Outra interpretação usando “mais” ou “maior” em contexto	2
Valor predominante/ que mais predomina/ predominantemente...	1
Valor satisfatório	1

Quatro dos 13 grupos usaram expressões como “a maior parte” ou expressões semelhantes que traduzem uma ideia correta: “A moda é 3, logo a maioria dos alunos já foi 3 vezes ao teatro” (RG6D, p. 28). Também relacionada com o tamanho da amostra está a categoria de interpretações onde a moda é associada a um maior número de inquiridos. Nesta categoria estão interpretações como “O maior número de inquiridos é do sexo feminino (moda)” (RG3D, p. 6). Uma ideia semelhante parece ser referida por um grupo que afirma que algo é predominante (“É o sexo feminino que predomina”, RG6D, p. 23) e por outro grupo que indica “Aqui obtivemos uma resposta satisfatória de ‘sim’, sendo a moda desta variável qualitativa ‘sim’” (RG6PL, p. 8). Interpretações da moda realizadas por dois grupos estão ligadas ao contexto, fazendo uso das expressões “mais” ou “maior”: “A televisão é o meio de informação

mais utilizado pelos inquiridos (...). Deste modo, conclui-se que a moda é a televisão” (RG2D, p. 17).

O quadro 29 sumariza os problemas de interpretação realizados pelas formandas. Dois grupos fizeram interpretações também associadas ao tamanho da amostra, mas as expressões escolhidas não foram tão eficientes como nos casos anteriores. Por exemplo, na análise da questão “Desde quando tem o hábito de reciclar?”, um grupo usou a expressão “Notámos que 36% das pessoas começaram a reciclar entre 2006 e 2008, em que, sendo esta a classe modal, concluímos que grande parte da amostra começou a reciclar nesta altura” (RG2D, p. 9). Este tipo de resposta é problemática porque o facto de acontecer algo numa grande parte da amostra, não significa que essa “parte” seja a maior e, por conseguinte, referente à moda.

Quadro 29. Resumo dos problemas de interpretação da moda nos relatórios.

Problemas de interpretação	Número de grupos
Grande parte da amostra...	2
Maior valor	1
Confusão	1
Sem interpretação (variáveis quantitativas)	7
Sem interpretação (variáveis qualitativas)	9

Adicionalmente, um grupo, na análise da questão “Onde tomas o pequeno-almoço?”, refere “A moda (...) é casa, pois é o valor do gráfico e da tabela mais elevado” (RG1PL, p. 29). Esta afirmação pode ser problemática quando a variável não é qualitativa, uma vez que no caso de ser quantitativa, o maior valor da tabela pode ser da variável e não da frequência. Um grupo fez a seguinte afirmação “As idades a que realizámos mais inquéritos foi a jovens com 19 anos” (RG1D, p. 8). Observamos alguma confusão mas não é claro se a nível de compreensão da moda ou se a nível de construção frásica em português. Esta frase transmite a ideia de que este grupo de formandas realizou inquéritos a idades e não a pessoas, o que para quem lê os relatórios pode ser confuso.

De destacar que, no caso das variáveis qualitativas, nove grupos não fizeram qualquer

referência ao conceito de moda e ao que esta medida representa e significa quando analisa os dados. O mesmo aconteceu com sete grupos para as variáveis quantitativas. Isto mostra que, principalmente em variáveis onde a moda é a única medida estatística que se pode determinar, algumas formandas limitam-se a uma leitura superficial dos gráficos e tabelas.

No que respeita ao questionário, uma das questões (7.1) pedia uma interpretação para o conceito de moda, em contexto (moda das idades de sete filhos igual a oito). Nesta situação, também houve alguma diversidade de interpretações adequadas por parte das formandas (quadro 30).

Quadro 30. Resumo das interpretações adequadas da moda na questão 7.1.

Interpretações adequadas	Número de formandas
Valor repetido/ verificado/ que aparece mais vezes	9
Valor associado à maior frequência	2
Maioria...	1
Outra interpretação usando “mais” ou “maior” em contexto	3

Nove das 18 formandas deram interpretações associadas a um valor que aparece “mais vezes”, como mostra o exemplo “A moda é o número de idades que se repete mais vezes” (Q8-7.1). Outras interpretações, realizadas por duas formandas, associaram a moda à maior frequência. Vemos isso no exemplo: “A idade mais frequente é de 8 anos” (Q2-7.1). Outra interpretação correta apresentada por uma formanda faz referência à maioria: “Significa que a maioria dos filhos tem 8 anos” (Q7-7.1). Por último, as outras interpretações consideradas corretas, referidas por três formandas, utilizam os termos “maior” ou “mais” em contexto, como no caso da formanda que referiu “Existe um maior número de filhos com 8 anos” (QM7.1).

Nesta questão também existiram problemas de interpretação do conceito de moda (quadro 31). Para além de duas formandas que não sabiam ou não responderam, uma das formandas confundiu o conceito de moda com o conceito de mediana, referindo “A moda é a idade do meio” (Q6-7.1).

Quadro 31. Resumo dos problemas de interpretação da moda na questão 7.1.

Problemas de interpretação	Número de formandas
Mais do que um indivíduo...	3
Mediana	1
Não sabe/ Não responde	2

Adicionalmente, três formandas associam a moda a algo que acontece a mais do que um indivíduo. Por exemplo, a seguinte afirmação “Significa que o Sr. João tem mais que um filho com 8 anos” (Q4-7.1) é problemática, uma vez que ter mais do que um filho com oito anos, não significa que oito é o valor da moda. Só é esse o caso se o número de filhos com essa idade for maior que os restantes. Provavelmente, por ser um contexto de idades de filhos e pelo facto de estas formandas considerarem que não se poderiam ter muitos filhos com a mesma idade, o que implicava muitos gémeos, a afirmação era informação suficiente.

Quadro 32. Resumo das interpretações adequadas da moda.

Interpretações adequadas	Relatórios Número de grupos/13	Questão 7.1 Número de formandas/18
Valor referido/ repetido/ verificado/ escolhido/ que surge mais vezes	4	9
Valor associado à maior frequência	5	2
Maior parte da amostra.../ maioria da amostra.../ maioritariamente...	4	1
Valor associado a mais ou a um maior número de inquiridos	4	0
Outra interpretação usando “mais” ou “maior” em contexto	2	1
Valor predominante/ que mais predomina/ predominantemente...	1	0
Valor satisfatório	1	0

O quadro 32 mostra um resumo das interpretações adequadas encontradas tanto nos relatórios das investigações estatísticas como nos questionários. Observamos uma maior diversidade de interpretações nos relatórios, mas isso é provavelmente associado ao facto de que nesse documento tinham um grande número de variáveis

onde interpretaram a moda. No quadro 33 está uma síntese dos problemas de interpretação observados nas formandas nos dois documentos analisados. Verificamos que a interpretação incorreta mais frequente é o facto de se associar a moda a um grande número de inquiridos, não explicitando que terá de ser um número maior.

Quadro 33. Resumo dos problemas de interpretação da moda.

Problemas de interpretação	Relatórios Número de grupos/13	Questão 7.1 Número de formandas/18
Grande parte da amostra...	2	3
Maior valor	1	0
Confusão	1	0
Mediana	0	1
Sem interpretação (variáveis quantitativas)	7	2
Sem interpretação (variáveis qualitativas)	9	-

Média. No caso da determinação da média, nos relatórios das investigações, não foi observado o erro na indicação desta medida que outros estudos reportam (Martins et al, 2009), uma vez que o *Excel* não deixa executar sequer a função “média” no caso de variáveis qualitativas. No entanto, para além dos seis grupos que em diversas variáveis quantitativas não referiram a média, dois indicaram um valor absurdo no contexto da variável (quadro 34). Ambos os casos aconteceram num contexto de variáveis quantitativas contínuas. Exemplo disso observa-se na análise da questão “Geralmente a que horas te deitas durante a semana?” em que o grupo obteve a média de 16h40 quando as horas variavam entre as 21h e as 23h (RG4PL, p. 29). Este exemplo mostra que as formandas provavelmente enganaram-se ao executar a função média no *Excel* e não tiveram sentido crítico na análise da resposta que obtiveram, sem perceberem que aquela resposta não tinha sentido para a questão em causa, revelando assim problemas de compreensão do conceito.

Em relação aos questionários das formandas, uma das questões pedia explicitamente o cálculo da média, baseando-se em duas representações de alunos (questão 6.3). Nove formandas responderam corretamente, por aplicação do procedimento de cálculo,

revelando assim compreensão processual do conceito de média (quadro 35).

Quadro 34. Resumo dos erros na indicação da média nos relatórios.

Erros na indicação da média	Número de grupos
Não referir em variáveis quantitativas	6
Valor absurdo	2

Quadro 35. Resumo das respostas na determinação da média na questão 6.3.

Tipos de resposta na determinação da média	Número de formandas
Correta	9
Incorreta	6
Sem resposta	3

Para além das três formandas que não responderam, as outras seis formandas deram uma resposta incorreta à questão. No entanto, essa resposta incorreta só revela a não compreensão das representações disponíveis, uma vez que a aplicação do procedimentos de cálculo da média foi bem concretizada, mostrando também que estas formandas compreendiam processualmente a média.

Em termos de interpretações do conceito de média, encontradas nos relatórios das investigações estatísticas, três grupos referiram interpretações adequadas e um grupo apresenta uma interpretação incorreta (quadro 36). De realçar que, nalgumas variáveis quantitativas, todos os grupos ou não mencionam qualquer interpretação ou referem afirmações do tipo “a média é...” ou “a amostra, em média...” que não revelam qualquer compreensão do conceito.

Relativamente às interpretações adequadas, houve um grupo que referiu a seguinte expressão: "A média das idades é de 3,4, que nos representa o equilíbrio das idades" (RG1PL, p. 11). Esta resposta demonstra que o grupo compreende que a média pode ser vista como um ponto de equilíbrio, mas não deixa transparecer de que modo estas formandas compreendem realmente o significado desta medida. Esta interpretação pode revelar compreensão conceptual do conceito (Leavy & O'Loughlin, 2006), mas

isso não é evidente, neste caso.

Quadro 36. Resumo das interpretações da média nos relatórios.

Interpretações do conceito de média	Número de grupos
Adequada	3
Incorreta	1
Sem interpretação	13

Dois grupos utilizaram a noção de distribuição equitativa ao interpretar a média, como no exemplo da análise da questão “Quantos jogos favoritos tens?”, onde o grupo escreveu “O que significa que se cada criança tivesse o mesmo número de jogos favoritos, cada uma teria 13,33 jogos” (RG2PL, p. 21). Este tipo de interpretações revela compreensão conceptual da média como sugerido por Leavy e O’Loughlin (2006).

As interpretações problemáticas da média estão associadas a mal-entendidos relativamente à distinção entre a média e outras medidas estatísticas. Um grupo fez confusão entre a média e as medidas de dispersão, usando a média (e a mediana) para averiguar se os dados estão ou não dispersos: “Os valores da média é 7,6 e mediana é 8, logo podemos concluir que os valores não são muito dispersos” (RG6D, p. 28), que não demonstra compreensão deste conceito.

Relativamente aos questionários das formandas, algumas das questões a que responderam dão alguma noção do seu conhecimento e compreensão do conceito de média. A questão 4.1 exigia que as formandas interpretassem a média num contexto específico (média de um conjunto de mulheres igual a 60kg). Nesta situação, algumas formandas deram mais do que uma resposta. Onze formandas referiram interpretações corretas da média, oito apresentaram interpretações incorretas e duas não mencionaram qualquer interpretação ou deram uma resposta completamente diferente (quadro 37).

Duas formandas deram respostas corretas demonstrando compreensão conceptual da média. Uma mostrou compreender que a média pode ser vista como a distribuição equitativa dos valores: “Significa que as 4 mulheres juntas pesam 240kg, ou seja, se

todas tiverem o mesmo peso, cada uma tem 60kg” (Q2-4.1). Outro exemplo é a resposta em que valores específicos foram dados a todas as mulheres, explicitando que é possível tirar peso à mais pesada e dá-lo à mais leve, semelhante ao modelo de nivelamento indicado por Leavy e O’Loughlin (2006).

Quadro 37. Resumo das interpretações da média na questão 4.1.

Interpretações do conceito de média	Número de formandas
Adequada	11
Incorreta	8
Sem interpretação	2

Nove formandas apresentaram interpretações corretas mas indicando compreensão processual da média. Esse é o caso da formanda que disse: “Os seus pesos somados e divididos por elas é igual a 60kg” (QD4.1). Nesta resposta, semelhante à da maioria das formandas (sete), detetamos uma grande ênfase no método de cálculo da média. Adicionalmente, algumas respostas acerca do peso total (dadas por duas formandas), como “Significa que o peso total das 4 mulheres era de 240kg” (Q10-4.1), também sugere compreensão processual da média, uma vez que utilizam o procedimento de cálculo para determinação do peso total das mulheres.

Um exemplo de uma afirmação correta que não demonstra compreensão, dada por uma formanda, é “Significa que o valor médio do seu peso é de 60kg” (QD4.1). Esta resposta é baseada na associação do termo média com o termo valor médio, palavras da mesma família.

Uma formanda deu uma interpretação incorreta da média, confundindo-a com a soma total: “Ao dividir 60kg por 4 verifico que o resultado seria de 15kg. Como é quase impossível 4 mulheres pesarem cada 15kg, penso que cada mulher pesa cerca de 60kg. Daí a média ser de 60kg” (Q3-4.1). Assim, a formanda adotou a média como uma soma total e, assumindo que cada mulher pesava o mesmo, determinou o peso de cada uma. Depois descobriu que era impossível, baseando-se no seu senso comum sobre o tema. Podemos considerar, no entanto, que esta formanda possui alguma compreensão processual do conceito.

Oito formandas referiram interpretações incorretas que não revelam compreensão da média. Observamos alguma confusão entre a média e as outras medidas de tendência central, como a mediana e a moda, em duas formandas, como “A maioria das mulheres pesa 60kg” (Q16-4.1). Outras interpretações incorretas são devido à ligação entre média e valor máximo. Por exemplo, uma formanda deu um intervalo para o conjunto de dados no qual todos os dados seriam inferiores à média: “Para a média ser 60kg, a mulher tem de pesar mais ou igual a 55kg e menos de 59,4kg” (QM4.1). Quatro formandas apresentaram interpretações desadequadas da média, usando-a como um valor próximo de todos os dados: “Significa que cada mulher tem cerca de 60kg” (Q3-4.1). Nesta resposta, a formanda considerou a média como uma medida de localização, onde cada valor dos dados está localizado perto desta, o que não é necessariamente verdade. Ainda outra formanda refere que os dados estariam perto da média mas não necessariamente iguais: “Significa que em média cada mulher pesa 60kg, sendo que este não é o peso correto” (Q15-4.1).

Outra questão do questionário, questão 4.2, pretendia perceber se as formandas estavam atentas ao facto de a média estar situada entre o mínimo e o máximo. A maioria das formandas (15) rejeitou a possibilidade de o valor máximo poder ser inferior à média, usando uma variedade de argumentos. No entanto, duas formandas disseram que era possível e outra não respondeu à questão (a mesma formanda que não respondeu à questão anterior) (quadro 38).

Quadro 38. Resumo das interpretações da média na questão 4.2.

Interpretações do conceito de média	Número de formandas
Adequada	15
Incorreta	2
Sem interpretação	1

Uma formanda respondeu corretamente usando um argumento que demonstra compreensão conceptual:

Não, porque se a média é de 60kg isto quer dizer que têm de existir mulheres com mais de 60kg, se existirem mulheres com menos de 60kg. O que poderia acontecer era a mulher mais pesada pesar 60kg e as outras o mesmo peso. (Q13-4.2)

Esta formanda teve em atenção que todos os dados afetam a média e, para que a média seja de 60kg, ou todos os valores são iguais a 60kg ou alguns estão acima e outros abaixo desse valor. Isto demonstra que esta formanda tem a perspetiva da média como ponto de equilíbrio, uma vez que compreende como devem ser os valores de modo a que a média atue como ponto de equilíbrio.

Outro tipo de respostas corretas mostram um argumento processual e foi dado por seis formandas. Quatro delas deram respostas que referem o facto de a média ter de ser inferior ou igual ao máximo. A resposta seguinte mostra que, para esta formanda, é impossível ter um total de 240kg e um peso máximo de 52kg:

Não poderia ser a mais pesada. Não sabemos o peso certo de cada uma, mas sabemos que a média é 60kg, logo a mulher mais pesada tem de ter um peso superior a 52, pois para a média ser 60, o valor total de peso tem de ser 240 ($60 + 60 + 60 + 60$). Deste modo, seria impossível que a mulher mais pesada tivesse 52kg. (QD4.2)

Este argumento segue uma perspetiva algorítmica e a resposta foi negativa uma vez que era impossível algebricamente. Outras duas formandas responderam corretamente usando um raciocínio hipotético “se fosse desta maneira, então...”, chegando a uma contradição. Um exemplo deste tipo de resposta é “Não é possível a mulher mais pesada ter 52kg. Porque ao multiplicar $52\text{kg} \times 4$ mulheres é igual a 208kg e que dividido por 4 nunca dá a média de 60kg, mas 52kg” (Q9-4.2). Este caso particular mostra compreensão processual da média, uma vez que a formanda usa o procedimento de determinação da média para chegar a uma impossibilidade.

Oito formandas deram uma resposta correta que ou não vinha acompanhada de argumentos (uma formanda) ou não usaram qualquer cálculo para demonstrar o seu raciocínio (sete formandas), não revelando assim compreensão do conceito. Em vez disso, estas últimas formandas referiram apenas que era impossível uma vez que a média ou o total seria diferente.

Uma formanda mostra compreensão processual da média, calculando corretamente o peso total, mas mostra falta de competências algébricas: “Sim, porque $60 \times 4 = 240\text{kg}$,

logo se a mais pesada tiver 52kg, as restantes podem ter por exemplo 51kg ou menos” (Q8-4.2). Isto demonstra que esta formanda pensa que é possível ter quatro mulheres a pesar 52kg ou menos e mesmo assim obter um total de 240kg.

Outra resposta incorreta é “Sim, pois o total dos pesos tem de ser 120 (60×2), se cada uma das mulheres tiver um peso aproximado a este” (Q5-4.2). Este raciocínio é muito confuso, especialmente o cálculo do peso total, uma vez que não é claro a razão desta formanda ter multiplicado por dois. Assim, a sua resposta não evidencia compreensão da média, nem no sentido processual.

Uma outra questão do questionário, questão 5, pedia às formandas para encontrar um valor específico de modo a alterar o valor da média. Apenas uma formanda deu uma resposta incorreta a este problema (quadro 39).

Quadro 39. Resumo das interpretações da média na questão 5.

Interpretações do conceito de média	Número de formandas
Adequada	17
Incorreta	1

Uma formanda não deu uma resposta final, mas mostrou um raciocínio que indica alguma compreensão conceptual. Na resposta “Na 4.^a unidade curricular é necessário ter nota superior a 16, para que a média aumente” (Q1-5), a média é considerada como um ponto de equilíbrio, onde são necessários dados maiores para que esta aumente. Assim, esta formanda mostra a perspetiva de ponto de equilíbrio da média.

Das 17 formandas que apresentaram uma resposta correta, 10 usaram uma estratégia algorítmica. Duas delas resolveram uma equação como a da figura 48, demonstrando compreensão processual da média e boas capacidades algébricas. Outras cinco não usaram uma equação, mas realizaram vários cálculos de maneira a encontrar o total das três disciplinas e o total das quatro disciplinas, assim como a sua diferença, que correspondia à quarta disciplina (figura 49). Esta estratégia também mostra compreensão processual da média.

$$\frac{x + 15 + 15 + 15}{4} = 16 \Leftrightarrow \frac{x + 45}{4} = 16 \Leftrightarrow x + 45 = 16 \times 4 \Leftrightarrow x + 45 = 64 \Leftrightarrow x = 64 - 45 \Leftrightarrow x = 19$$

Figura 48. Resposta usando uma equação (Q15-5).

$$\begin{array}{r} 15 \times 3 = 45 \\ 16 \times 4 = 64 \\ \hline 64 \\ - 45 \\ \hline 19 \end{array}$$

Figura 49. Resposta através de cálculos (Q7-5).

Três formandas deram uma resposta correta, mas não explicaram como obtiveram o valor. Apenas confirmaram, através do algoritmo, que com aquela resposta a média aumentava como exigido (figura 50). Estas formandas mostram compreensão processual, mas não foram capazes de justificar a sua resposta, chegando a esta talvez por tentativa e erro.

Seis formandas apresentaram uma resposta correta mas sem qualquer justificação e, portanto, não dando indícios do raciocínio que seguiram para obter a resposta. É possível que estas formandas também tenham usado a estratégia de tentativa e erro.

A resposta incorreta foi devido à não consideração das ponderações das classificações (figura 51). Esta formanda fez a média aritmética não tendo em atenção que eram quatro disciplinas e não apenas duas. Assim, não foi demonstrada compreensão da média nessa situação.

$$\frac{15 + 15 + 15 + 17}{4} = 15,5 \text{ média}$$

Figura 50. Resposta com confirmação (Q8-5).

$$\frac{15 + 17}{2} = 16$$

Figura 51. Resposta incorreta (QD5).

Um resumo das interpretações apresentadas pelas formandas encontra-se no quadro 40. Este quadro mostra que são poucas as formandas que revelam uma compreensão conceptual do conceito de média, considerando-a como ponto de equilíbrio, como uma distribuição equitativa dos dados ou pensando na perspectiva de nivelamento dos dados. A maioria das formandas revela, no entanto, compreensão processual deste conceito, mesmo quando chega a respostas incorretas das tarefas ou quando utiliza a estratégia de tentativa e erro e faz recurso do procedimento de cálculo para confirmação da resposta.

Quadro 40. Resumo das interpretações da média.

Interpretações do conceito de média	Tipo de compreensão	Relatórios Número de grupos /13	Questão 4.1 Número de formandas /18	Questão 4.2 Número de formandas /18	Questão 5 Número de formandas /18
Adequada	Conceptual	2	2	1	1
	Processual	-	9	6	10
	Sem compreensão	1	1	8	6
Incorreta	Processual	-	1	1	-
	Sem compreensão	1	8	1	1
Sem interpretação		13	2	1	-

Mediana. Relativamente ao conceito de mediana, o único erro na indicação desta medida, observado nos relatórios escritos das formandas, foi a sua omissão em variáveis quantitativas. Sete dos 13 grupos apresentaram a análise de algumas questões sem referir esta medida.

No que respeita a interpretações corretas do conceito de mediana (quadro 41), há a registar a seguinte interpretação de um dos grupos: “Até à mediana estão 50% da amostra e para lá da mediana também estão” (RG5D, p. 13), o que demonstra que estas formandas compreendem que a mediana divide a amostra ao meio, 50% para cada lado da mediana. No entanto, pode ser problemático a não inclusão do valor da mediana na segunda metade da amostra (“para lá da mediana”).

Quadro 41. Resumo de interpretações adequadas da mediana nos relatórios.

Interpretações adequadas	Número de grupos
Valor que divide os dados ordenados	1
Até esse valor estão 50% da amostra	1
50% dos inquiridos ... ou menos...	3
50% dos inquiridos ... no máximo...	1

Outro grupo fez a interpretação: “A mediana é 7,5, que é o que divide os dados ordenados” (RG4D, p. 11), revelando que estas formandas compreendem que a mediana é o valor que divide os dados quando ordenados, mas que não deixa perceber uma real compreensão do conceito em contexto.

Quatro grupos fizeram interpretações adequadas que revelam compreensão deste conceito no contexto dos dados analisados, como: “50% das pessoas pretende regressar à feira, no mesmo ano, no máximo 2 vezes” (RG3D, p. 31) ou “50% das crianças têm 4 ou menos jogos” (RG2PL, p. 21). Este tipo de interpretação mostra compreensão do que significa a mediana no contexto da variável em estudo, recorrendo a expressões que na realidade fazem sentido na interpretação dos dados.

No entanto, nem tudo foram interpretações adequadas (quadro 42). Três das interpretações mostram que a mediana é um valor central que divide os dados em 50% para cada lado, mas que não mostram compreensão conceptual do conceito. Por exemplo, um grupo escreveu: “O Q2 é a mediana, ou seja, o valor que está no centro, equivale a 50%” (G1D, p. 8). Esta interpretação mostra alguma confusão uma vez que sugere que a mediana é equivalente a 50% dos dados, o que é incorreto. No seguinte exemplo, um grupo tentou fazer uma formulação do tipo realçado nas interpretações adequadas e muito útil em contexto, mas fez confusão, talvez por não compreender bem o conceito: “50% das pessoas no máximo vêm ao festival com 3 acompanhantes” (RG3D, p. 23).

Quadro 42. Resumo de erros de interpretação da mediana nos relatórios.

Erros de interpretação	Número de grupos
Valor que está no centro	1
Valor equivalente a 50%	1
Valor para um máximo de 50% dos inquiridos	1
Confusão entre mediana e medidas de dispersão	1
Sem interpretação	13

Como no caso da média, um grupo utilizou a mediana para comentar sobre a dispersão dos dados, mostrando alguma confusão entre a mediana e outras medidas

estatísticas. É de realçar ainda que, mais uma vez, nenhum dos grupos fez a interpretação do conceito de mediana para todas as variáveis quantitativas que estudou.

No que diz respeito aos questionários das formandas, duas das questões a que responderam dão alguma noção da sua compreensão do conceito de mediana. A questão 7.2 exigia que as formandas interpretassem a mediana num contexto específico (mediana de um conjunto de filhos igual a 10 anos). Sete formandas referiram interpretações corretas da mediana (quadro 43), cinco apresentaram interpretações incorretas (quadro 44) e seis não mencionaram qualquer interpretação.

Quadro 43. Resumo de interpretações adequadas da mediana na questão 7.2.

Interpretações adequadas	Número de formandas
Valor que divide os dados ordenados	4
Valor do meio, em contexto	3

Os dois tipos de interpretações corretas não diferem muito, divergindo apenas pela utilização ou não do contexto onde se inserem os dados. Quatro formandas escreveram afirmações do tipo “Pondo os valores por ordem crescente, a mediana é o valor que se encontra no meio” (Q11-7.2). As outras três formandas que também apresentaram interpretações corretas para a mediana, inseriram a sua resposta no contexto dos dados. Como exemplo disso temos a afirmação “A mediana é o número que se encontra no meio ou seja existem 3 filhos com menos de 10 anos e 3 filhos com mais” (Q12-7.2).

Em termos de interpretações incorretas, temos uma maior variedade de respostas. Duas das formandas referem que a mediana é o valor “central” (Q16-7.2) ou do “meio” (QM7.2), mas sem referência ao facto de os valores terem de estar ordenados. Uma outra formanda confunde a mediana com a média, afirmando que a mediana é “o valor médio das idades” (QD7.2). Finalmente, uma formanda refere que a “mediana é a soma” (Q8-7.2) e outra confunde a mediana com a média dos extremos, como se verifica pela afirmação: “A soma da idade do filho mais velho com a idade do filho mais novo a dividir por dois” (Q13-7.2).

Quadro 44. Resumo de erros de interpretação da mediana na questão 7.2.

Erros de interpretação	Número de formandas
Valor que está no centro	1
Valor do meio	1
Média	1
Soma	1
Média dos extremos	1

De realçar é o facto de todas estas formandas que mostraram dificuldade em interpretar corretamente a mediana, não conseguiram aplicar esse conceito para encontrar um conjunto de dados (questão 7.4), revelando a forte relação entre a compreensão do conceito e a sua aplicação.

4.3. O CONHECIMENTO DE DIDÁTICA DA ESTATÍSTICA

Em relação ao conhecimento de Didática da Estatística, apresento apenas alguns aspetos, relacionados com a condução de investigações estatísticas e o conhecimento do aluno e do ensino. Não é possível aprofundar este capítulo pelo facto de não ter acesso à observação e experiência de todas estas formandas em sala de aula.

4.3.1. CONDUÇÃO DE INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS

Ensino e aprendizagem da fase 1: Problema. Em relação a esta primeira fase das investigações estatísticas, as formandas no trabalho que realizaram para a unidade curricular de TMDEP, tinham de escolher um tema que pudesse ser, posteriormente, desenvolvido em sala de aula. Por isso, alguns grupos escolheram alguns temas que eram do interesse das crianças, revelando a sua intenção de motivar os alunos com as suas escolhas: “Esta foi a nossa opção porque pretendíamos que o tema do trabalho estivesse relacionado com os interesses das crianças” (G6D, p. 3).

Na fase de conclusão das investigações estatísticas, para além de uma conclusão sobre

o tema ou resposta à questão inicial e de uma reflexão sobre o trabalho realizado, as formandas necessitavam de discutir a possível exequibilidade do tema/questão inicial escolhido para uma investigação estatística com futuros alunos. Foram poucas as formandas (apenas sete grupos) que incluíram esta discussão nos seus relatórios de investigação e muitas o que fizeram foi discutir sobretudo se era possível e exequível fazer a mesma investigação estatística que tinham realizado:

Este projeto poderá ser realizado com futuros alunos, desde que estes tenham conhecimento dos conceitos presentes no trabalho, como a moda, média, mediana , quartis, entre outros. Este tipo de projeto permitirá a realização, por parte dos alunos, de tabelas de frequências e a construção de gráficos. Eventualmente, os alunos podem precisar de ter conhecimento de Excel. (G4D, p. 34)

Isto revela naturalmente a falta de experiência profissional destes futuros professores e educadores, uma vez que uma investigação como a que realizaram (com tabelas de frequências, gráficos, medidas de localização, medidas de dispersão e regressões lineares) só seria possível com alunos muitos mais velhos do que aqueles que estas formandas poderão ensinar. Adicionalmente, demonstra a falta de flexibilidade e de adaptação de materiais mais complexos para crianças mais novas, uma vez que com quase todos os temas escolhidos se poderiam ter feito adaptações nesse sentido. No entanto, alguns grupos deram respostas muito interessantes:

Relativamente à exequibilidade de um trabalho de Estatística com futuros alunos pensamos ser possível com alunos a partir do 5.º ano, pois eles poderão fazer vários tipos de estudos que se adequem às suas idades. Poderão até mesmo, realizar um estudo referente aos consumos de água em casa e de pessoas conhecidas e, com a ajuda de professores e de modo simples, tirar algumas conclusões interessantes. Porém, é também possível realizar estudos de Estatística com crianças mais novas, a partir do 2.º ano de escolaridade. Pensamos já ser possível realizar estudos estatísticos, no entanto com temas mais acessíveis e simples para determinada idade. (G5D, p. 34)

As formandas deste grupo demonstram ser capazes de adaptar a investigação estatística que desenvolveram acerca de consumos de água a alunos do 2.º ciclo, apesar de acharem que seria um tema demasiado complexo para alunos do 2.º ano. Por outro lado, falta-lhes claramente experiência acerca de investigações estatísticas com crianças mais novas (por exemplo, no jardim de infância). Outra afirmação

interessante das formandas de um dos grupos é a seguinte: “Este tema é bastante pedagógico quando inserido em sala de aula, permitindo assim, o inquérito saber a importância dada pelas crianças a este tema, bem como a sua participação no processo de reciclagem” (G2D, p. 2). Esta afirmação sugere a ideia de que as formandas, tal como aconteceu com outros grupos, pensam na investigação estatística em sala de aula como uma maneira de estudar certos temas não matemáticos e, especialmente, sensibilizar as crianças para esses temas. A afirmação das formandas de um dos grupos “Gostei bastante de elaborar este trabalho, levou-me a perceber que alguns trabalhos que eram feitos em jardim de infância era já a trabalhar Estatística” (G1PL, p. 36) aponta para uma fraca experiência de sala de aula por parte destas. No entanto, é muito positivo que alguns grupos já consigam pensar na realização de investigações estatísticas através de interdisciplinaridade de forma a trabalhar temas interessantes com as crianças e de as sensibilizar para uma sociedade mais consciente.

Na última questão do questionário, questão 8, é discutida uma investigação estatística sobre animais de estimação e a proposta de outro exemplo. Em relação aos conhecimentos sobre como introduzir uma investigação em sala de aula, observamos dois tipos de perspetivas por parte das formandas. Nove das 13 formandas que deram um exemplo de como introduzir a investigação estatística dos animais de estimação, fizeram-no colocando o professor a iniciar a investigação estatística com a questão inicial. Exemplo disso é a afirmação “O professor poderá colocar a questão “Quais e quantos os animais que tens?” (Q5-8.1). As outras quatro formandas referem o início da investigação como consequência do trabalho dos alunos noutra área do currículo, “Por exemplo, na comemoração do “Dia do animal” o professor após contar uma história poderia perguntar aos alunos qual o seu animal preferido da história” (QD8.1), ou como consequência de uma conversa informal entre alunos, “A situação pode partir de uma conversa que os alunos tenham sobre os seus animais de estimação, por exemplo. O professor pode propor que se procure qual o animal que os alunos mais/menos possuem” (Q2-8.1). Assim, observamos que apenas quatro formandas, nesta tarefa, dão alguma ênfase a esta primeira fase, tentando motivar os alunos e não lhes colocando apenas a questão desconectada do restante trabalho de sala de aula. No entanto, as 13 formandas perspetivam o início da investigação estatística com os alunos colocando-lhes o desafio em forma de questão, o que poderia incentivar o trabalho numa procura de respostas.

Por outro lado, quando dão exemplo de uma nova investigação estatística a realizar com alunos, questão 8.4, a maioria das formandas (oito das nove que responderam a esta questão) inicia a investigação com a colocação de um tema, em vez de uma questão. A resposta seguinte “A questão é se se faz uma alimentação saudável. Esta tarefa pretende articular Matemática e Ciências, visto o aluno trabalhar ao nível das calorias e das ementas/alimentos saudáveis” (Q2-8.4) é exemplo disso.

Em relação ao conteúdo abordado na questão inicial, quatro das formandas apresentam questões iniciais que poderão originar discussões interessantes sobre outras áreas do currículo ou problemas atuais da sociedade, como o caso da alimentação saudável, da prática de desporto ou das profissões que pretendem seguir. No exemplo anterior, observa-se a preocupação em articular com Ciências e de modo a trabalhar um tema preocupante nas idades mais jovens, a alimentação. Na resposta de uma outra formanda, “Poderia trabalhar com eles também o tratamento de dados mas utilizando a Geometria. Daria um conjunto de sólidos geométricos onde eles teriam de encontrar a moda, média, mediana, amplitude, somar todos os lados, entre outros” (Q4-8.4), nota-se alguma confusão com o que é fazer uma análise de dados, apesar do cuidado em articular Estatística com outra área da Matemática, como a Geometria. Possivelmente, esta formanda pensou em analisar o número de lados de cada sólido e, a partir daí, trabalhar os conceitos estatísticos para descobrir qual o número de lados mais verificado (moda), qual a média do número de lados, etc. As outras quatro formandas não revelam considerar a importância de estudar questões que motivem os alunos, apesar de todas as questões estarem relacionadas com eles, como é o caso de “Outro tema poderia ser o número de irmãos” (Q6-8.4).

Concluimos assim que algumas destas formandas, tais como sugerido por Makar e Fielding-Wells (2011) e por Heaton e Mickelson (2002), fazem uso de questões relacionadas com os interesses dos alunos e com outras áreas do currículo. No entanto, algumas formandas colocam questões iniciais demasiado simples, sem um objetivo evidente para além de obter uma resposta.

Ensino e aprendizagem das fases 2 e 3: Plano e Dados. Em relação à segunda fase de uma investigação estatística, conseguimos retirar alguma informação sobre o seu conhecimento de como conduzir esta fase com os alunos pela questão 8. Nessa questão, nenhuma formanda revela incluir a participação dos alunos no momento de delinear um plano para responder à questão inicial. Em vez disso, referem como

procederem na fase de recolha de dados. Nessa fase, a contribuição dos alunos é sempre tida em conta, uma vez que os dados recolhidos são sobre estes. No entanto, observam-se dois modos diferentes de perspetivar este momento. Numa primeira perspetiva, é o professor que regista esta recolha de dados no quadro, “Construiria esta tabela com as personagens da história e perguntaria aos alunos qual era o que mais gostava” (QD8.1). Numa segunda perspetiva, essa responsabilidade deixa de ser do professor, ou colocando um aluno a fazer o registo no quadro, “Um aluno marca no quadro os resultados” (Q7-8.1), ou fazendo com que todos os alunos participem neste processo “O professor pede a cada aluno que registe no quadro o seu animal de estimação” (Q15-8.1).

Na questão 8.4, só duas formandas dão informação da fase de recolha. Uma dizendo que seria da responsabilidade dos alunos, “Estes teriam que fazer um levantamento (recolha de dados)” (Q5-8.4) e a outra fazendo referência à construção de uma tabela de frequências aquando o registo de dados, “Colocaríamos os dados numa tabela de frequência” (QM8.4).

Nota-se assim que, apesar de nenhuma formanda explicitar quem realiza e como se delineia o plano da investigação estatística, algumas formandas já tomam decisões de inclusão dos alunos durante o processo de recolha de dados, talvez porque assim os alunos assumem um papel mais ativo. É evidenciado também a ligação entre a fase de recolha de dados e a simultânea organização dos dados, uma vez que as formandas sugerem a construção de tabelas ou gráficos em simultâneo com a recolha.

Ensino e aprendizagem da fase 4: Análise. Relativamente aos dados sobre animais de estimação apresentados numa tabela às formandas (questão 8.1), no sentido de completarem a investigação estatística, oito referiram aspetos de análise de dados, mas no seu papel de professoras e não como alunas. Nessas respostas, cinco formandas fizeram referência à construção de um gráfico e duas referem que os alunos do 2.º ciclo deviam fazer o cálculo de medidas estatísticas: “Analisar com a turma os dados obtidos, verificando a média, moda, mediana, amplitude, valor máximo, valor mínimo e a realização de gráficos” (QM8.3). Ainda de salientar que três formandas mencionam o recurso da ferramenta *Excel* por parte dos alunos no apoio ao tratamento os dados: “Poderia propor que se fizesse a análise dos dados numa folha de cálculo” (Q2-8.3).

Adicionalmente, no exemplo que criam de investigação estatística com alunos (questão 8.4), das sete formandas que responderam aspetos de análise de dados, duas fazem novamente referência ao uso de software no tratamento de dados, quatro referem a construção de gráficos, duas para além dos gráficos mencionam a elaboração de tabelas e cinco indicam o cálculo de medidas. De notar que duas formandas referem o cálculo de medidas demasiado complexas para o nível a que se propõem elaborar a investigação estatística, como no exemplo do pré-escolar envolvendo o conceito de média e de percentagem: “Abordaria os conceitos de moda, de média e de percentagem” (Q7-8.4). Duas formandas mencionam também o cálculo de medidas desadequadas à variável em estudo: “Fazíamos a média e a moda das profissões” (QM8.4).

Sobre esta fase, vemos alguma tendência nas formandas em utilizar um software para análise dos dados, a construção de tabelas, de gráficos e o cálculo de medidas, aspetos esses talvez associados a todos os passos por que passaram na sua experiência durante esta fase nas investigações estatísticas que realizaram em TMDEP ou por serem etapas que valorizam no ensino deste tema. No entanto, talvez por distração ou por desconhecimento dos conceitos estatísticos de cada nível de ensino, algumas formandas abordam conceitos desadequados ou incorretos nos níveis de ensino escolhidos.

Ensino e aprendizagem da fase 5: Conclusão. Apenas duas formandas em cada uma das alíneas da questão 8 (8.3 e 8.4) fazem referência ao momento de conclusões em sala de aula. De referir o exemplo “pediria aos alunos para interpretarem o gráfico por escrito e para que concluíssem o que se observa” (Q7-8.3), onde se vê a ênfase na construção de conclusões por escrito. O facto de apenas quatro formandas fazerem referência à fase de conclusões pode significar que para as outras formandas a investigação estatística termina com a construção da representação e o cálculo de medidas.

4.3.2. CONHECIMENTO DO ALUNO

Previsão de dificuldades de alunos. Em relação à previsão de dificuldades de alunos, as formandas, na questão 1.4 do questionário, tinham de fazer referência ao que

poderia ser difícil para alunos do 2.º ciclo em relação à elaboração da tabela de frequências de classificações de uma turma, construção de gráfico e elaboração de conclusões baseadas naquelas representações. Das 18 formandas que responderam ao questionário, 13 apontaram algumas dificuldades que poderiam surgir nos alunos.

Estas formandas apontam uma variedade de dificuldades sumariadas nos seguintes pontos: lidar com os dados, elaboração da tabela, escolha de um gráfico adequado, representação correta dos eixos, construção do gráfico, interpretação do gráfico e construção de conclusões. Muitas destas dificuldades estão ligadas ao facto de os dados recolhidos se apresentarem desorganizados e serem bastante variados, como vemos no exemplo: “Os alunos (...) podem sentir dificuldades na construção do gráfico e na organização das tabelas, porque são muitos números misturados” (Q8-1.4). Estas dificuldades parecem também estar associadas às reais dificuldades destas formandas na tarefa, ou seja, nos diferentes momentos em que as próprias formandas sentiram dificuldades ou consideraram menos fáceis, por englobarem todas as fases porque passaram na realização das questões 1.1, 1.2 e 1.3.

Identificação de erros de alunos e de estratégias para os ultrapassar. Para perceber o modo como as formandas identificam os erros de alunos e que estratégias estipulam para ajudar os alunos a ultrapassá-los, foi pedido, na questão 4.3, que as formandas analisassem o erro de um aluno no cálculo de uma média, sem ter em consideração as ponderações. Oito das 10 formandas que responderam a esta questão, compreenderam que o aluno usou os valores das duas médias e dividiu esse valor por dois, mas nem todas estas formandas souberam explicar por que razão estaria essa estratégia errada. Um exemplo interessante foi o caso de uma formanda que foi capaz de identificar que o que o aluno realizou poderia estar correto se existissem tantos homens como mulheres no elevador: “O aluno só poderia fazer este cálculo se o número de mulheres fosse igual ao número de homens” (Q2-4.3.1). Isto significa que esta formanda compreendeu o erro do aluno e até conseguiu perceber em que tipo de problemas a estratégia do aluno poderia estar correta. Por outro lado, as respostas de duas formandas poderão estar relacionadas com falhas no conhecimento do conteúdo relativamente ao tópico da média. Uma formanda menciona que o aluno tinha cometido um erro pois na realidade este problema não era possível de se resolver: “Era necessário saber o peso exato de cada pessoa para poder determinar o peso” (Q4-4.3.1). Outra formanda parece não ter compreendido quais os valores utilizados pelo

aluno mencionando “Penso que inventou o peso das pessoas” (Q3-4.3.1). Estas duas formandas também não responderam à questão 4.3.2 que pedia uma resolução correta à tarefa, o que demonstra que a falta de conhecimento de conteúdo está fortemente relacionada com a capacidade das formandas conseguirem compreender as estratégias de resolução de alunos sobre o tópico.

Relativamente às estratégias que as formandas delineiam para fazer o aluno ultrapassar esse erro, parecem estar amplamente conectadas com a forma como as formandas compreendem o problema ou que conhecimento possuem sobre o conceito de média ponderada. Cinco das nove formandas que responderam a esta parte da questão, mencionam que a estratégia para ultrapassar as dificuldades passa por mostrar ao aluno a resolução correta do problema: “Ajudaria o aluno a entender que não se pode juntar duas médias, e explicaria que passos utilizar para chegar ao total. Antes disso, perguntava se ele pensa se existe outra forma de resolver a questão” (Q7-4.3.1). Outras três formandas referem que a estratégia passa por explicar a importância de ter cada um dos pesos das 10 pessoas: “Tentaria explicar-lhe que para calcular a média é preciso ter todos os valores e a partir deles chegar ao resultado” (Q15-4.3.1). Uma destas formandas, aquela que conseguiu identificar os casos em que a estratégia do aluno pode ser útil, menciona ainda que “Depois poderia propor que o aluno encontrasse um enunciado para o qual a sua resposta inicial estivesse correta”, mostrando preocupação pelo facto de a estratégia do aluno não ser sempre considerada desapropriada.

Finalmente, uma outra formanda afirma que “Poderiam ser realizados exercícios práticos (com balanças) de forma a observar esta questão” (Q5-4.3.1), para que o aluno percebesse que, segundo a formanda, em vez de realizar a média das médias, deveria realizar a soma. O raciocínio deixa transparecer que esta formanda para além de ter possivelmente alguma falta de conhecimento em relação à resolução de problemas de médias ponderadas tem a opinião de que a prática de exercícios, com recurso a balanças é o mais indicado. Não se percebe qual o fundamento desta ideia da formanda, uma vez que nunca foram utilizadas balanças na resolução deste tipo de problemas na sua formação inicial. Pode esta opinião, no entanto, estar ligada à interpretação da média como ponto de equilíbrio, onde os desvios da média para a esquerda são iguais aos desvios da média para a direita. Neste contexto, desenham-se muitas vezes segmentos de reta, onde a média funciona como um ponto de equilíbrio

(de uma balança) entre todos os valores.

Interpretação de estratégias de alunos. Numa das questões do questionário, questão 6, eram apresentadas às formandas duas representações diferentes de alunos para a mesma informação (número de dentes perdidos por cada aluno da turma) e era-lhes pedido para compararem as duas representações, apontando semelhanças e diferenças e analisando o que cada aluno entendia dos dados. Nesta situação, era importante que as formandas compreendessem em detalhe as duas representações de modo a formular a sua opinião acerca destas. Isto não aconteceu com uma das formandas que escreve explicitamente que não responde a estas questões por não compreender a estratégia utilizada pelo aluno 2, referindo que este utilizou o “material multibásico” e que não se lembrava como trabalhar com esse recurso (Q3-6.1).

As restantes 13 formandas que responderam a esta questão mostraram compreender as duas representações, descrevendo o que cada um dos alunos representou quando as comparou. Um exemplo que evidencia isso é a resposta

O primeiro aluno fez um pictograma onde cada "cara" equivalia a um aluno. Já o aluno 2 desenhou por barras, desenhou 21 barras onde cada um equivalia a um aluno e nessa barra o n.º de quadrados era o n.º de dentes perdidos. (Q11-6.1)

Quando deram a sua opinião sobre o que cada um dos alunos percebia dos dados, as formandas revelaram, às vezes implicitamente, qual a representação que achavam mais adequada, mais complexa ou mais fácil de analisar. Sete formandas são da opinião de que a representação do aluno 1 é melhor, uma formanda tem a opinião de que o aluno 2 realizou uma representação melhor e três formandas revelam que ambas as representações são igualmente complexas. Os argumentos que usam ou os termos que aplicam para esta distinção são diversos. A formanda que tem a opinião considerada a favor do aluno 2 refere que “O aluno 1 faz desenhos e o aluno 2 faz uma representação mais gráfica” (Q2-6.1). Isto pode estar relacionado com o facto de no pictograma do aluno 2, este ter desenhado caras e, consequentemente, parecer mais infantil que a representação do aluno 1 só com quadrados e sem desenhos. Por outro lado, são mais as formandas a serem consideradas a favorecer a representação do aluno 1, ou porque este “simplificou a questão” (Q7-6.2), ou porque “representou de maneira mais fácil” (Q6-6.2), ou ainda porque este aluno “sabe organizar os dados,

enquanto o 2.º aluno ainda tem dificuldade em fazê-lo” (Q8-6.2). Estas formandas parecem evidenciar que reconhecem que a representação do aluno 2 revela um sistema de organização de dados mais complexo que o aluno 1.

4.3.3. CONHECIMENTO DO ENSINO

Tipo de tarefas. Na tarefa 2.2, as formandas eram confrontadas com dois conjuntos de notas a Matemática, um para cada uma das turmas A e B. Depois de realizarem a questão onde tomavam uma decisão sobre qual a turma que escolhiam para levar a um campeonato de Matemática (questão 2.1), foi pedido às formandas que construíssem uma nova tarefa para alunos do nível que quisessem com a utilização do mesmo conjunto de dados. Esta questão tinha o propósito de perceber de que modo as formandas adaptam os conjuntos de dados para outras situações e quais os aspetos estatísticos a que dão maior relevância.

Das 13 formandas que responderam a esta questão, há evidências de maior ênfase no cálculo de medidas estatísticas (por oito formandas), construção de gráficos (por seis formandas) e interpretação de representações (por três formandas). Seis das formandas mostram utilizar os conjuntos de dados para o treino de cálculo de medidas e de organização de dados, sem um propósito mais alargado do que a prática de procedimentos. Exemplo disso é a tarefa proposta por uma das formandas: “Os alunos já poderiam encontrar a moda, a média e a mediana utilizando os dados que são dados” (Q12-2.2). Adicionalmente, quatro formandas decidem reformular a tarefa da alínea anterior de modo a incorporar outros conceitos estatísticos, mas com o mesmo contexto de escolha da melhor turma:

Pediria para construírem um gráfico com apenas os dados que tinham. Através do gráfico pediria que ao analisarem os resultados que obtiveram comparassem uma turma com a outra referindo quem teve melhores notas, a turma A ou a Turma B. (Q3-2.2).

Outra resposta interessante de uma das formandas que enfatiza o cálculo de medidas e a construção de gráficos é a seguinte: “Os dados iniciais seriam idades de duas turmas. Iria abordar a média, a moda, o que eles acham à primeira vista. Poderia

realizar um gráfico em cartolina, para a aprendizagem ser melhor concebida e mais interessante” (Q7-2.2). Desta afirmação retiramos que esta formanda toma a decisão de mudar o contexto de classificações de duas turmas para idades, talvez por considerar mais acessível para alunos do 4.º ano (nível de escolaridade que escolhe). A formanda evidencia também a construção de gráficos utilizando outro material, como a cartolina, por considerar talvez que ao mudar o tipo de material que se utiliza, a construção de gráficos pode tornar-se mais interessante ou motivante para os alunos. Provavelmente também está relacionado com o facto de a proposta ser para uma turma de 1.º ciclo, onde ainda existe muita ligação com a área das expressões.

4.4. SÍNTESE

Com base nas evidências apresentadas, observamos que em termos das fases das investigações estatísticas, tanto o conhecimento que têm destas como o conhecimento de didática destas estão, nalguns aspetos, relacionados com a experiência de formação inicial das formandas. Assim, a escolha de temas maioritariamente sobre tópicos de Ciências está relacionada com a unidade curricular que têm em simultâneo a TMDEP, o que permite a realização de investigações estatísticas com base na interdisciplinaridade. As formandas parecem também estar sensibilizadas na escolha de temas de interesse para quem faz as investigações e para temas sociais atuais. O modo como perspetivam o início de uma investigação estatística, em que algumas formandas não valorizam a introdução desta de modo a motivar os alunos, pode estar de alguma forma conectado como facto de a investigação que fizeram em TDEMP ter sido uma obrigação para completar um dos trabalhos da unidade curricular, e portanto, também não surgiu espontaneamente nem como consequência de outros temas estudados.

Relativamente ao plano e recolha de dados que fazem, as formandas não evidenciam a importância desta fase, talvez pelo facto de o plano da investigação que fizeram ter sido imposto no trabalho da unidade curricular, nomeadamente a escolha de uma amostra, a construção de questionários, a elaboração de tabelas, a construção de gráficos, o cálculo de medidas, a interpretação e a conclusão. As formandas mostram, no entanto, algumas dificuldades na elaboração de questões para o questionário.

No que diz respeito à análise dos dados, as formandas mostram dificuldades na utilização de software no tratamentos de dados, mas posteriormente, é um recurso muito enfatizado por estas quando perspetivam o trabalho com alunos. Também parece ser evidente que os procedimentos que realizaram em grupo (tabela, gráfico, medidas) é realçado tanto na investigação que propõem a alunos como noutras tarefas construídas. As dificuldades que apontam nos alunos em aspetos relacionados com esta fase (escolha de gráfico, construção de gráficos, etc.) parecem ter sido as mesmas pelas quais as formandas passaram ou sentiram. Ainda relacionado com esta fase, está o facto de algumas destas formandas darem mais ênfase à prática de procedimentos no ensino do tema, que pode ser explicado com a situação de a investigação que realizaram ter sido apenas a prática de conceitos e técnicas aprendidas em aula e não com um propósito mais alargado.

A situação anterior pode também estar na origem do problema de algumas formandas não darem importância à fase de conclusão de uma investigação, ou pelo menos, esta conclusão não gerar implicações significativas. No entanto, parece existir alguma preocupação na interpretação de dados, com algumas formandas a percorrerem os diferentes níveis de Curcio (1987) e Shaughnessy (2007), sendo isso mais evidente em contextos escolhidos pelas formandas. Relativamente às medidas de tendência central, são também variadas as interpretações que as formandas fazem destas, mostrando maioritariamente uma compreensão processual dos conceitos, muito ligada à aplicação de procedimentos de cálculo e, mais uma vez, à prática de técnicas. As formandas mostram também que a falta de conhecimento ou compreensão das medidas impossibilita-as na identificação de erros dos alunos em tarefas abordando esses conceitos. Adicionalmente, apesar de conseguirem compreender diferentes representações de alunos, quanto às estratégias para ajudar um aluno a ultrapassar as suas dificuldades, as formandas tendem a seguir a estratégia de explicação do processo de resolução correto, havendo, no entanto, quem consiga até construir situações onde o erro do aluno podia ser aplicado.

Concluimos assim que muito do conhecimento que estas formandas revelam é automatizado e ligado a procedimentos, como aplicação de conceitos já aprendidos e como passos obrigatórios. Na base disto, está provavelmente o facto do não envolvimento mais profundo das formandas nas investigações estatísticas que realizaram e a não valorização de cada uma das fases e dos conceitos utilizados.

CAPÍTULO 5

O CASO DE DORA

Neste capítulo apresento o caso de Dora. Começo por fazer uma breve apresentação, seguidamente procuro compreender o seu conhecimento de Estatística e o conhecimento de Didática de Estatística que demonstra possuir. Finalmente, faço uma breve conclusão sobre este estudo de caso.

5.1. APRESENTAÇÃO

Dora é uma formanda muito motivada e empenhada. Afirma que “até ao ensino básico não gostava muito [de Matemática]” (EID), porque

Era sempre da mesma maneira. Sempre tradicional. Ela [a professora] explicava e depois era fazer exercícios. Não havia aquele contacto com materiais que se calhar eu precisava. E depois eram sempre as mesmas pessoas que tinham sempre as oportunidades, não eram dadas aos outros. (EFD)

Refere que a sua relação com a Matemática começou a mudar quando foi para a “área das Ciências Sociais e Humanas (...) no secundário”, pois o trabalho “era mais prático” e “tinha muito mais a ver com a Estatística” (EID) que “sempre foi uma área que eu me interessei mais” (EFD). Outra razão para esta mudança é que “Não estavam implícitas as equações e aquela Matemática muito abstrata que se dava no básico” (EFD).

Na Licenciatura em Educação Básica, onde entrou após conclusão do ensino secundário com 18 anos, Dora obteve a classificação de 16 valores na unidade curricular de Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades e foi também essa a sua média final de licenciatura. Refere que superou as dificuldades em Matemática porque “aqui uma pessoa acho que já tem um objetivo fixo e então trabalha para o concretizar” (EFD). Tem preferência pelo nível pré-escolar, mas resolveu frequentar o Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo, sendo a recolha de dados realizada quando se encontrava a estagiar numa turma do 2.º ano. Note-se que nas disciplinas de prática supervisionada do 1.º ano deste mestrado obteve as classificações de 16 e 17 valores e no total das sete unidades curriculares que frequentou obteve uma média de 16,29, confirmando o seu empenho.

Dora refere que se lembra de ter feito “uma mini investigação” (EID) no ensino secundário, na disciplina de MACS [Matemática Aplicadas às Ciências Sociais]:

Fizemos a comparação entre os nossos pesos e os pesos dos nossos pais e dos nossos avós para ver a relação (...) E a nossa altura também (...) Nós também trabalhamos muito com a calculadora na altura. Lembro-me que fazíamos os gráficos na calculadora. Calculámos o desvio padrão, a média... (EFD)

Na sua opinião, fazer Estatística é isso, porque envolve recolher, organizar e analisar “dados sobre um aspeto relativamente à sociedade” (EFD), mostrando evidenciar uma perspetiva de Estatística ligada às fases de dados e análise de uma investigação estatística. No entanto, a definição que dá ao conceito de investigação estatística não parece ir além dessas fases, referindo que “uma investigação estatística vai muito além da recolha de dados” implicando “uma investigação de dados anteriores, a comparação entre eles, investigar o que é que autores acham acerca daquela temática” (EID). Talvez a pesquisa de autores que menciona esteja ligada à fase de construção de um plano, provavelmente no apoio ao planeamento do que fazer.

O seu entusiasmo pela Estatística evidencia-se na escolha deste tema para o seu trabalho final de mestrado. Provavelmente, esta escolha está ligada ao facto de ser o único tema que percorreu todo o seu percurso escolar e onde parece não ter mostrado dificuldades. Considera “que é muito giro trabalhar a organização e tratamento de dados com [as crianças]” (EID), e diz que pretende “verificar quais é que eram as dificuldades que eles tinham não só na realização dos gráficos mas também na

interpretação dos mesmos” (EFD), pois acha “que não é algo assim muito investigado” (EID). Tem, portanto, em mente um foco nas fases de dados e análise das investigações estatísticas.

Em relação ao ensino deste tema, considera que não pode usar a sua experiência como aluna. Afirma que isso será possível “para ensinar outro tipo de coisas” mas não investigações estatísticas (EAD). Percebe-se que para Dora, a experiência de realização de uma investigação estatística com crianças foi muito positiva, mostrando-lhe que a orientação dos alunos não era muito problemática: “Pensava [inicialmente] que era algo mais complexo, mas depois... Não estou a dizer que foi fácil, mas não é um bicho-de-sete-cabeças” (EFD).

5.2. CONHECIMENTO DE ESTATÍSTICA

Nesta secção inicio com o que a formanda demonstra conhecer sobre investigações estatísticas (sobre as diferentes fases do processo) e, posteriormente, abordo outros conceitos estatísticos importantes (conceitos de organização e representação de dados e medidas de tendência central).

5.2.1. INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS

Fase 1: Problema. Em relação a esta primeira fase, Dora aponta que o problema deve ter uma relação com a atualidade e com questões sociais, referindo que as investigações estatísticas devem fazer referência a “um aspeto relativamente à sociedade” (EFD). Quando lhe são pedidos exemplos, tanto nas entrevistas inicial e final como no questionário, refere-se ao início de uma investigação pela identificação de um tópico e não a partir de um problema inicial. Em relação ao conteúdo, a experiência de Dora sugere que prefere escolher temas ligados aos hobbies de alunos.

No trabalho de grupo de investigação estatística que realizou, a escolha do tema parece poder levantar discussões interessantes sobre o sedentarismo ou até a obesidade. Podemos observar também a ligação do tema a algo do seu interesse, assim como do interesse de futuros alunos:

Esta foi a nossa opção porque pretendíamos que o tema do trabalho estivesse relacionado com os interesses das crianças. Pois como futuras educadoras/professoras julgamos fundamental saber não só quais são as atividades que as crianças preferem realizar nos seus tempos livres, como também quanto tempo lhes dedicam e com quem o fazem (...) Depois do grupo ter conversado sobre o tema, chegámos à conclusão que todas nós julgamos que atualmente, as crianças são muito sedentárias, pois, todos os dias realizam atividades como: ver televisão, jogar computador ou Playstation. Como estas tarefas são realizadas em casa, as crianças acabam por ficar isoladas, o que faz com que não socializem o suficiente (...) Esperamos que através do nosso projeto e com os resultados consigamos ver se está comprovado o que pensamos, ou se vamos ser surpreendidas pelos gostos das crianças. (G6D, p. 3)

É de notar também que neste excerto do grupo de Dora parece haver uma preocupação por colocar hipóteses do que estariam à espera segundo a sua experiência, hipóteses essas que seriam confirmadas ou refutadas com a evidência dos dados. Noutra situação, numa das questões onde era pedido para dar exemplo de outra investigação que se poderia fazer, escolheu o tema do desporto (figura 52).

Outro tema que poderia ser trabalhado seria ~~os hábitos alimentares~~ ^{os desportos favoritos}. A questão que iniciava a investigação seria "o meu desporto preferido". Os conceitos a serem trabalhados seriam

Figura 52. Resposta de Dora à questão 8.4 (QD8.4).

Para além da opção tomada dos “desportos favoritos”, esta resposta mostra uma outra opção rasurada de “hábitos alimentares”. Ambas as opções estão novamente relacionadas com problemas atuais da sociedade. Observamos assim que Dora enfatiza que as investigações estatísticas devem ser do interesse de quem as faz e relacionadas com a sociedade em que vive. Contudo, para iniciar uma investigação parte de um tema e não de uma questão-problema, que pode dificultar a continuidade da investigação por não estar implícito o foco em busca de uma resposta.

Fase 2: Plano. Quando questionada sobre como realizar uma investigação para responder à questão inicial “Qual a relação das crianças com o desporto?”, Dora diz que “primeiro ia arranjar um suporte de recolha de dados, provavelmente, um questionário (...) Depois dirigia-me às crianças (...) Escolhia um público-alvo (...) Por exemplo, na minha zona, provavelmente” (EFD). Deste modo, para a formanda, o plano de uma investigação estatística passa por começar por produzir um documento de registo de dados, como um questionário, para o apoio na respetiva recolha. Em

contrapartida, não parece dar, nesta situação, muita importância à discussão do que deve constar nesse documento e à escolha da amostra. Na reflexão que o seu grupo faz sobre a investigação realizada em grupo, um dos aspetos que apontam onde podiam ter realizado um melhor trabalho é na construção do questionário: “O grupo considera que poderia melhorar determinados aspetos (reformulação do questionário, mais pesquisa antes do questionário para ser mais atual)” (G6D, p. 32). Esta afirmação parece sugerir que o grupo de Dora considera importante que antes de se construir um questionário relacionado com determinado tempo, é necessário alguma pesquisa para se decidir o que colocar de modo a ser atual. Provavelmente, o que as formandas querem transmitir com essa afirmação é que ou algumas das questões não ajudaram a responder ao pretendido, ou haveriam outras questões sobre o tema que as formandas não se lembraram mas que posteriormente perceberam a sua importância.

Quando questionada sobre métodos de recolha de dados, refere varias opções para além do questionário, como “as entrevistas, aqueles questionários não com cruzinhas mas que têm de ser as pessoas a escrever” (EFD). Indica ainda a observação como método de recolha dizendo ser demasiado óbvio para se lembrar dele, “Essa aí é lógica, é óbvia” (EFD). Assim, a perspetiva de Dora em relação à planificação de uma investigação estatística inclui, essencialmente, a escolha de uma amostra e a elaboração de um instrumento de registo, podendo ser utilizados vários métodos de recolha de dados.

Fase 3: Dados. Para Dora esta fase parece conectar-se à organização de dados. Tal como acima mencionado, recorre a um documento de apoio na recolha de dados, seja um questionário ou outra forma de registo. Defende que é necessário “construir um documento para a recolha de dados (...) Temos que ter um suporte para a recolha de dados” (EFD). Esta decisão da formanda parece estar associada à sua perspetiva de que, nesta fase, os dados ficam sempre muito desorganizados, considerando essencial realizar, posteriormente, uma tabela, um gráfico ou um esquema: “Com a recolha dos dados aquilo acaba por ficar um pouco confuso... Sem se organizar... Sem haver ali aquele espaço... Não precisa de ser sempre uma tabela. Pode ser um desenho, outra representação” (EFD). Assim, na sua opinião, esta fase constitui um momento de desorganização, considerando por isso que é necessário utilizar um documento de apoio na recolha e construir um esquema, uma tabela ou um gráfico, para, simultaneamente, organizar os dados.

Fase 4: Análise. Para Dora esta fase revela-se de extrema importância, sendo que é alvo, conjuntamente com a fase de dados, de grande atenção no seu trabalho final de mestrado. Parece sugerir a necessidade de construção tanto de tabelas como de gráficos. Assim, numa das questões do questionário onde era apresentada uma tabela com nomes de animais e a sua frequência, era pedido que sugerisse um modo de completar a investigação que referiu poder ser sobre os animais preferidos de uma turma. Para isso, deu a resposta apresentada na figura 53.

Podia ainda construir um gráfico com aqueles valores e de modo a realizar um trabalho com a restante escola; podia realizar este estudo

Figura 53. Resposta de Dora à questão 8.3 (QD8.3).

Esta perspetiva de construção de ambas as representações, pode estar relacionada tanto com a experiência por que passou na licenciatura em que era obrigada a apresentar as duas representações, como com uma opinião de que é mais simples construir um gráfico depois de organizados os dados numa tabela: “um gráfico como é um... A tabela também é uma imagem... Parece que [o gráfico] é algo assim mais visível do que uma tabela (...) Conseguimos, mas é mais fácil [construir o gráfico depois de fazer a tabela] (...) Parece que é sempre um a acompanhar o outro e que acaba por ajudar” (EFD).

Para este tipo de organização, Dora valoriza o recurso à tecnologia referindo que “Como agora já há muitos softwares de organização de dados, provavelmente optaria por esses mesmos softwares” (EFD). Parece assim apreciar o poder destes softwares no apoio à organização dos dados, afirmando, no entanto, que a sua utilização pode levantar algumas dificuldades. Na realidade, a utilização do programa Excel durante a investigação estatística que realizou na licenciatura, criou alguns obstáculos a Dora: “Principalmente por causa do Excel, porque nós tínhamos algumas dificuldades em fazer algumas coisas. Já não me recordo bem o quê, mas sei que tivemos” (EID). Estas dificuldades podem estar associada a problemas de utilização de fórmulas ou na construção de gráficos para dados quantitativos, onde o Excel não permite que se utilize a técnica de selecionar a tabela e mandar construir o gráfico diretamente.

No que respeita a análise de dados, as suas respostas sugerem uma leitura explícita das representações assim como outras interpretações onde é necessário combinar informação, fazer inferência ou previsão ou até fundamentar a razão para a variação, tendo em atenção o contexto dos dados. Por exemplo, a partir de representações criadas por ela (tabela de frequência e gráfico de barras construídos na questão 1.3), Dora faz a seguinte análise:

Com base no gráfico posso ver que houve 3 pessoas com negativa (classificação inferior a 10); que a maioria da turma obteve valores entre 10-14 (18 alunos); 4 alunos obtiveram as melhores classificações (entre 18-20 valores), sendo que 3 deles obtiveram nota máxima. (QD1.3)

Podemos observar que, na análise, centra-se na moda (“a maioria da turma”), no valor máximo (“nota máxima”) e noutros valores relevantes para o contexto (“negativa” e “melhores classificações”), onde era necessário ter em atenção mais do que um valor da variável. Numa outra situação, encontrada no relatório da investigação estatística do seu grupo pode-se ler-se “O facto de pertencerem a um meio rural faz com que estejam mais predispostos a brincar na rua (...) Não passam muito tempo de volta destas duas últimas atividades [utilizar o computador e ver televisão] (G6D, p. 30). Esta análise realizada à variável “tempo passado ao computador” mostra que o grupo tem em consideração a amostra que respondeu ao estudo, tentando perceber os resultados que obtiveram. Concluimos que, para a formanda, esta fase engloba, maioritariamente, a construção de uma tabela e de um gráfico e a análise que faz destas representações, evidencia regularmente o contexto onde estão inseridos os dados.

Fase 5: Conclusão. Durante a discussão sobre a investigação que propõe com o tema “o meu desporto favorito”, Dora começa por elaborar uma conclusão centrando-se apenas na informação explícita nos gráficos. No entanto, na entrevista, demonstra ter a capacidade de construir hipóteses sobre os dados:

Investigadora: Imagine que obtinha um gráfico assim. O que é que concluía?
 Dora: Concluía pouca coisa. Que 15 crianças praticam e 5 não. (...)
 Investigadora: Que informação é que tira daí?

Dora: Significa que provavelmente as crianças já estão mais sensibilizadas para a prática do desporto. (...) Não [todas], a maioria. (...) Não [podemos concluir para Portugal] porque nós não conhecemos, só conhecemos esta realidade. Não se pode fazer conclusões à larga escala quando estamos a estudar uma minoria. (EFD)

Observamos que Dora chega a levantar hipóteses sobre os dados, mas tem algum cuidado em não fazer generalizações a partir de um conjunto restrito de dados, tendo portanto noção do cuidado a ter no uso de amostras. No relatório escrito da investigação que realizou em grupo, utilizam também o espaço de conclusão para confirmar ou refutar as hipóteses que tinham construído na fase inicial: “Como exemplo disso temos a questão “para que utilizas o computador”, pois, contrariamente ao que pensávamos, apenas uma parte muito pequena dos alunos utiliza o computador para realizar trabalhos escolares” (G6D, p. 31).

5.2.2. ORGANIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE DADOS

Classificação de variáveis. Para uma correta organização e representação de dados, o tipo de variáveis é fundamental. Numa discussão sobre a classificação variável notas num teste, Dora refere “Ai, já não me lembro. Sei que há umas discretas, contínuas e depois há umas qualitativas. Esta não é qualitativa. É quantitativa” (EID). Sobre a distinção entre variáveis qualitativas e quantitativas refere ainda que

Isto [qualitativas] está a qualificar e isto [quantitativas] tem mesmo a ver com números (...) as qualitativas são o meio de transporte favorito, a cor dos olhos (...) Por exemplo, isto aqui é o transporte favorito, está implícito uma qualidade, um gosto. E aqui a cor dos olhos também. Aqui vamos ver a quantidade de pessoas que têm a cor dos olhos iguais, e a cor dos olhos é uma qualificação. Não é uma quantidade. (EFD)

Observa-se que Dora é capaz de identificar corretamente variáveis qualitativas e, apesar de confusa, parece ter uma explicação coerente para fazer a distinção. Relativamente às variáveis quantitativas e à distinção entre as variáveis discretas e as contínuas, demonstra mais dificuldade em se expressar, apesar de conseguir classificar as variáveis bem, na maioria dos casos:

As contínuas eu acho que tem a ver com a continuação e as discretas não tem tanto a ver com números em si, com a continuidade dos números, mas sim a quantidade que existe (...) Agora, o número de irmãos é discreto, porque não vai variar. Como é que eu hei-de explicar... O peso varia, pode variar de pessoa para pessoa. E o número de irmãos também [rindo ao constatar isto]. Eu sei distinguir mas não sei explicar bem (...) É que eu sei identificar quais é que são (...) O peso é contínuo também. A distância também é contínua. A idade é discreta. Esta aqui [o número de calçado] é discreta. A temperatura da sala penso que seja contínua. O tempo para terminar um exercício também é contínua (...) Eu penso assim: As contínuas normalmente são as que têm números ou fracionários ou decimais. (EFD)

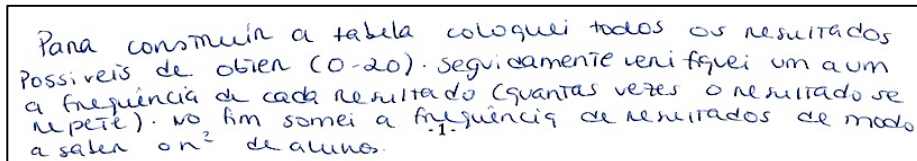
Constatamos com esta resposta que Dora parece associar a diferença entre variáveis quantitativas pelos números que a variável apresenta e não pelo que representa (se uma medição se uma contagem). No entanto, esta sua justificação revela alguma compreensão, uma vez que geralmente uma contagem resulta em números naturais e uma medição resulta em números racionais e, consequentemente, com a possibilidade de serem fracionários, como explica.

Tabelas de frequências. Quando, na questão 1.1, tem de construir uma tabela de frequências para organizar as classificações de uma turma, Dora constrói duas colunas, contendo os valores da variável (a partir da classificação 0, mesmo só havendo testes com classificação a partir de 7 valores) e a sua frequência absoluta (figura 54).

classificação	frequências
0	0
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	3
8	2
9	0
10	3
11	4
12	2
13	5
14	4
15	0
16	0
17	0
18	1
19	0
20	3
total	27

Figura 54. Primeira parte da resposta de Dora à questão 1.1 (QD1.1).

Quando elaborou esta representação, Dora até a fez acompanhar de uma explicação do processo de construção (figura 55), apresentando uma justificação da decisão de incluir os valores de 0 a 6 (por estes poderem ser resultados possíveis numa classificação) e mostrando compreender o conceito de frequência absoluta (que associa ao número de vezes que um valor da variável se repete):



Pana construía a tabela coloquei todos os resultados possíveis de obter (0-20). seguidamente verifiquei um a um a frequência de cada resultado (quantas vezes o resultado se repete). no fim somei a frequência de resultados de modo a saber o n^2 de alunos.

Figura 55. Segunda parte da resposta de Dora à questão 1.1 (QD1.1).

Quando lhe foi apresentada uma tabela de frequências com cinco colunas (variável, frequência absoluta, frequência relativa, frequência absoluta acumulada e frequência relativa acumulada) que tinha sido apresentada no relatório da investigação estatística que fez durante a licenciatura, Dora refere

Eu sei explicar, mas não sei dizer os nomes (...) Aqui $[f_i]$ já é... Ah, a frequência relativa (...) Este aqui $[N_i]$ é que eu já não me lembro. Este aqui [valor de uma das frequências absolutas acumuladas] é este [valor da frequências absolutas acumuladas imediatamente em cima] mais este [valor da frequências absolutas dessa linha]. É sempre a somar. E depois este aqui $[F_i]$ é igual (EID).

Logo, apesar de não se lembrar da nomenclatura para cada coluna, compreende de onde vêm os valores. No entanto, em relação às frequências acumuladas afirma que “nunca sequer percebi para que é que isso serve” (EFD), mostrando apenas ter um conhecimento processual em relação a este conceito, sem ter desenvolvido a sua compreensão. Isto pode também estar na origem de uma falha detetada no relatório do seu grupo, onde as tabelas de frequências elaboradas possuíam estas cinco colunas, mesmo quando as colunas das acumuladas não fazem sentido.

Construção de representações gráficas. Quando analisa as diferenças entre uma tabela de frequências e um gráfico, Dora realça o aspeto visual do segundo. É possivelmente, por isso que acha que depois da construção de uma tabela de

frequências, se deve proceder à construção de um gráfico, para que tudo fique mais “perceptível”:

Esta aqui [o gráfico] é mais evidente os dados, enquanto que esta aqui [a tabela] não é tão perceptível (...) É mais fácil do que estar a ver aqui nesta tabela todos os dados todos (...) É mais visível sim. (EID)

Na questão das classificações de um teste da turma, Dora tinha que construir o gráfico mais adequado para representar esse conjunto de dados. Decidiu elaborar um gráfico de barras, utilizando apropriadamente a escala e, mesmo não colocando um título, legenda corretamente os eixos (figura 56). Em relação à escolha da representação, afirma que “podia [ter escolhido outro tipo de gráfico], mas este era o mais fácil de fazer” (EFD).

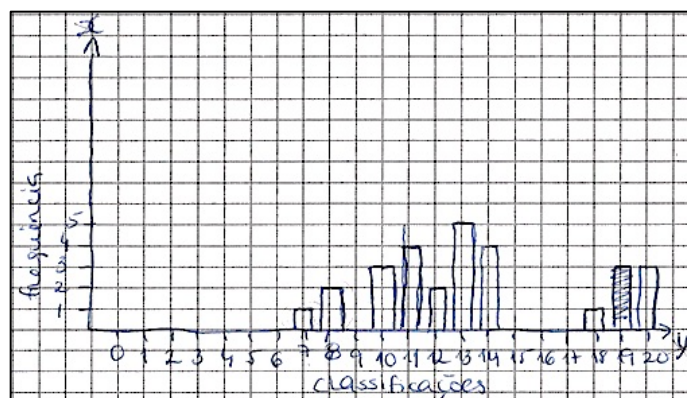


Figura 56. Resposta de Dora à questão 1.2 (QD1.2).

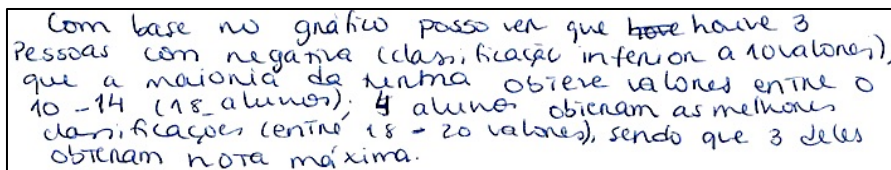
Quando classifica o tipo de gráfico anterior (figura 56) e o tipo de gráfico construído com a turma onde realizou a investigação estatística sobre os pesos, define ambos como “gráfico de barras” (EFD). Afirma isto mesmo referindo que no caso do gráfico dos pesos dos alunos, cada barra do gráfico estava associada “a um nome” do aluno e, no caso do gráfico representado na figura 56, “está ao contrário. A variável encontra-se aqui [no eixo do x] porque o que varia são as classificações”. Esta diferença que encontra na construção dos dois gráficos diz que “está relacionado com o tipo de variável que é”, uma vez que define a classificação da turma como uma variável discreta e o peso como contínua (EFD). Parece assim haver uma associação de um gráfico de barras a uma variável quantitativa discreta (número de irmãos) e o gráfico

com barras a uma variável quantitativa contínua (peso). Observamos destas afirmações, que Dora parece reconhecer facilmente o que está representado em cada representação e em cada um dos seus eixos, mostrando alguma dificuldade em distinguir um gráfico de barras de um gráfico com barras.

Relativamente a outras representações, a formanda revela que apesar de se lembrar do nome do diagrama de caule e folhas e o saber identificar, não é capaz de o interpretar, mostrando que não se recorda da sua construção: “eu lembro-me que isso era muito simples e eu já não me lembro como é que isso funciona sequer. Mas lembro-me de isto ser muito simples” (EFD). Talvez por isso, este tipo de representação não foi incluída no relatório do seu grupo. Aí, o gráfico mais utilizado foi o gráfico de barras, apesar de também apresentarem gráficos circulares, gráficos de pontos, pictogramas e histogramas.

Concluimos que Dora sente que a construção de um gráfico é sempre uma mais valia, por tornar os dados mais visíveis. Demonstra ter particular atenção às convenções de um gráfico, enfatizando legendas, eixos e escalas, apesar de não conseguir diferenciar um gráfico de barras de um gráfico com barras. Para além disso, não mostra compreensão do diagrama de caule e folhas, mas apresenta no seu relatório de grupo uma variedade de outras representações.

Análise de representações de dados. Em termos de níveis de interpretação de gráficos, tal como definidos por Curcio (1987) e Shaughnessy (2007), Dora (ou o seu grupo) apresenta respostas que se podem enquadrar nos diferentes níveis. Encontramos, por exemplo, o nível ler os dados quando interpreta o gráfico da figura 56 e retira dados explicitamente representados, como, por exemplo, o facto de três alunos terem 20 valores (figura 57).



Com base no gráfico posso ver que ~~há~~ há 3 pessoas com negativa (classificação inferior a 10 valores); que a maioria da turma obtém valores entre 0-10-14 (18 alunos); 4 alunos obtêm as melhores classificações (entre 18-20 valores), sendo que 3 deles obtêm nota máxima.

Figura 57. Resposta de Dora à questão 1.3 (QD1.3).

Da resposta anterior, observamos que Dora também refere interpretações englobadas no segundo nível, ler entre os dados. Vemos isso quando diz, por exemplo, que três

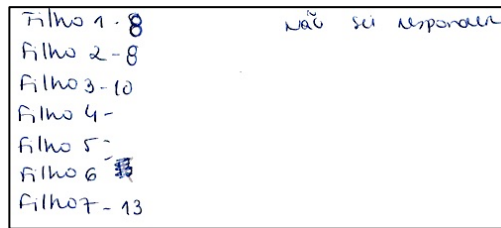
alunos tiveram negativa (juntando para isso todos os alunos que tiveram nota inferior a 10 valores). No entanto, relativamente ao nível ler para além dos dados, diz não saber responder a uma questão onde lhe é pedido para fazer uma previsão do que acontece com um aluno típico, tendo em conta um conjunto de dados de uma turma (QD3.3). Mais tarde em entrevista, refere que “isso aí já é a média” (EID), associando a média ao valor que é típico. Na investigação estatística que realizou em grupo, este nível é evidenciado por muitas inferências e/ou previsões que tentam elaborar com base nos seus dados. Exemplo disso é a afirmação “Consideramos, no entanto, que se este estudo tivesse sido feito numa cidade (por exemplo, Santarém), existiria uma maior percentagem de crianças que costuma jogar PlayStation” (G6D, p. 24). Como vimos na discussão da fase de análise de investigações, o grupo de Dora apresenta também interpretações das representações que têm em consideração o contexto dos dados e que o grupo mostra por vezes tentar fazer sentido da variação que encontra nos seus resultados. Este tipo de interpretações pode ser inserido no quarto nível, ler por detrás dos dados. Assim, nas diversas situações que Dora experienciou, encontramos interpretações de qualquer um dos níveis de compreensão de gráficos.

5.2.3. MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Moda. Tanto no questionário como durante a entrevista, para Dora, “a moda é o valor que se repete mais vezes” (EID). Para além desta interpretação de associar a moda a algo que se repete mais vezes, o grupo de Dora mostrou associar a moda a algo que acontece à maioria dos inquiridos, “a moda é 8, logo a maioria dos alunos tem 8 anos de idade” (RG6D, p. 28), assim como a algo que predomina, “é o sexo feminino que predomina” (RG6D, p. 23). De notar também que Dora nunca mostrou hesitação em relação à identificação deste conceito, uma vez que sempre que lhe foi pedido para o determinar, mostrou-se segura em dar a resposta correta. Assim, para além de conseguir determinar a moda, parece compreender o que significa, dando diversas interpretações para este conceito.

Quando tem de utilizar esse conceito em diferentes contextos, consegue fazê-lo com sucesso. Por exemplo, ao considerar um valor dado para a moda (moda=8) para completar um conjunto de dados (idades de sete irmãos), apesar de a resposta estar

incompleta, atribui a idade de oito anos a mais do que um irmão e, da parte que apresenta da resposta, oito é de facto o valor com maior frequência. (figura 58).



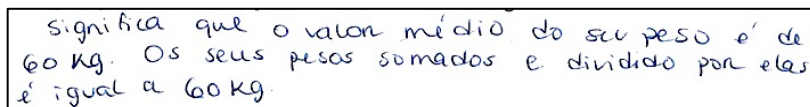
Filho 1 - 8
 Filho 2 - 8
 Filho 3 - 10
 Filho 4 -
 Filho 5 -
 Filho 6 - 8
 Filho 7 - 13

não sei responder

Figura 58. Resposta de Dora à questão 7.4 (QD7.4).

Assim, observamos que Dora não parece mostrar dificuldades na determinação da moda, nem na sua aplicação em diferentes contextos, revelando ainda compreensão deste ao explicar o seu significado através de diferentes interpretações.

Média. Relativamente ao conceito de média, quando Dora tem de explicar o que significa uma média dos pesos de diversas senhoras ser de 60kg, acaba por dar duas respostas diferentes (figura 59). Na primeira, utiliza a expressão “valor médio”, o que não revela muito da sua compreensão do conceito. Numa segunda parte da resposta, mostra uma relação muito forte com o procedimento de cálculo.



significa que o valor médio do seu peso é de 60 kg. Os seus pesos somados e dividido por eles é igual a 60 kg.

Figura 59. Resposta de Dora à questão 4.1 (QD4.1).

Quando lhe é pedido para explicar melhor o significado que atribui à média no contexto deste problema acaba por dar a seguinte resposta:

A segunda parte da resposta acho que dá mais ou menos para perceber. Que é a soma de todos os pesos das senhoras dividido pelo número de senhoras que existe no elevador dá a média (...) Eu sei fazer mas para explicar o que é que significa, já não consigo. (EID)

Observa-se que Dora parece não desassociar o significado de média do seu procedimento de cálculo, afirmando que para ela explicar esse conceito mostra-se

difícil. Nesta situação, Dora parece possuir uma compreensão processual deste conceito.

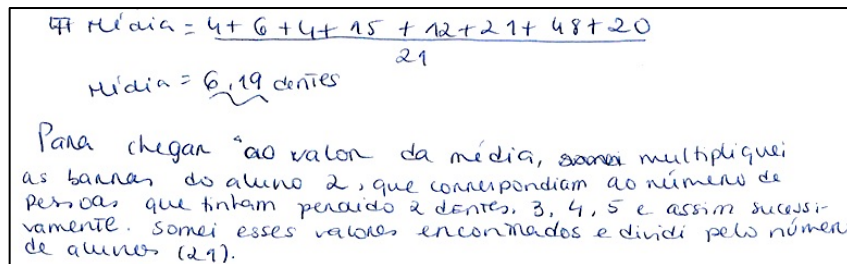
Numa das entrevistas, foi proposto a Dora que chegasse a uma distribuição justa de dinheiro entre seis amigos, não podendo aplicar o algoritmo e, em alternativa, usar somente a manipulação de cubos de encaixe. O propósito desta tarefa era de perceber se Dora era capaz de demonstrar compreensão conceptual do conceito. Durante a resolução do problema, Dora foi explicitando como estava a pensar:

- Investigadora: Como é que seria uma distribuição mais justa deste dinheiro? (...)
- Dora: [Retira os cubos que três dos amigos têm a mais para que fiquem só com 2, ficando com 6 cubos na mão]. Eles são quantos? (...) São seis. Então, agora dava-se um a cada um. E já ficava tudo igual. (...) Se todos tivessem o mesmo... Todos iam ficar com igual. (...) Com três.
- Investigadora: Que nome se dá a isso que determinou? Que é três? (...)
- Dora: Não sei se é a partilha equitativa. Eu lembro-me de ter falado sobre isso no secundário. Nós falávamos sobre as partilhas.
- Investigadora: Estatisticamente, isso é o nome de um conceito. Isso que determinou. De uma medida estatística.
- Dora: Humm... Média.
- Investigadora: Será?
- Dora: Eu acho que sim. [Confirma na calculadora] 18 a dividir por seis dá três. Pois, dá três. Foi quanto deu a cada um.
- Investigadora: Então como é que chegámos à média de três? (...)
- Dora: Aos meninos que tinham mais, retirei até ficarem com dois, até ficarem iguais a estes aqui. E ao juntar estas peças que sobraram, verifiquei que haviam seis e como haviam seis meninos, dei uma peça a cada um.
- Investigadora: Se juntarmos a Carolina com 10€, qual será a nova distribuição justa?
- Dora: Eles agora vão ser sete (...) Está aqui a Carolina (...) Vou meter aqui [a Carolina] só com três euros e fica igual. Isto vai dar sete. Se ela tinha 10, tirei-lhe três para ficar igual. Sobrou sete. Eles são sete. Dá um a cada um. [A média será] quatro. (EFD)

Observamos que Dora provavelmente não conhecia esta perspetiva de nivelamento associada à média, uma vez que não foi trabalhada durante a sua formação inicial. Contudo, confrontada com a situação, facilmente conseguiu resolver o problema, começando por colocar todos os meninos com um valor de dinheiro igual ao mínimo (dois euros) e distribuindo o excesso de igual forma por todos. A associação deste processo com a medida estatística parece ter sido um palpite de Dora, tendo usado posteriormente o algoritmo na calculadora para confirmar a sua hipótese. Ou seja,

parece ter usado o que mais associa à média (o procedimento de cálculo) para comprovar uma conjectura de que outro processo leva à mesma resposta.

O uso do algoritmo é um método que Dora adota em muitas outras situações. Na determinação da média do número de dentes perdidos por um conjunto de alunos, esta aplicação do algoritmo mostra-se eficaz e conduz Dora a uma solução correta do problema (figura 60).



$$\text{Média} = \frac{4 + 6 + 4 + 15 + 12 + 21 + 48 + 20}{21}$$

$$\text{Média} = 6,19 \text{ dentes}$$

Para chegar ao valor da média, soma multipliquei as barras do aluno 2, que correspondiam ao número de pessoas que tinham perdido 2 dentes, 3, 4, 5 e assim sucessivamente. Somei esses valores encontrados e dividi pelo número de alunos (21).

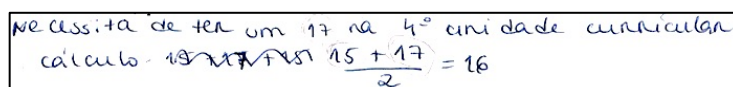
Figura 60. Resposta de Dora à questão 6.3 (QD6.3).

Na explicação que usou para complementar a sua resposta, observamos que Dora calcula o total do número de dentes perdidos e divide pelo número de alunos. Quando lhe foi pedida uma nova forma de resolver este problema, rapidamente sugeriu a estratégia do nivelamento, utilizando uma das representações apresentadas.

Pois, agora poderia ter feito a mesma estratégia (...) Se calhar aqui [na representação que tinha conjuntos verticais de retângulos onde cada conjunto de retângulos representava os dentes que cada aluno perdeu], é mais visível (...) [Aqui, no problema anterior, cada cubo] é um euro (...) Voltava a usar aqui esta linha de divisão nos dois [colocando cada aluno a perder só dois dentes] e depois faria a distribuição do restante para depois calcular. Fazer grupinhos (...) Parava quando chegasse ao seis, que é o que dava ali [utilizando o algoritmo]. (EFD)

Observamos que Dora inicia esta estratégia sempre por colocar todos os conjuntos com o número mínimo que observa e depois distribui os restantes equitativamente. A formanda parece também utilizar o procedimento de cálculo da média para comprovar a resposta que chega com este processo. Por exemplo, nesta situação, como já tinha determinado a média pelo algoritmo, já sabia que valor estaria à espera depois de aplicar o processo de nivelamento.

No questionário, Dora teve que resolver um novo problema sobre a média, em que tinha de descobrir um novo dado a adicionar a um conjunto, para obter uma nova média. A sua resposta fez também recurso do procedimento de cálculo, no entanto, nesta situação, como não parece ter em consideração as ponderações, chega a um valor incorreto (figura 61).



precisa de ter um 17 na 4.ª unidade curricular
cálculo: ~~15 + 17 + 15~~ $\frac{15 + 17}{2} = 16$

Figura 61. Resposta de Dora à questão 5 (QD5).

Quando explica o seu processo de raciocínio neste problema refere que “fiz assim 15 mais 17... Eu fui por tentativas. Depois vi, 15 mais 16. Não poderia [ser] porque ia dar 14,5. Acho que era assim. E assim [com o valor 17] já dava, porque dava (...) os 15,5 que dá 16” (EID). Apesar dos cálculos nesta explicação não estarem corretos, verificamos que Dora parece recorrer à estratégia de tentativa e erro e à aplicação do algoritmo, sem neste caso ter em conta as ponderações dadas. Assim, Dora parece não ter em consideração que está a aplicar o algoritmo, negligenciando o facto de estar a trabalhar com dados de natureza diferente (um valor é uma média - 15 e outro valor é uma classificação - 17). Contudo, a sua resolução apresenta uma parte rasurada onde escreveu “15+17+15” não tendo completado este raciocínio, o que pode indicar que inicialmente Dora pensou atribuir o valor da média das três primeiras unidades curriculares (de 15 valores) a, pelo menos, duas dessas unidades curriculares. Se tivesse completado esse raciocínio, esse seria um bom exemplo de demonstração de conhecimento conceptual do conceito, por associar a média à distribuição equitativa dos dados (todas as unidades curriculares com o valor de 15). Este raciocínio de Dora não foi discutido posteriormente, mas, durante a entrevista e depois de discutir o processo de nivelamento, a formanda foi incentivada a utilizar os cubos de encaixe para pensar numa nova resolução deste problema:

Dora: A média tem de ser 16.

Investigadora: A média de três unidades curriculares é 15 [valores]. Como é que podia representar isso?

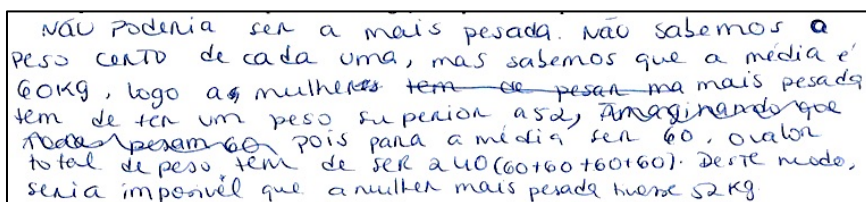
Dora: Dava 15 cubinhos. Já estão aqui os 15 cubinhos [construindo um conjunto de 15 cubos de encaixe].

Investigadora: Isso é uma unidade curricular ou estão aí as três?

- Dora: Estão as três. Mas posso dividir isto em três partes (...)
- Investigadora: Cada unidade curricular tem cinco [valores]?
- Dora: Não, tem que ter 15. Cada uma vai ter que ter 15. Pois, foi o que aconteceu. Haviam seis crianças com quatro euros [fazendo analogia com o problema de nivelamento do preço dos amigos]. E aqui é a mesma lógica. Tem que haver três unidades curriculares com a média de 15. (...)
- Investigadora: Agora tem de descobrir quanto é que tem de ter uma quarta [unidade curricular] (...) para depois todas terem 16 de média. Quanto é que tem de ter na quarta? (...)
- Dora: [Faz um conjunto com 19 cubos].
- Investigadora: E porque é que está a meter esse [conjunto] com 19?
- Dora: Que é para depois dividir pelas quatro. Mas não sei se vai dar (...) Já vai dar igual para todas. 16 (...) Se for pelo algoritmo nem sei como é que aqui se calcula. (EFD)

Neste excerto, Dora começa por considerar apenas um conjunto de 15 cubos para representar as três unidades curriculares iniciais (uma vez que era a média), sendo que parece fazer recurso da estratégia inicial que utilizou no questionário, não considerando assim as ponderações. No entanto, o manuseamento do material e a analogia com o problema anterior do dinheiro de seis crianças, leva-a a reconsiderar esta estratégia e a resolver corretamente o problema, mostrando nesse momento compreensão. Assim, fazendo uso da técnica de nivelamento e não se fixando apenas no algoritmo, a formanda parece conseguir atingir um nível de compreensão conceptual do conceito que a leva a atingir a resposta correta do problema. Chega mesmo a afirmar que o que conseguiu resolver com o material manipulável, não saberia como fazer aplicando somente o algoritmo. Isto significa que o seu conhecimento processual do conceito não parece ser útil nesta situação de médias ponderadas.

Quando Dora é confrontada com uma situação problemática sobre o facto de o máximo poder ser ou não superior ao valor da média, observamos que revela novamente alguma compreensão conceptual do conceito (figura 62). Na sua resposta verificamos que o facto de a média dos pesos das mulheres ser de 60kg, levou-a a assumir que as mulheres poderiam ter todas esse peso (distribuição equitativa), o que daria um total de 240kg. Desta forma, conclui que a mais pesada nunca poderia ter 52kg, possivelmente porque assim nunca era possível obter esse total de pesos.

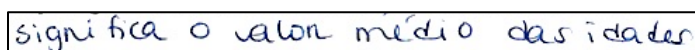


NÃO poderia ser a mais pesada. Não sabemos o peso certo de cada uma, mas sabemos que a média é 60kg, logo as mulheres ~~tem de~~ ~~pesar~~ ~~na~~ ~~mais~~ ~~pesada~~ tem de ter um peso superior a 60. Imaginando que não pesam 60 pois para a média ser 60, o valor total de peso tem de ser 240 ($60+60+60+60$). Deste modo, seria impossível que a mulher mais pesada tivesse 52kg.

Figura 62. Resposta de Dora à questão 4.2 (QD4.2).

Concluimos que Dora tem um conhecimento fortemente processual sobre o conceito da média, mostrando recorrer ao procedimento de cálculo em diversas situações. Contudo, em problemas não imediatos, esse conhecimento não parece ser eficaz. Depois de trabalhar a perspectiva de nivelamento da média, consegue facilmente aplicar esta estratégia noutros problemas, mostrando compreensão conceptual do conceito. Esse tipo de compreensão também pode ser observado na aplicação esporádica do modelo de distribuição equitativa.

Mediana. No que respeita este conceito, numa das situações com que foi confrontada, Dora parece ter ficado um pouco confuso em relação ao seu significado. Quando lhe foi pedido, no questionário, para explicar o que interpretava do facto de a mediana das idades de sete irmãos ser de 10 anos, Dora mostrou alguma confusão entre os conceitos de média e de mediana (figura 63). Na entrevista reflete sobre este erro: “Aqui meti valor médio mas não sei se é bem assim que se diz. Sei que é os 50%, mas já não me lembro se é assim que se diz” (EID). Podemos observar que Dora parece associar o valor da mediana a 50%, mas não conseguimos perceber por esta afirmação que sentido dá ela a essa percentagem. Não é claro se ela entende que utilizando o valor da mediana, conseguimos ter 50% dos dados do conjunto à esquerda e 50% dos dados à direita (aproximadamente, quando ordenados). Esta conexão da mediana a este valor de percentagem pode talvez estar relacionada com o facto de ter ouvido essa percentagem na interpretação de mediana, mas de não conseguir expressar adequadamente esse sentido ou não ter compreendido essa interpretação.



significa o valor médio das idades

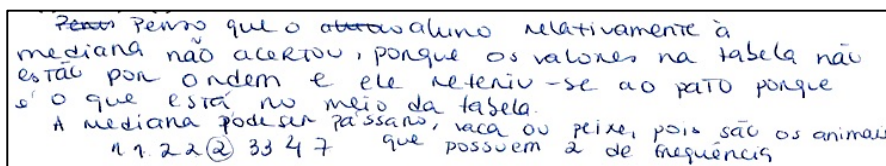
Figura 63. Resposta de Dora à questão 7.2 (QD7.2).

Na mesma discussão sobre o que significava esse valor, Dora chega a mencionar que utiliza a mediana para “ver qual é que era aquele que estava no meio” (EID). Nesta

afirmação, Dora já consegue revelar alguma compreensão do conceito de mediana, não sendo no entanto explícito se considera a ordenação dos valores.

Essa perspectiva de utilizar a mediana como valor do meio não foi uma estratégia que Dora utilizou quando tem de aplicar um valor dado da mediana (mediana=10) para determinar um conjunto de idades de sete irmãos. Nessa situação, Dora apresenta uma solução incompleta em que o valor 10 é atribuído ao 3.º filho, que não corresponde ao filho do meio (4.º filho) (figura 58). No entanto, quando questionada sobre a sua resolução, refere que o valor 10 da mediana “tem que estar no centro, no meio da tabela. Devia estar aqui [no 4.º filho]. Eu acho que sim” (EID), usando assim corretamente esse conceito. A confusão inicial pode ter sido consequência de, por exemplo, ter determinado a metade de sete (3,5) e com esse resultado, ter tomado a decisão de colocar no terceiro filho.

A questão 8.2 requer que a formanda comente a afirmação “a mediana é pato” relativamente a uma tabela de frequências de uma variável qualitativa (com nomes de animais) e a respetiva frequência absoluta. A categoria pato era a que, na ordem em que aparecia nessa tabela, ficava no meio. Na resposta que deu no questionário (figura 64), Dora refuta a afirmação por considerar que os valores da tabela não estariam ordenados.



Peto. Peto que o abacaxino relativamente à mediana não acertou, porque os valores na tabela não estão por ordem e ele meteu-se ao pato porque o que está no meio da tabela. A mediana poderia ser pato, vaca ou peixe, pois são os animais 1 1 2 2 2 3 3 4 7 que possuem 2 de frequência

Figura 64. Resposta de Dora à questão 8.2 (QD8.2).

Com base nesta resposta, observamos que Dora, tal como no problema das idades dos sete irmãos, considera necessária a ordenação dos valores. Têm ainda em consideração que depois de ordenados se têm de procurar o valor que fica no meio. Contudo, quando refere que os valores têm de estar por ordem, sugere que se está a referir aos valores da frequência, uma vez que a variável é qualitativa. Logo, apesar de apontar como incorreta a afirmação dada, a solução que aponta também não parece ser conduzida com compreensão. Uma vez que a sua conceção sobre a mediana é de que é o que fica no meio, como não consegue ordenar os animais, acaba por ordenar

as frequências absolutas e, depois de verificar qual a que fica no meio, refere os animais com esse valor de frequência absoluta. Em relação a esta explicação afirma que “fui ver a frequência dos animais e organizei-os pelas frequências” e deu como resposta o pássaro, a vaca e o peixe “porque são os animais que têm uma frequência de dois. E organizando-os aqui na tabela, foi o que me deu (...) E o dois pode ser qualquer um” (EID). Concluímos que Dora possui uma compreensão processual do conceito de mediana, uma vez que sabe que é necessário ordenar e ver o valor/categoria que fica no meio, mas depois aplica este procedimento em diferentes contextos, sem compreensão do que está a fazer, não avaliando criticamente a solução a que chega e o que significa o valor que encontrou.

Outros aspetos. Para falar de distribuição, relativamente à concentração ou dispersão de dados, o grupo de Dora, no relatório da sua investigação estatística, utiliza os valores da média e da mediana para tecer comparações. Assim, quando “a média e a mediana acabam por ser valores próximos” (EID), conclui que os dados estão “concentrados” (EFD). Caso esses valores sejam muito diferentes, refere que os dados seriam dispersos. Por assumir esta perspetiva durante as entrevistas, decidi confrontar a formando com o conjunto de dados constituído pelos valores 1, 5, 6, 9, 10, 11, 14, 15, 19, onde tanto a média como a mediana têm o valor 10, pedindo a Dora para discutir acerca da dispersão ou concentração deste conjunto de dados:

Investigadora: Então estes valores não são parecidos. São iguais [a 10]. Logo, o que é que podíamos concluir? (...)

Dora: [Que os dados estariam] concentrados.

Investigadora: E acha que estes dados estão muito concentrados?

Dora: Não. Porque variam de um a 19. E além disso têm um espaço. Estes até estão próximos [5, 6], estes também [9, 10, 11] e estes também [14, 15]. Só o valor mínimo [1] e o valor máximo [19] é que são distantes. [O resto] sim, está mais ou menos concentrado (...) Não é só esses [valores, média e mediana, que se usam]. Também os quartis (...) Eu acho que isso dos dados estarem concentrados ou não, não tem nada a ver com isto, com a amplitude, com a distância. Tem a ver com a quantidade de vezes que estes números acabam por surgir. Muitos números é [concentrado]. Do que me lembro, é muitos números e assim próximos. Tipo estes assim [9, 10, 11]. Não sei [se estão concentrados]. Sei que eles estão próximos.

Investigadora: E conseguimos ver isso com que medidas? Com a média, com a mediana e com os quartis?

Dora: Sim (...) Eu já não me lembro mas acho que não tem só a ver com a distância. Ou tem? Se for só isso, eles não estão dispersos. Temos aqui dados 6, 9... 9, 10... 10, 11. Estão próximos uns dos outros, mas depois olhando para o valor mínimo e para o valor máximo, sim [estão dispersos], porque são valores bastante distantes. Do um até ao 19. Por isso é que não tenho bem a certeza se isso só tem a ver com a distância entre eles e se também joga aqui o número de vezes que eles aparecem. (EFD)

Analisando esta discussão, observamos que Dora consegue olhar para um conjunto de dados e, apesar de não se conseguir explicar bem, parece ter alguma noção que se deve ter em consideração tanto a distância entre os números, como a sua frequência, para analisar a distribuição dos dados. No entanto, mesmo tendo essa perspetiva de analisar, parece sugerir que esses atributos (distância entre números e frequência com que aparecem) podem ser representados por medidas de localização, como a média, a mediana e até os quartis, sem grande fundamentação.

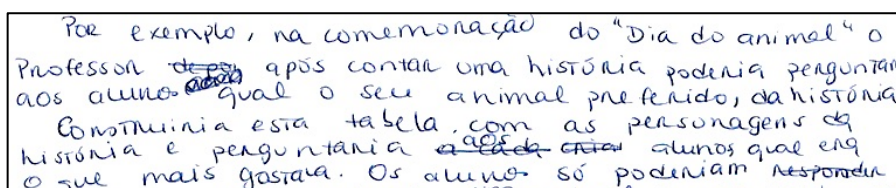
5.3. CONHECIMENTO DE DIDÁTICA DA ESTATÍSTICA

Nesta secção, analiso o conhecimento de didática de Estatística de Dora, começando pelo conhecimento que possui sobre o ensino de investigações estatísticas (em particular destacando cada uma das fases da investigação), e depois sobre o conhecimento do aluno e conhecimento do ensino no geral ou acerca de outros conceitos estatísticos.

5.3.1. CONDUÇÃO DE INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS

Ensino e aprendizagem da fase I: Problema. Dora parece considerar importante que as investigações estatísticas, de modo a serem implementadas com os alunos, devem partir deles e ser do seu interesse. Podemos observar esta perspetiva quando comenta que o tema de uma investigação estatística “acho que tem de ser uma coisa que esteja relacionada com eles. Não pode ser assim um tema que não lhes diga qualquer tipo de respeito. E depois também depende do grupo em si, do nível de escolaridade” (EFD). Percebe-se assim que a formanda parece valorizar os interesses dos alunos e até ter em consideração o nível destes, talvez para ter em conta a experiência e o

conhecimento prévio que possuem. Dora transparece um pouco desta perspetiva quando, numa questão do questionário onde tinha que criar uma situação de sala de aula para dar origem a uma tabela de frequências sobre animais de estimação, dá a resposta representada na figura 65. Observamos aqui que para além de relacionar a investigação com os alunos, com os seus interesses (o animal que preferem), parece estabelecer a ligação entre a investigação estatística, a literatura infantil (com a incorporação de uma história) e um aspeto da sociedade (Dia do Animal).



Por exemplo, na comemoração do "Dia do animal" o Professor ~~depois~~ após contar uma história poderia perguntar aos alunos qual o seu animal preferido, da história. Construiria esta tabela com as personagens da história e perguntaria ~~a cada~~ ~~os~~ alunos qual era o que mais gostava. Os alunos só poderiam responder

Figura 65. Resposta de Dora à questão 8.1 (QD8.1).

No momento da sua prática, Dora assumiu que, para realizar uma investigação estatística com alunos, devia ser ela a propor o tema, uma vez que “eles [os alunos] não sabiam dizer nada” (EID). Ou seja, apesar de continuar a valorizar o interesse deles e, principalmente, a participação dos alunos nesta fase, não conseguiu retirar a informação dos alunos de quais os temas que lhes interessam. Esta situação está muito provavelmente relacionada como facto de não conhecer esta turma, dada a curta duração da sua prática pedagógica. Assim, na primeira aula que conduz, Dora parece começar por procurar envolver os alunos e recordar que estes se tinham pesado no ano anterior, procurando a partir daí motivá-los para iniciar uma nova investigação:

- Dora: Eu sei que vocês o ano passado se pesaram.
 Aluno: Sim, foi no fim do ano.
 Dora: Eu queria saber se vocês ainda se lembram mais ou menos quanto é que vocês pesavam. Quem se lembrar coloca o dedo no ar (...)
 Aluno: Vinte e cinco quilos (...)
 Dora: Está bem e então olha e se nós hoje fossemos verificar se tínhamos aumentado de peso ou não? (AD)

Depois desta breve introdução à investigação, Dora distribuiu uma folha onde se encontrava já formulada a questão inicial do estudo “Pesamos mais do que o ano passado?” Posteriormente, na sua reflexão sobre a aula, considera que “devia ter explorado um bocadinho mais a questão com eles para ver se conseguia que a questão

partisse deles, mas foi difícil isso” (EDD). Assim, considera que a participação dos alunos na primeira fase da investigação estatística é fundamental, mas tendo tido dificuldade em concretizar isto, controlou a formulação da questão.

No uso de investigações estatísticas em sala de aula, Dora valoriza a ligação com os interesses dos alunos, a sociedade e até outras áreas como a literatura infantil. No entanto, conduz esta fase sem grande participação dos alunos. É ela que escolhe o tema da investigação realizada com as crianças e formula a questão inicial a investigar, “Pesamos mais do que o ano passado?” Reconhece que a questão devia partir dos alunos, mas indica que isso foi difícil de concretizar. Note-se porém que escolhe uma questão inicial algo complexa que envolve experiências anteriores dos alunos e que evidencia ter potencial para proporcionar discussões interessantes sobre alimentação saudável e estereótipos em relação ao peso, assim como conexões entre os temas de Estatística e Medida.

Ensino e aprendizagem da fase 2: Plano. Na sua perspetiva, a responsabilidade dos alunos durante uma investigação estatística é “recolherem os dados, organizá-los em tabelas ou como eles quiserem, realizarem gráficos e, então, a partir daí, tirarem conclusões” (EID). Então, relativamente ao papel do professor em diferentes fases da investigação estatística (dados, análise e conclusão), Dora defende que a sua perspetiva é que este deve assumir um papel de “orientador” (EID). Assim, talvez por não ser um dos objetivos de aprendizagem para os seus alunos, tanto a primeira fase de colocação da questão inicial como esta fase do planeamento ficaram a seu cargo:

Pronto nós hoje vamos ver se aumentámos os nossos pesos ou não, por isso vocês estão em grupo para ver essas coisas e estudar os nossos pesos. Se aumentámos muito, se aumentámos pouco (...) Eu agora vou distribuir pelos grupos uma folha (...) Nós agora vamos olhar aí para essa representação. Nós temos aqui os nomes da turma toda e os pesos do ano passado (...) Vocês vão-se pesar e os grupos que não têm balança vão preenchendo isso aí ao lado, está bem? (AD)

Por este excerto da aula, podemos observar que foi Dora que parece ter decidido o que era necessário para responder à questão da investigação: saber os pesos do ano passado e saber os pesos atuais, que seriam obtidos com recurso a uma balança. Para além desse planeamento, tomou também a decisão de que os alunos se pesariam descalços. Apesar de a formanda compreender que para os alunos, descalçarem-se

naquela situação, era importante “para terem a noção do peso real que têm. Porque uma pessoa quando se pesa com os sapatos, tem ainda o peso adicional dos sapatos”, refere que “acho que [os alunos] não [compreenderam porque o estavam a fazer]”, uma vez que no decurso da recolha de dados, estes deram outras explicações para o sucedido como “dizerem que estavam a tirar os sapatos só para não sujarem a balança e para não partir” (EFD).

Quando questionada sobre em que fases poderia ter dado mais responsabilidade aos alunos, Dora assume que “efetivamente, logo no início da investigação, [devia] dar-lhes espaço para falarem. Eles estavam um bocadinho ansiosos e nervosos. E estavam muito inquietos, depois acabou também por me levar a ser eu a conduzir” (EFD). Justifica a sua atuação dizendo que este grupo de alunos “precisava muito de ser dirigido” (EFD). Assume assim que controlou esta fase na realização da investigação com alunos, embora reflita sobre o facto de lhes poder dar mais responsabilidade para fazerem propostas ou tomarem decisões metodológicas.

Ensino e aprendizagem da fase 3: Dados. A perspetiva de que parece ser necessário organizar os dados enquanto se está a recolhê-los está presente no trabalho que Dora realiza em sala de aula. No seu plano, a ideia inicial era que os adultos presentes na sala forneceriam aos grupos de alunos o peso anterior de cada um dos elementos do grupo para que estes o registassem (figura 66).

Na sua opinião, isto aconteceria “pois assim não iremos influenciar qualquer representação que os alunos possam realizar” (PAD). Refere mesmo que tinha tomado esta opção “porque eu já tinha lido algumas coisas de investigações estatísticas nas salas de aula e apontava para aí” (EDD). Esta justificação de Dora mostra que esta faz recurso à revisão de literatura por que passou, provavelmente consequência do seu trabalho de mestrado, e tenta aplicar essa informação na prática. É muito possível que Dora tenha lido artigos, como o de Makar e Fielding-Wells (2011), que mostram a importância de os alunos criarem as suas próprias representações e o potencial que isso têm nestas idades. Assim, da maneira que planeou, Dora teria em mente que os dados seriam recolhidos e só, posteriormente, organizados pelos alunos, sem influência sobre que representação criar.

No entanto, a ideia inicial da formanda acabou por não se concretizar, resultado de um momento de discussão de Dora com a professora cooperante. A ficha entregue aos

alunos já continha uma lista com os pesos anteriores de todos os alunos da turma (1.^a e 2.^a colunas) e pretendia-se que os alunos recolhessem e organizassem os dados dos elementos do grupo numa 3.^a coluna (figura 67).

1. Quando a professora/ estagiária te tiver informado sobre os pesos do grupo coloca-os nos seguintes espaços:

Nome: _____ peso anterior: _____

Nome: _____ peso anterior: _____

Nome: _____ peso anterior: _____

Nome: _____ peso anterior: _____

Coloquem a informação pela ordem que vos disserem.

2. Agora, cada aluno deverá coloca-se em cima da balança. Vai um de cada vez, seguindo a ordem pela qual a professora/ estagiária vos indicou o peso. Os elementos do grupo registam os dados que a balança indicar. Colocam os resultados nos seguintes traços

Nome: _____ peso atual: _____

Nome: _____ peso atual: _____

Nome: _____ peso atual: _____

Nome: _____ peso atual: _____

3. Organizem os dados que têm (peso anterior e atual de cada aluno), utilizando uma estratégia que considerem mais vantajosa (tabela, esquemas, desenhos). Quando terminarem a organização dos dados devem chamar a estagiária.

Figura 66. Plano inicial para a ficha do aluno (PAD).

1. Regista o teu peso do ano passado e o atual e o dos teus colegas.

Nome	Peso anterior	Peso atual
[Redacted]	21kg	[Redacted]
[Redacted]	23kg	[Redacted]
[Redacted]	19kg	[Redacted]
[Redacted]	20kg	[Redacted]
[Redacted]	29kg	[Redacted]
[Redacted]	21kg	[Redacted]
[Redacted]	31kg	[Redacted]
[Redacted]	26kg	[Redacted]
[Redacted]	23kg	[Redacted]
[Redacted]	20kg	[Redacted]
[Redacted]	24kg	[Redacted]
[Redacted]	40kg	[Redacted]
[Redacted]	22kg	[Redacted]
[Redacted]	25kg	[Redacted]
[Redacted]	22kg	[Redacted]
[Redacted]	22kg	[Redacted]
[Redacted]	23kg	[Redacted]
[Redacted]	25kg	[Redacted]
[Redacted]	31kg	[Redacted]
[Redacted]	22kg	[Redacted]
[Redacted]	21kg	[Redacted]
[Redacted]	20kg	[Redacted]
[Redacted]	27kg	[Redacted]
Nome: [Redacted]	Peso anterior: 22	Peso atual: 23.24
Nome: [Redacted]	Peso anterior: 22	Peso atual: 24.4
Nome: [Redacted]	Peso anterior: 23	Peso atual: 29.9
Nome: [Redacted]	Peso anterior: 31	Peso atual: 36.2

Figura 67. Parte inicial da ficha do aluno (AD).

Dora assume *a posteriori* que continuava a concordar com a sua ideia inicial, defendendo que a ficha que forneceu para recolha dos dados já apresentava uma forma de organização e na sua ideia original isso não acontecia (EFD).

De realçar, ainda, que no momento da limpeza dos dados Dora mostra dificuldade em incluir os alunos na decisão da necessidade de fazer arredondamentos:

- Dora: Nós aqui vamos arredondar estes dados para ficarem mais certinhos.
 Aluno: Arredondar?
 Dora: Sim. É uma palavra nova. É para ficarem mais certinhos (...) Vamos ficar sem vírgulas para ficar mais simples (...) Tens aqui 47.3. Podes arredondar para quanto? O 47.3 está mais perto do 47 ou do 48?
 Aluno: Não sei.
 Aluno: Acho que 47.
 Dora: Então vá, fica só 47 (...) Façam lá essas alterações. (...) Aqui têm 37.6 (...) Está mais próximo do 38 ou do 37?
 Aluno: Ah... 37.
 Dora: O seis está mais próximo do 10 ou do um?
 Aluno: Do 10.
 Dora: Do 10. Então passam para...
 Aluno: 38. (AD)

Sendo um procedimento novo para estes alunos, que apenas tinham feito arredondamentos à centena e à dezena (segundo a professora cooperante), possivelmente Dora não estava preparada para introduzir este tópico. Sentiu que a sua explicação da proximidade do número inteiro imediatamente antes e imediatamente depois, levou a que certos grupos de alunos “não estavam mesmo a perceber que a partir do cinco, depois tinha-se que mudar para a unidade seguinte”, mas que outros “chegavam lá imediatamente” (EDA). No entanto, na sua reflexão escrita posterior à aula, refere que “poderia ter utilizado uma régua para ter os alunos a perceberem melhor” (DBD). Caso tivesse optado por esse recurso, possivelmente teria utilizado a graduação da régua e teria orientado os alunos na comparação do número obtido na balança (por exemplo 47,3) com os números inteiros mais próximo (por exemplo 47 e 48). Na sua perspetiva, arredondar, ou seja, fazer uma limpeza dos dados, tinha como objetivo “facilitar depois na construção do gráfico”, uma vez que previa que os alunos pudessem ter dificuldade neste ponto:

Eu acho que primeiro porque eu antes de fazer a investigação li alguns artigos sobre isso e vi que eles tinham alguma dificuldade na construção dos gráficos e, nomeadamente, uma das dificuldades era a adequação da escala. Então, se houvessem aqueles números decimais ou fracionários, acho que eles iam ter ainda mais dificuldades nessa construção. (EFD)

Esta afirmação de Dora mostra que muitas das suas decisões que tomou em aula parecem ser fundamentadas com literatura da área que leu e que, apesar de terem existido alguns problemas na execução em sala de aula, nomeadamente na compreensão do assunto por parte de alguns dos alunos, a sua intenção parece ser a mais apropriada para este nível de ensino.

Ensino e aprendizagem da fase 4: Análise. No trabalho em sala de aula, um dos focos essenciais de Dora parece ser a representação dos dados e a sua interpretação. Para concretizar isso, a ficha do aluno que Dora distribui pede tanto uma representação inicial dos dados como a construção de um gráfico e posterior análise deste. Como já vimos anteriormente, numa primeira questão os alunos registaram os dados numa representação já dada. Isto levou Dora, de modo a ter outra representação que não um gráfico, a pedir “uma forma diferente de organizar a informação anterior”, usando “tabelas, desenhos ou esquemas” (AD). De notar que a opção do gráfico não estava presente, muito provavelmente por Dora querer que os alunos construíssem o gráfico num momento posterior. Dora justifica o facto de incluir os tipos de representação que os alunos podiam utilizar (tabelas, desenhos ou esquemas), mencionando que ela e a professora cooperante consideraram que era “melhor não impor [a tabela] e dar essa informação” (EAD). A formanda considerou no entanto que aquela informação era importante, uma vez que “se não colocar [os alunos] vão andar meio perdidos” (PAD). Provavelmente, Dora teria a ideia de que não referindo isso alguns dos alunos poderiam construir logo naquele momento um gráfico.

No desenrolar da aula, Dora parece orientar o trabalho dos alunos para que a primeira representação que constroem seja uma tabela com toda a informação (nome, peso anterior e peso atual), “Sim, têm de meter os dados todos que têm aqui. O nome, o peso anterior e o atual” (AD). Justifica esta atuação dizendo que a tabela “não era bem um passo desnecessário, porque eu queria ver o que é que eles iam utilizar para organizar os dados. Queria ver mesmo que estratégias é que eles iam usar” (EFD). Esta forma de agir provavelmente está associada ao seu interesse pessoal na área da

Estatística e aos artigos que leu que valorizam a maneira como os alunos organizam e representam os dados, mas concretizada desta maneira em sala de aula transmite a ideia de que um gráfico parece não ser, a esta altura, considerado um instrumento (igualmente ou mais) útil de organização de dados.

A terceira questão da ficha pedia a construção de um gráfico com a informação anterior. Neste momento, à pergunta de alguns alunos confusos “agora vamos fazer outro gráfico?”, Dora respondeu dizendo que “uma tabela é uma tabela. Um gráfico é um gráfico, não é?” (AD). Deste modo, para os alunos, a necessidade de construção da tabela parece não ter ficado clara na segunda questão, uma vez que foi algo um pouco imposto, e o porquê de construir um gráfico também parece não ter sido compreendido, na resolução da terceira questão. No entanto, esta perspectiva vai de encontro à ideia que demonstrou ter dos passos pelos quais é necessário passar durante uma investigação estatística, porque o seu conhecimento estatístico deste conceito parece sugerir a necessidade de construção de ambas as representações.

Dora referiu que, quando os alunos estavam a construir o gráfico com os dados do grupo, tentou “focalizá-los um bocadinho para os aspetos formais do gráfico: os títulos, a escala, os rótulos, esses aspetos formais” (EDD), uma vez que era o que ela pretendia que eles aprendessem com esta investigação estatística. Fez isto por considerar desde o início que eram estes os aspetos que seriam mais difíceis para os alunos: “Acho que eles vão ter muita dificuldade em fazer o gráfico, por causa das escalas” (EAD).

Posteriormente, na segunda aula, Dora fez uma roda com todos os alunos à volta de um papel de cenário já com os eixos construídos, o nome dos alunos no eixo horizontal e os primeiros valores do eixo vertical, sentou-os no chão (figura 68) e introduziu a tarefa da aula:

Agora vai vir cada menino, um a um, marcar o peso que tinha antes e o peso que tinha depois, para fazermos um gráfico de toda a gente (...) Se nós ficássemos só com estes gráficos, assim, não conseguíamos saber se toda a gente tinha aumentado de peso, não é? Assim temos de juntar os gráficos todos. (AD)

Dora colocou uma questão sobre a razão de realizarem um gráfico com os dados de toda a turma, mas não deu muito tempo aos alunos para que assimilassem essa

informação e respondessem. Deste modo, não sabemos se ficou claro para estes a razão de compilar os dados de cada grupo num só gráfico, provavelmente por não terem, naquele momento, acesso à questão inicial da investigação.



Figura 68. Posicionamento dos alunos durante a construção e análise do gráfico (AD).

Ao colocar os alunos sentados no chão à volta do gráfico, Dora pretendia que parte da análise do gráfico fosse feita durante a construção, pois os alunos encontravam-se muito perto do papel de cenário:

Eu achei melhor sentados para ver se eles estavam mais em contacto com o gráfico e também porque queria que eles à medida que eles iam fazendo... Tirarem a partir da construção do gráfico se eles iam tirando algumas conclusões. Mas isso não aconteceu. (EDD)

Dora parece sugerir que uma colocação dos alunos mais próxima do que estavam a construir, podia fazê-los focar-se naquela atividade durante o processo de construção e, conseqüentemente, irem fazendo previsões do que esperavam concluir no final. A determinado momento da construção do gráfico, Dora incentivou a sua análise com uma questão abrangente. Mas uma vez que isso não produziu efeito, coloca logo de seguida uma questão fechada que apenas teve a contribuição de um aluno:

Dora: Olhem aqui. A partir do que já temos aqui, já podemos ver o quê? Podemos concluir já alguma coisa? (...) As barras castanhas são maiores ou menores que as azuis?

Aluno: Acho que são maiores. (AD)

Esta questão abrangente de Dora parece ter sido uma tentativa de concretizar o que planeou e envolver os alunos na análise do gráfico durante a sua construção. Por considerar que não estava a conseguir concretizar, acaba por colocar uma questão mais fechada, de modo a ter a participação de alguém na análise do gráfico.

No final da construção, Dora iniciou uma discussão em grande grupo dizendo “vejam lá quem é que sabe dizer o que é que aconteceu desde o ano passado para agora” (AD). Afirma que começou propositadamente “por colocar uma questão que era bastante abrangente”, uma vez que considera “interessante serem eles a começarem a dizer algumas coisas” (EFD). Muito provavelmente, esta decisão de começar a análise de representações com questões abrangentes está também relacionada com literatura da área que possa ter lido. Refere que, como não recebeu “grande feedback [teve] que começar a orientar as perguntas” (EFD). Nessa parte, colocou questões como “se para o ano voltássemos a fazer um estudo igual a este, vocês acham que o peso ia ser igual, maior, mais pequeno...”, “Duas pessoas que tenham peso igual?”, “Vocês alguma vez diziam que estes meninos tinham os quatro o mesmo peso?”, “Agora vamos tentar identificar no gráfico quem é que atualmente tem o peso mais pequeno”, “Qual é que foi a pessoa que aumentou mais o peso? (...) Porquê?” (AD).

Observamos que Dora centra-se na moda do peso atual (alunos com o mesmo peso atual), no mínimo do peso atual e no máximo da diferença de pesos. Tenta promover oportunidades de argumentação e incentiva o confronto de expectativas com os dados atuais, assim como a construção de hipóteses para futuros estudos. É de realçar ainda que os alunos descobriram que a aluna mais leve não era a mais baixa, o que levou Dora a referir que “agora é que temos aqui uma bela coisa para estudar. As alturas e os pesos” (AD), demonstrando saber aproveitar uma discussão de sala de aula para criar novas tarefas a partir da experiência dos alunos.

Concluimos que Dora aparenta possuir muito conhecimento, a partir das leituras que concretizou, sobre esta fase da investigação. Parece, por exemplo, compreender o potencial de os alunos criarem as suas próprias representações. Contudo, em sala de aula, Dora parece mostrar algumas dificuldades em incluir os alunos na decisão dos passos a seguir (tabela, gráfico, gráfico com todos os dados), tendo fornecido aos alunos a ficha de trabalho que os orientava para a construção das duas representações

em pequenos grupos por ser do seu interesse perceber como iriam atuar em cada uma das representações. Contudo, esta sua atuação parece não ter favorecido a compreensão dos alunos sobre o propósito do trabalho a realizar. A formanda pretendia que os alunos fossem analisando os dados em simultâneo com a construção do gráfico da turma e como isso não aconteceu, iniciou a análise do gráfico começando com uma questão aberta para gerar mais comentários dos alunos, sem perder de vista a questão inicial. Em alguns momentos centra-se somente numa parte dos dados (por exemplo, só nos pesos atuais) e não na totalidade (as diferenças de pesos). Em contrapartida, para além da leitura literal das representações, valoriza a formulação de hipóteses para investigação futura, o confronto com as expectativas dos alunos e valoriza a argumentação.

Ensino e aprendizagem da fase 5: Conclusão. Em sala de aula, Dora toma a decisão de promover a elaboração de uma conclusão escrita com toda a turma, sem perder de vista a questão inicial:

Vamos responder às questões em conjunto (...) Vamos construir uma resposta que nos permita dar resposta à questão-problema. A nossa questão era para saber o quê? Se nós tínhamos... (...) E então o que é que nós verificámos? (AD)

Posteriormente, acha importante que os alunos tirem conclusões sobre “Quantos alunos aumentaram de peso”, chamando a atenção para o comentário de uma aluna sobre não se poder generalizar para toda a turma pois uma das colegas não estava presente: “A M. disse uma coisa muito interessante (...) Ela disse que nós não sabemos se a L. aumentou de peso” (AD). Finalmente, debate com os alunos “Quem é que aumentou mais”, negociando com eles que apenas iam considerar nesta resposta “as pessoas que aumentaram mais de 5kg” (AD). Questiona ainda “Quantos alunos é que vocês acham que aumentaram menos de peso?” (AD) e assume que questões como esta tinham como intenção que os alunos

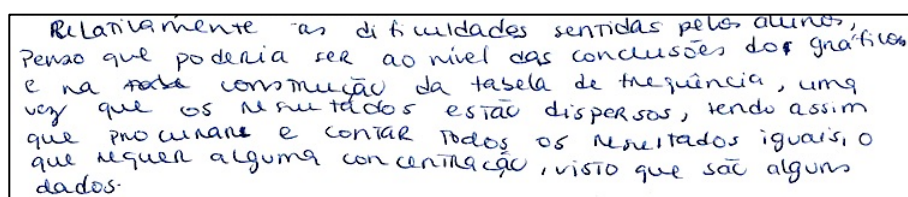
Não ficassem com a informação óbvia que se tira muito rapidamente só a olhar para o gráfico, mas sim que fizessem outro tipo de conclusões, que não se fazem através da leitura simples do gráfico. Que fizessem uma interpretação mais aprofundada (EFD).

Assim, em sala de aula, Dora mostra preocupação em tirar uma conclusão aprofundada dos dados com os alunos, sempre com a questão inicial em mente e referenciada em vários momentos da discussão. Parece dar também importância a que essa conclusão fique registada, desenvolvendo até a comunicação de resultados escritos por parte dos alunos. Adicionalmente, parece revelar algum cuidado para que esta investigação tenha algum impacto nos alunos, especialmente para evitar julgamentos e preconceitos em relação aos que têm mais peso.

5.3.2. CONHECIMENTO DO ALUNO

Dentro do conhecimento do aluno, abordo a capacidade de Dora prever dificuldades dos alunos, identificar os seus erros e sugerir maneiras de ultrapassar esses obstáculos e o conhecimento de diferentes estratégias utilizadas por alunos.

Previsão de dificuldades de alunos. No questionário, Dora teve de construir uma tabela de frequências e um gráfico adequado para um conjunto de dados quantitativos (classificações de uma turma de 20 alunos) e formular conclusões com base nessas representações. Posteriormente, foi-lhe pedido para identificar possíveis dificuldades dos alunos do 2.º ciclo na resolução das tarefas anteriores (figura 69).



Relativamente às dificuldades sentidas pelos alunos, penso que poderia ser ao nível das conclusões dos gráficos e na ~~total~~ construção da tabela de frequência, uma vez que os resultados estão dispersos, tendo assim que procurar e contar todos os resultados iguais, o que requer alguma concentração, visto que são alguns dados.

Figura 69. Resposta de Dora à questão 1.4 (QD1.4).

Observamos que Dora identifica como difícil a gestão dos dados (na construção da tabela ou na formulação das conclusões) talvez por serem muitos e diferentes. Quando, na entrevista, teve de justificar a sua resposta afirmou que “[os alunos] podem-se esquecer de determinados dados” (EID). Deste modo, considera que será difícil para os alunos organizar e apresentar dados, mas não aponta como difícil, por exemplo, formular conclusões que sejam mais do que uma mera descrição de dados explícitos na representação.

Durante a investigação estatística que conduziu em sala de aula, Dora levou os alunos a construir um gráfico em que pretendia que marcassem no eixo vertical os diferentes pesos dos membros do grupo. Quando falou das potenciais dificuldades dos alunos, referiu que “eles vão ter muita dificuldade em fazer o gráfico, por causa das escalas” (EAD). Esta dificuldade, apesar de ser uma dificuldade que Dora aponta aos seus alunos do 2.º ano, possivelmente não foi mencionada na resposta anterior por considerar que no 2.º ciclo já não é um obstáculo para os alunos. Na verdade, na sua turma do 2.º ano, a sua previsão revelou-se correta e alguns dos grupos demonstraram problemas nesse aspeto, tanto na escolha da unidade a usar, como na marcação correta dos valores do eixo:

Alguns alunos utilizavam as quadriculas da folha e colocavam lá dentro os números da escala, não existindo espaço para dados que estivessem no intervalo entre dois números (entre o 20 e o 25, por exemplo) [como no exemplo apresentado na figura 70] (...) As barras destes dois valores [20 e 22 representadas no segundo grupo de barras da figura 70] ficaram iguais, uma vez que não conseguiam marcar dados nos intervalos de dois números. (DBD)

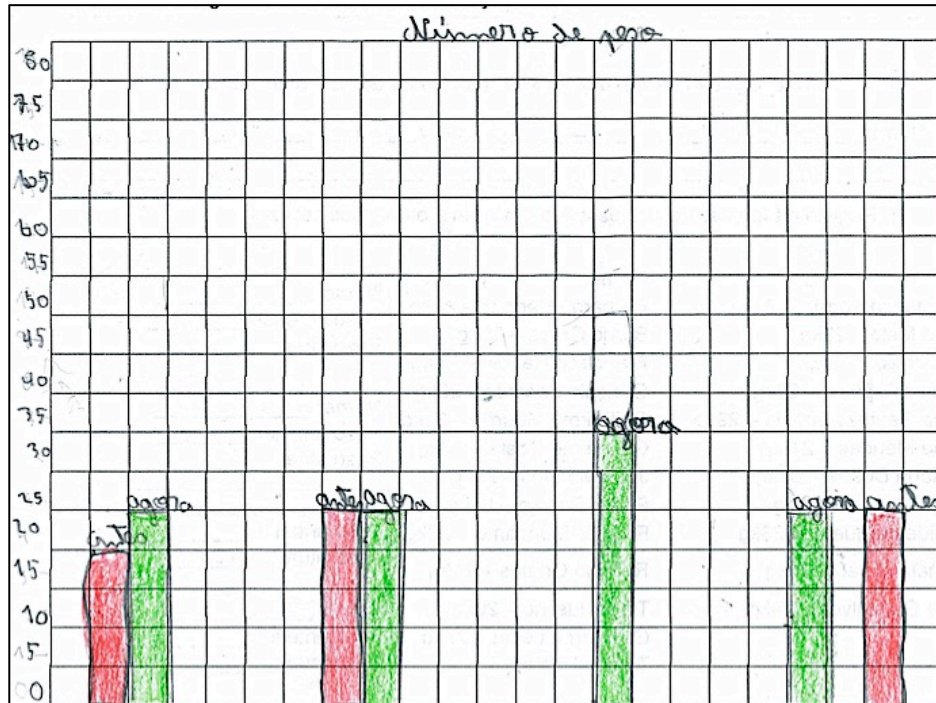


Figura 70. Exemplo de gráfico construído por um aluno (AD).

Para colmatar a dificuldade da marcação incorreta dos valores do eixo, Dora tomou a opção, no seu diário de bordo, de no dia seguinte “transmitir alguma dessa informação

para que os grupos possam melhorar os gráficos” (DBD). Então, na manhã do dia seguinte, a formanda tomou a decisão de lhes dizer que “assim não iam ter espaço para colocarem aqui o 23, entre o 20 e o 25” e acabou “até por lhes mostrar um exemplo de um outro grupo” para discutirem “Qual é que era o mais perceptível e qual é que era o mais vantajoso. Assim [da maneira correta] era mais fácil marcar o 23” (EFD). Nesta situação, decidiu explicar a forma correta de construir o gráfico tendo por referência um gráfico adequadamente construído. Quando, em grande grupo, foi construído o gráfico com a informação de todos os alunos, Dora preencheu a escala com a contribuição dos alunos, mas voltou a referir este aspeto da colocação dos números: “Eu estou a marcar como eu disse que era para marcar ali, à frente das linhas” (AD). Mostra assim que vai reforçando as novas aprendizagens em diversos momentos.

De modo a levar os alunos a ultrapassar o obstáculo de não escolherem uma unidade bem definida no eixo vertical, Dora chamou cada um dos grupos à atenção, durante a aula:

- | | |
|--------|---|
| Dora: | Agora têm de ter em atenção aqui de lado. Que isto aqui não pode ser como está aqui. Um, três e depois saltar para o sete e para o nove. Tem de ser uma coisa regular. Podem fazer de quanto em quanto? É tipo uma sequência (...) Se fores fazer de um em um, não dá para chegar até... Qual é que é o vosso valor máximo? (...) |
| Aluno: | 29. (...) |
| Aluno: | De dois em dois. |
| Dora: | De dois em dois ou de... |
| Aluno: | Cinco em cinco. (AD) |

Dora parece ter sentido necessidade de explicar como se faz corretamente a escala do eixo, induzindo aos alunos a utilização da unidade cinco. Após refletir sobre a sua ação em aula, afirma que os alunos “deveriam ter tido oportunidade de explorar as situações que mencionaram [como o uso de uma escala com a unidade dois], mas devido à falta de tempo essa situação não pode ocorrer e eu tive mesmo de os induzir para essa escala [de cinco em cinco]” (DBD). Neste caso, a formanda assume controlo na superação das dificuldades dos alunos, usando a estratégia de lhes explicar o procedimento correto, atuação que justifica pela falta de tempo.

Uma das dificuldades que Dora não previu foi o facto da construção do gráfico de toda a turma poder ser confusa, uma vez que não foi construída toda a barra para cada aluno, mas apenas a parte superior da barra (e portanto ficando visíveis apenas pequenos traços). Durante a aula, houve até um aluno que referiu que daquela maneira “não dá para ver”, ao que a formanda respondeu “depois se tivermos tempo, noutra altura, até podemos pintar as barras” (AD). Dora justifica esta tomada de decisão, mais uma vez, com a gestão do tempo, não tendo pensado noutra alternativa. Após alguma reflexão, acabou por referir que, na “construção do gráfico (...) podia ter, por exemplo, levado umas tiras e serem eles a cortar à medida deles. Teria sido muito mais fácil e muito mais visual no gráfico em si do que como ficou” (EFD). Assim, apesar de a estratégia utilizada em sala de aula não ter sido a mais eficaz, Dora parece ter essa perceção e define uma melhor estratégia a usar no futuro.

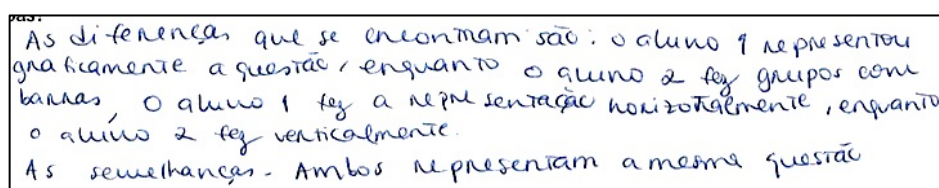
Identificação de erros de alunos e de estratégias para os ultrapassar. No questionário, foi apresentada a Dora a resolução de um aluno (questão 4.3), colocando em evidência uma conceção errónea frequente nos alunos acerca do conceito de média (a não consideração das ponderações). Quando, no questionário teve de explicar que erro o aluno tinha cometido e como o ajudar a ultrapassá-lo, Dora escreveu “Não sei responder” (QD4.3.1). Durante uma das entrevistas, esta questão foi retomada:

- Dora: Ah, acho que já estou a ver. Ele juntou a média dos dois e dividiu por dois.
- Investigadora: E porque é que isso está errado?
- Dora: Para mim isso está errado porque o dois não representa o número total de pessoas.
- Investigadora: Então como é que ele devia ter feito?
- Dora: (...) Então devia ser a dividir por 10.
- Investigadora: Então dava 14 kg?
- Dora: Pois, não sei. Não, mas ele não sabe o número total de... Mas isto está mesmo errado? (...) Para mim era mais fácil ter os dados todos dos homens e das mulheres e dividir pelo número de pessoas (...) Não há dados suficientes (...) Não sei se isto é possível de resolver. (EID)

A dificuldade de Dora nesta questão parece estar associada ao facto da formanda também não saber qual seria a resposta correta ou a estratégia adequada a seguir (evidenciada na discussão da sua resposta à questão 4.3.2), mostrando assim a ligação muito forte entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático do

conteúdo. Nota-se alguma falta de compreensão do conceito de média, que interfere no conhecimento da formanda, sendo-lhe naturalmente difícil apresentar estratégias que ajudem o aluno a adquirir um conhecimento mais profundo sobre o conceito.

Interpretação de estratégias de alunos. O questionário apresentava duas representações diferentes, realizadas por alunos do 2.º ano, para mostrar o número de dentes que cada colega de turma já tinha perdido e pedia para comparar estas duas representações. Dora, na primeira análise que faz destas representações, parece focar-se na direção vertical ou horizontal das representações (figura 71).



As diferenças que se encontram são: o aluno 1 representou graficamente a questão, enquanto o aluno 2 fez grupos com barras. O aluno 1 fez a representação horizontalmente, enquanto o aluno 2 fez verticalmente.
As semelhanças - Ambos representam a mesma questão

Figura 71. Resposta de Dora à questão 6.1 (QD6.1).

Durante a entrevista, foi-lhe pedido novamente que explicasse estas representações, tendo respondido:

[Olhando para a representação do aluno 1] dois [alunos] perderam dois [dentes], três [alunos] perderam dois [dentes], quatro [alunos] perderam um [dente] (...) Já não me lembro como é que este [aluno 2] aqui fez (...) Não sei... Porque eu sei que isto [representação do aluno 2] devia dar igual a isto [representação do aluno 1]. [Roda a folha para perceber se as representações têm o mesmo aspeto visual] (...) [Olhando para as últimas duas colunas do aluno 2] mas eu acho que dois alunos caíram 10 [dentes]. Ah, é isso mesmo [confirmando na representação do aluno 1], dois alunos caíram 10 [dentes]... É isso é isso. (EID)

Dora parece que começa por tentar explicar a representação do aluno 1, assumindo que os números que o aluno 1 escreveu eram a frequência e que os cartões com desenhos em frente a cada número eram o número de dentes (“Três [alunos] perderam dois [dentes]”). Quando passa para a explicação da representação do aluno 2, parece perceber que a sua interpretação da representação do aluno 1 não correspondia ao que estava a referir nesse momento, pois tem a noção de que deveriam representar a mesma informação. Ao olhar para as últimas duas colunas da representação do aluno 2, chega à conclusão que cada coluna representa o número de dentes de cada aluno e

que só pensando dessa maneira as duas representações transmitem a mesma informação.

Perante a pergunta qual das representações pensa ser mais complexa, afirma que é a representação do aluno 2, justificando que inicialmente “eu não percebi. Precisava de lhe perguntar. (...) Agora já percebi, porque tenho esta [representação do aluno 1] aqui ao lado” (EID). Apesar de revelar que apenas compreendeu corretamente a representação do aluno 1, depois de analisar a representação do aluno 2, tem a opinião de que a representação do aluno 2 é mais complexa. Isto revela que Dora parece associar um grau de complexidade às representações dos alunos pela sua facilidade ou não em compreender essas representações. Outro motivo pelo qual pode considerar que a representação do aluno 1 é menos complexa pode ser por talvez associar os desenhos dos cartões do aluno 1 a uma representação mais infantil.

Concluimos que Dora possui algum conhecimento dos alunos, prevendo corretamente algumas dificuldades em situações problemáticas (fazer a escala de um gráfico corretamente, organizar e apresentar dados). Para levar os alunos a superar algumas das dificuldades toma a opção de explicar o procedimento correto ou, por vezes, comparar com uma resolução mais apropriada. No entanto, demonstra não conseguir discernir a complexidade de diferentes representações dos dados. Estas dificuldades podem estar associadas ao conhecimento pouco profundo ou não compreensão de certos conceitos e procedimentos estatísticos, estando portanto relacionados com algumas falhas no conhecimento do conteúdo.

5.3.3. CONHECIMENTO DO ENSINO

Em relação ao conhecimento que Dora mostrou sobre o ensino da Estatística, discuto aqui os diferentes métodos e estratégias de ensino que adotou nas aulas que lecionou ou que demonstra seguir nas suas afirmações.

Gestão do tempo. Já vimos que a gestão do tempo é o que leva Dora a tomar algumas das decisões em sala de aula, principalmente de assumir nalguns momentos o controlo da aula durante a investigação estatística realizada. Mas, em relação ao tempo que demora em certas tarefas, como na construção do gráfico com toda a informação da turma, refere que “não tenho noção. Mas sei que demorou um bocadinho. (...) Estava

[à espera] porque eles são muitos” (EDD). Assim, gerir o tempo é para si uma dificuldade, assim como para praticamente todos os professores, mesmo que mais experientes.

Tipo de trabalho. Relativamente ao tipo de trabalho que Dora adota, uma das decisões que tomou foi levar os alunos a sentarem-se no chão, à volta do gráfico da turma. Em relação a isso refere:

Eu acho que não me consigo explicar bem, mas sinto isso [que é importante]. Eu não sei explicar bem, mas por exemplo, no jardim-de-infância trabalha-se muito no chão. E aqui também se podiam fazer as mesmas coisas. Tentei puxar um bocadinho isso para aqui (...) Era mesmo para ser diferente. Porque eles estão sempre a fazer as tarefas nas carteiras (...) Eu não sei explicar. Era mesmo para eles estarem mais próximos e visualizarem melhor e estarem também mais próximos uns dos outros. (EDD)

Observa-se que Dora parece tenta evitar as rotinas e aproximar o ambiente do 1.º ciclo ao que ocorre na educação pré-escolar. Talvez por ser um nível pelo qual está mais interessada e por gostar de certas metodologias que se desenvolvem no pré-escolar, considerou que tornar as coisas diferentes numa sala de aula do 1.º ciclo podia ser benéfico.

No que diz respeito ao tipo de trabalho que desenvolve com os alunos, Dora revelou adotar várias vezes o trabalho em grupo. Na constituição dos grupos, revelou algum conhecimento da turma, pois as suas decisões, segundo a professora cooperante responsável pela turma, revelaram-se bastante produtivas e eficazes. A composição dos grupos realizada pela formanda teve, segundo ela, “em consideração a existência de um elemento líder, que ajude a organizar o trabalho e que ‘obrigue’ alguns elementos a acompanhar o mesmo” (PAD). No entanto, a gestão do trabalho de grupo parece ser uma das suas grandes preocupações:

Por exemplo, amanhã acho que vai ser muito difícil gerir os grupos todos e ajudá-los (...) Se eles já estivessem mais habituados a isto, a este tipo de trabalhos, se calhar não seria tão difícil. Agora, eu acho que vai ser a primeira vez que eles vão fazer um tipo de trabalho assim. (EID)

Dora parece demonstrar alguma preocupação com a gestão dos diferentes grupos no seu trabalho autónomo, considerando que os alunos não estão habituados ao tipo de trabalho que se propôs desenvolver. Na sua reflexão posterior à aula, refere que “o acompanhamento dos grupos” foi um dos aspetos que considera ter corrido bem, uma vez que “Acho que tentei estar sempre presente nos grupos, a ver se eles tinham dúvidas, se já tinham avançado, onde é que eles iam?” (EDD). A dinâmica que mostrou em sala de aula foi de facto impressionante, estando atenta ao que cada grupo estava a fazer e acompanhando e apoiando o seu trabalho.

Essa sua preocupação com este tipo de trabalho mais autónomo e mais aberto não se manifestou apenas estar relacionado com o papel dos alunos, mas também em relação ao seu papel em sala de aula, uma vez que não tinha passado por um ensino desse tipo na escola e, portanto, não tinha a sua experiência em primeira mão para a ajudar:

Eu nunca tinha feito nada assim. Nunca tinha feito nenhuma investigação estatística com eles (...) Parece que é diferente (...) Para ensinar outro tipo de coisas, foram coisas que eu aprendi na escola e que fizeram comigo. Agora assim, não. (EID)

Dora parece ter ainda a perspetiva de que no ensino da Estatística é importante que os alunos sejam protagonistas da sua própria aprendizagem: “Primeiro acho que devia partir sempre dos alunos, ou seja, fazer Estatística com eles (...) Que é, eles recolherem os dados, organizá-los em tabelas ou como eles quiserem, depois realizarem gráficos e, então, a partir daí, tirarem conclusões” (EFD).

Apoio na revisão de literatura. Em termos de estratégias de ensino para trabalhar a análise de gráficos, Dora parece ter realizado alguma revisão de literatura sobre o que é ou não aconselhável fazer em sala de aula. Com essas leituras, ficou com a perspetiva de que é importante que os alunos tenham a capacidade de colocar hipóteses durante a construção de gráficos:

À medida que as crianças iam colocando a imagem, pude observar que existiam crianças a prever qual iria ser o animal que iria ter mais ou menos “votos” (como eles diziam). Considerei esta atitude bastante interessante (...) Cabral (2003) no seu estudo refere que os gráficos são muito úteis, não só para serem interpretados, mas também para se construir “hipóteses inferenciais” e era no fundo o que os alunos estavam a realizar – colocar hipóteses, de quais os animais preferidos e menos preferidos do grupo – para depois, no final, poderem analisar e verificar as suas hipóteses. (DBD)

No final da construção desse pictograma em sala de aula, iniciou a sua análise, podendo assim os alunos confirmarem ou não as hipóteses que tinham formulado durante o processo:

Começando pela questão “o que podem dizer acerca deste gráfico?”, uma vez que é uma questão bastante abrangente e que permite uma diversidade de respostas, que por vezes não teríamos acesso se apenas perguntássemos a moda, valor mínimo, quais os dados que possuem os mesmos valores, etc. Whitin e Whitin (2003) começam por colocar uma série de questões, entre as quais “como é que o princípio da equidade pode ser respeitado, se as crianças não podem partilhar os seus raciocínios pessoais dos problemas de Matemática?”. (...) Para terminar a análise do pictograma coloquei mais uma questão ao grupo: “quantos meninos gostam mais da cobra do que do gato?” (DBD)

Vemos que Dora incentiva os alunos a analisar a representação. Primeiro coloca uma questão aberta para perceber provavelmente onde é que diferentes alunos se focam e depois coloca uma questão que exige uma leitura entre os dados, para ir além da leitura imediata de informação. A primeira questão abrangente que coloca pode também ser uma estratégia que utiliza para incentivar mais participações de alunos e para dar oportunidade a que vários se possam expressar. Talvez pelo facto de se lembrar que durante o seu ensino básico a sua professora dava a oportunidade de participação sempre aos mesmos alunos (EFD), tenta evitar que isso aconteça nas suas aulas.

Durante a análise do gráfico construído durante a investigação dos pesos que conduziu em sala de aula, também parece ter-se baseado em literatura que leu sobre o posicionamento das questões, como na abordagem de conexões com outros conceitos matemáticos, como o caso da estimativa, e na tentativa de quebrar alguns estereótipos em relação ao peso, falando da altura dos alunos: “Este trabalho foi muito interessante, principalmente, quando o realizámos em grande grupo, pois penso que fiz uma exploração interessante do gráfico, tocando em aspetos fulcrais, como a comparação entre o peso e a altura e a estimativa” (DBD).

Introdução de novos conceitos/procedimentos. Quando teve que introduzir novos conceitos ou procedimentos aos alunos, que no caso da investigação estatística realizada eram os aspetos formais de um gráfico (título, escalas, eixos, rótulos...), inicialmente não tinha uma ideia clara do que fazer, dizendo “eu também não sei

muito bem” (EAD). Para tratar dos aspetos da escala, onde Dora previa algumas dificuldades, já vimos que assumiu o controlo na discussão, levando os alunos a adotar a unidade de medida que considerou apropriada. Justifica assim esta forma de agir em certos momentos da aula:

Apesar de serem os alunos a sugerir a organização de dados, o papel da estagiária será sempre levar o grupo a pensar se aquele método é o mais vantajoso de registo. Caso estes selecionem a tabela, propor que esta contenha os dados anteriores e os dados atuais, de modo a verificar se existiu ou não evolução. (PAD)

Assim, na situação anterior, a formanda parece ter a intenção que todos os grupos construíssem uma tabela com todos os dados ao dispor, por considerar que esta era a mais vantajosa. Para discutir a importância do título no gráfico, preparou dois gráficos (representados na figura 72), um “sem nada e outro com esse tipo de informação para eles verificarem qual é que dá uma informação mais completa” (EAD).

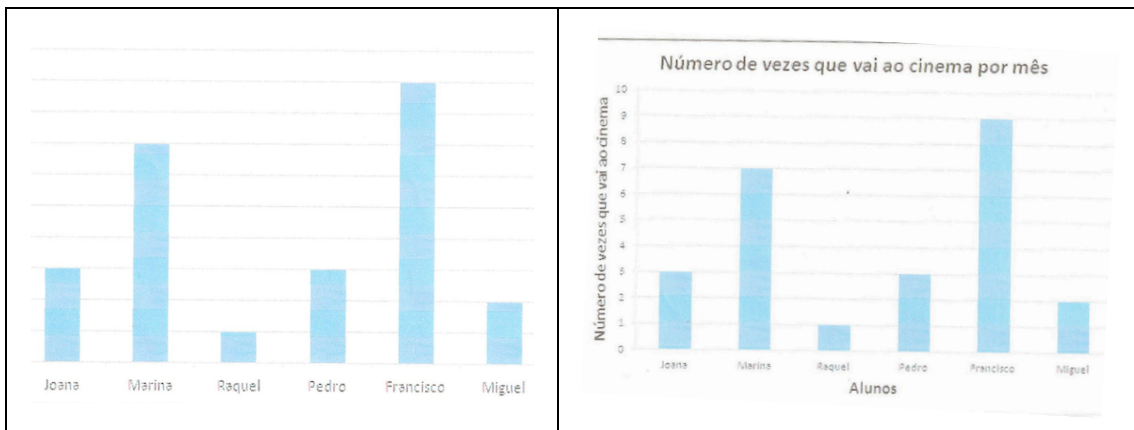


Figura 72. Gráficos utilizados em sala de aula (AD).

Utilizando estes dois gráficos como recurso, levou os alunos a comparar a informação neles contida:

- Dora: Eu tenho aqui estes dois gráficos (...) Qual é que vocês acham que é o melhor representado? É mais perceptível?
- Aluno: Isto está mal, não está? Porque eu não sou o mais pesado.
- Dora: Não, isto não é o peso (...) Vocês a partir deste gráfico sabem sobre o que é que isto é?
- Aluno: Não.
- Dora: E a partir deste? Vejam lá.
- Aluno: É a altura.

- Dora: Isto é a altura? O que é que diz aqui?
- Aluno: Número de vezes que vai ao cinema por mês. Tu vais ao cinema mais vezes.
- Dora: A partir deste vocês já sabem o que é que isto é (...) Ponham o título.
- Aluno: Título?
- Dora: Sim, isto tem de ter um título que é para a gente saber do que é que isto fala. (AD)

Neste excerto da aula observamos que para a introdução das convenções de um gráfico, Dora parece recorrer à explicação e ao fornecimento de exemplos devidamente construídos, para que os alunos percebam as vantagens de cada modo de apresentar a informação. Mais tarde, na construção do gráfico da turma, volta a reforçar a importância do título e das legendas, com o cuidado para que o título não seja demasiado abrangente.

- Dora: Faltam-nos aqui coisas no gráfico, que nós vimos que os outros gráficos tinham. Que era o quê?
- Aluno: Era por exemplo alunos e aqui o título do gráfico.
- Dora: Pois, então vamos ter de acrescentar... (...)
- Aluno: Quanto nós pesamos?
- Dora: Olha, podemos por quanto nós pesamos? Qual o nosso peso?
- Aluno: Eu sei outro. O peso da turma do 2.º ano.
- Dora: Da escola de A. não é? (...) Qual é que pode ser o nome ali da escala dos números? (...) Aqueles números representam o quê? (...) Está ali 20. 20 quê?
- Aluno: 20 kg.
- Dora: Então aquela escala representa o quê?
- Alunos: Os quilos.
- Dora: É o peso. O nosso peso. (AD)

Numa situação proposta numa entrevista, Dora tinha que planear a introdução do conceito de moda a um grupo de alunos. A formanda referiu que “Podia agarrar nestes materiais [cubos de encaixe] e começava por perguntar nesse conjunto qual é a cor que existe mais. Depois a partir daí introduzir o conceito da moda” (EFD). Assim, para introdução deste conceito, não vê necessidade de planear uma investigação estatística e pensa numa tarefa com material manipulável, como é o caso dos cubos de encaixe. De notar também que não adopta a explicação do conceito e depois a sua aplicação. Pelo contrário, parece iniciar-se com uma aplicação do conceito e só posteriormente, introduzir a designação apropriada. Ao ser-lhe pedido para indicar a

diferença entre o conceito ser introduzido através de um problema criado em sala de aula ou aparecer durante uma investigação estatística, afirma:

É diferente. O facto de surgir às vezes espontaneamente acaba por resultar melhor, na experiência que eu tenho. É diferente para as crianças. Se eu levasse uma atividade já para trabalhar a moda... É diferente. Eu não sei explicar (...) Também porque o contexto ali ia ser diferente. Já íamos estar a falar outros conceitos de Estatística, aqui íamos só estar virados para a moda (...) Não sei se seria melhor se seria pior. Seria diferente (...) E depende da experiência das crianças. Não sei. É só diferente. (EFD)

Assim, Dora vê muitas vantagens no uso de investigações estatísticas em sala de aula, mas percebe que não é necessário realizar uma investigação sempre que se quer introduzir algum novo conceito de Estatística. Na seguinte reflexão, Dora dá grande importância ao ensino da Estatística através de investigações, não só pelo potencial nas aprendizagens dos conceitos, mas também a outros níveis:

Penso que isto assim, desta forma, é muito mais aliciante para os alunos e eles até acabam por aprender mais porque quando foi comigo a minha experiência é que era tudo muito a professora chegava lá dizia que a média era isto, definia os conceitos todos, fazíamos exercícios e não passava muito daí. Através destas investigações, acho que eles acabam por ganhar muito mais não só ao nível de aprendizagens da Matemática, mas também de outras áreas, principalmente da formação pessoal e social porque estão num grupo, têm de saber ouvir, têm que saber se fazer ouvir, têm que respeitar as ideias dos outros e também acaba por essa área ser desenvolvida e trabalhada. (EFD)

Esta formanda demonstra conhecer e fazer uso de estratégias e métodos de ensino recomendados (trabalho de grupo, trabalho autónomo e de natureza mais aberta, investigações estatísticas, uso de dados reais, diferentes níveis de análise de gráficos), provavelmente devido ao seu interesse no tema e revisão de literatura realizada. Em sala de aula, por vezes, acaba por adotar um ensino mais expositivo, recorrendo à explicação de procedimentos corretos (construção adequada de um gráfico com alusão ao título e à escala), principalmente por falta de tempo. Algumas dificuldades que aponta devem-se sobretudo à pouca experiência, como aluna, com este tipo de trabalho.

5.4. SÍNTESE

Dora mostra ser uma futura professora muito empenhada e motivada para o ensino da Estatística. Provavelmente esta relação e interesse pelo tema pode ser fruto de ser o único tema que percorreu toda a sua escolaridade e onde, por ter estado envolvida num trabalho mais prático e mais contextual (onde os dados estão associados a um contexto e não são necessariamente trabalhados no abstrato), parece ter tido mais facilidade de aprendizagem. Talvez por ser um tema que lhe interessa particularmente, faz muitas pesquisas e leituras de investigações na área para desenvolver o seu conhecimento sobre o seu ensino e aprendizagem. O conhecimento que possui sobre investigações estatísticas está, de alguma forma, relacionado com a sua experiência, principalmente a que teve durante a formação inicial. Nessa altura, a investigação estatística que realizou teve o objetivo de avaliar a aplicação dos conceitos já aprendidos. Deste modo, teve de passar por cada uma das fases por obrigação e não por necessidade, não tendo desenvolvido uma apreciação da importância de cada uma. No entanto, compreende a importância das investigações estarem relacionadas com quem as faz ou com a atualidade. Quando dá exemplos de investigações, inclui a seleção de uma amostra e de um documento de registo, apesar de poderem ser utilizados diferentes métodos de recolha. Posteriormente, vê necessidade de organizar os dados tanto em tabelas como em gráficos. Na análise destas representações demonstra atenção a vários níveis de compreensão das representações, considerando, algumas vezes, o contexto dos dados. Em relação às medidas de tendência central que poderão aparecer nesta fase, não mostra dificuldades no conceito de moda, mas demonstra possuir um conhecimento marcadamente processual dos conceitos de média e de mediana, utilizando por vezes o algoritmo de uma maneira incorreta. Quando constrói conclusões tem o cuidado de não generalizar a informação, mostrando conhecimento do conceito de amostra.

Relativamente ao conhecimento que demonstra ter sobre o ensino de investigações estatísticas, Dora para adotar recomendações e ter em atenção as dificuldades apontadas pela investigação que leu. Assim, como na revisão de literatura que realizou, encontrou que os alunos têm muita dificuldade na organização, representação e interpretação de dados, é às fases de dados e análise que dá maior importância em sala de aula e até no seu trabalho de mestrado. Além disso, como são também as fases mais evidenciadas no programa para o nível de ensino onde estava a

estagiar (ME, 2007), já estava nos seus planos dar-lhes maior importância em sala de aula. Assim, acabou por assumir o controlo nas restantes fases (problema, plano e conclusão), refletindo mais tarde que pode não ter sido o modo mais eficiente de atuar.

Dora mostrou conhecer os alunos, o seu processo de aprendizagem e o ensino adequado deste tema. Assim, começou por colocar uma questão relacionada com a sua experiência no passado e que poderia criar impacto nos alunos por abordar estereótipos sobre o peso, fazendo uso de dados reais. Além disso, considerou ser necessária uma limpeza dos dados e, por isso, a introdução de arredondamentos. Este aspeto está também relacionado com o facto de prever a dificuldade que os alunos mostram na construção de escalas apropriadas. Mostrou também saber a importância de colocar hipóteses à medida que se vai construindo uma representação, tentando incentivar os alunos a fazê-lo. Revelou ainda ter a perspetiva de que a análise de uma representação faz sentido que se inicie com uma questão abrangente por poder levar à participação de diferentes alunos e à discussão de diferentes perspetivas. Além disso, colocou questões de análise que percorrem vários níveis de interpretação de representações e não só a leitura explícita dos dados. Evidenciou, ainda, perceber a necessidade de construção de uma conclusão por escrito em conjunto, não esquecendo a questão inicial da investigação. Por último, deu realce ao trabalho de grupo, onde os alunos podem assumir um papel ativo. Apesar de muitas vezes ter sido difícil atuar na sala de aula consoante a sua perspetiva, as suas dificuldades parecem resultar essencialmente da perspetiva que trazia da formação inicial, de algumas dificuldades no conhecimento do conteúdo, de sentir a necessidade de cumprir limites de tempo e com a sua inexperiência em conduzir este tipo de trabalho.

CAPÍTULO 6

O CASO DE MÓNICA

Este capítulo diz respeito a Mónica. Começo por fazer uma breve apresentação, seguidamente tento compreender o seu conhecimento de Estatística e de Didática de Estatística. Finalmente, faço uma breve conclusão sobre o caso desta formanda.

6.1. APRESENTAÇÃO

Mónica mostra ser uma aluna participativa durante as aulas, intervindo em sala de aula, mesmo quando não solicitada, pelo menos nas unidades curriculares de Matemática (onde conseguiu obter uma média de 14,14 valores). Com 22 anos entrou na Licenciatura em Educação Básica, a sua primeira escolha no concurso nacional. Candidatou-se ao regime pós-laboral por trabalhar como auxiliar de ação educativa num jardim de infância, daí ter vindo provavelmente o seu desejo de se tornar professora. Mesmo não frequentando disciplinas de Matemática durante cinco anos (tempo entre o seu 12.º ano de escolaridade e a sua entrada no ensino superior), acabou esta licenciatura nos três anos esperados, com uma média de 14 valores, revelando-se assim uma aluna que obtém boas notas, mesmo sem grande esforço. Talvez por isso a formanda caracterize a sua relação com a Matemática como boa, dizendo mesmo que sempre foi “boa aluna a Matemática” (EIM).

Revela, no entanto, que no 11.º ano teve dificuldades em compreender a matéria desta disciplina, por estar desmotivada, acabando por reprovar. Afirma que apenas neste

ano sentiu este tipo de dificuldades. No segundo ano que frequentou esta disciplina, Mónica afirma que teve um ensino diferente com “muita prática” (EIM), recordando o seguinte exemplo “quando foi a medição de ângulos, nós íamos à rua... Da árvore... Uma corda... Fazer o triângulo e ver” (EIM) aquando do estudo do Teorema de Pitágoras. Em relação ao restante ensino desta disciplina, sintetiza-o como sendo à base de “muitos exercícios, conversar, exercícios” (EIM) e que esse tipo de ensino só funcionava com ela quando percebia “a regra” (EFM).

Relativamente ao tema da Estatística, Mónica não tem muitas recordações, dizendo mesmo “não me lembro muito das aulas” (EIM). Com algum questionamento, acaba por se lembrar da Estatística do 10.º ano referindo “Até me lembro de calcular médias. Usávamos várias fórmulas” (EIM). Numa primeira fase menciona que não realizou nenhuma investigação estatística no ensino deste tema até chegar ao seu segundo ano da licenciatura (em TMDEP), mas mais tarde afirma que “é provável ter feito algum trabalho desse género” (EIM). Na investigação estatística que realizou em grupo na licenciatura obteve a classificação de 14 valores, ligeiramente superior à média desse trabalho nessa unidade curricular (13,72), acabando por terminar essa unidade curricular também com 14 valores.

Quando confrontada com a definição de Estatística, Mónica responde “É um estudo de preferências, por exemplo, de algum... Podemos estudar a preferência de algum desporto, num conjunto de pessoas, ou a comida preferida ou algo preferido que elas gostem” (EIM). Associa assim a Estatística a uma investigação estatística, embora defina este último conceito como “um estudo mais aprofundado” (EIM).

Depois de terminada a licenciatura, concorreu e entrou no Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º ciclo do Ensino Básico, na mesma Escola Superior de Educação. Acabou o primeiro ano deste mestrado com uma média de 14,48 valores, reprovando a duas das 11 disciplinas inscritas. Em ambas as unidades curriculares de Prática, onde tem oportunidade de se colocar na posição de professora de uma turma, a formanda destaca-se com classificações de 16 valores em ambos os semestres.

Durante a sua experiência no mestrado que habilita para a docência, Mónica refere que é o professor que transmite muita da personalidade da turma que tem à sua frente: “Sim, parecem ser muito calminhos. O professor também é muito calmo. Eu acho que

transmite muito para eles. Tanto que há lá um miúdo hiperativo e nós não nos apercebemos” (EIM).

Em relação a esta experiência de Mónica, como estudo de caso desta investigação, o facto de ter aulas gravadas em vídeo que pode posteriormente analisar e refletir ajudam-na a perceber sobretudo respostas que dá em sala de aula, considerando que “por vezes os [alunos] induzia em erro” (EDM).

Resumindo o seu percurso escolar e académico, Mónica tem conseguido entrar em todas as suas primeiras escolhas (na Licenciatura e no Mestrado) e tem tirado notas ligeiramente acima da média, sem grande esforço. A sua escolha relativamente ao mestrado (em 1.º e 2.º ciclos) pode estar associada ao facto de considerar a sua relação com a Matemática boa e de ter conseguido tirar sempre boas notas.

6.2. CONHECIMENTO DE ESTATÍSTICA

Nesta secção apresento o que Mónica mostra conhecer sobre investigações estatísticas, nomeadamente sobre cada uma das suas fases, e, posteriormente, abordo o conhecimento que possui sobre outros conceitos estatísticos importantes (organização e representação de dados e medidas de tendência central).

6.2.1. INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS

Fase 1: Problema. Durante a frequência da unidade curricular do 2.º ano, o grupo de Mónica escolheu fazer uma investigação estatística sobre a prática do desporto. A formanda refere que o grupo fez esta escolha porque “Cada vez mais as crianças devem praticar desporto, por causa da obesidade e queria perceber até que ponto quem é que praticava e quem não praticava” (EFM). Provavelmente, esta experiência na sua formação inicial foi marcante para a formanda, uma vez que, durante a entrevista, quando tem de definir um tema para uma investigação estatística, responde imediatamente “o desporto mais praticado” (EIM). Numa outra situação de entrevista, refere que também poderia fazer uma investigação sobre “A alimentação (...) O porquê da obesidade? [Para investigar] o tipo de alimentação que as crianças têm durante a semana, os lanches que levam para a escola” (EFM). Assim, a sua

perspetiva sobre a primeira fase da investigação parece estar associada à necessidade de discutir problemas atuais da sociedade como a obesidade, relacionada tanto com a prática do desporto como com a alimentação. Os tópicos que escolhe têm também potencial para gerar discussões sobre outra área do currículo, Estudo do Meio.

Fase 2: Plano. Relativamente à investigação estatística sobre o desporto, durante a entrevista, Mónica revela algumas dificuldades com os conceitos de amostra e população, tendo a ideia que é sempre necessário usar uma amostra.

- Investigadora: A investigação estatística faz-se sempre a uma amostra?
 Mónica: Sim (...)
 Investigadora: Porque é que não vai colocar um questionário a toda a gente?
 Mónica: É quase impossível! Quer dizer, não é impossível.
 Investigadora: Qual é que é o impedimento?
 Mónica: Nenhum.
 Investigadora: Podia fazer a toda a gente?
 Mónica: Não.
 Investigadora: Porquê?
 Mónica: Porque tinha de andar de país em país. É quase impossível. (EIM)

Considera ainda que para escolher a amostra tem de “ir a uma escola, a uma turma e escolher uma turma de adolescentes de uma escola” (EIM), por ser dispendioso e moroso de outra forma. Mais uma vez, esta perspetiva está provavelmente associada ao que o seu grupo fez na investigação estatística durante o 2.º ano da Licenciatura, onde aplicaram questionários a uma turma do 1.º ano. Considera que uma população é um grupo sempre demasiado grande, talvez por associar este conceito à população portuguesa ou mundial. Podemos ver isso quando Mónica afirma que “também há a Estatística da população (...) quando eles andam aí a fazer os censos” (EIM).

Mónica tem a perspetiva de que a investigação estatística requer “Fazer um questionário para depois aplicar”, como fez no passado, não considerando a possibilidade de utilizar outros métodos de recolha de dados (EIM). Apenas menciona o método de recolha da observação quando confrontada com a questão inicial “Será que os automobilistas param nos sinais stop do meu bairro?” (EFM). Ainda relativamente a essa questão, conclui que era impossível realizar esta investigação (EFM), talvez por se ter de definir um plano demasiado diferente do que está habituada, onde a utilização de questionários a uma amostra não é o mais adequado.

Assim, as perspetivas de Mónica sobre o planeamento parecem estar vinculadas ao que o seu grupo fez na investigação estatística durante a Licenciatura (escolher um tema, construir um questionário, usar uma amostra, escolhendo uma turma de alunos...). Apenas refere outro método de recolha de dados quando confrontada com uma investigação estatística que assim o exige e, mesmo assim, revela dificuldade em delinear um plano, talvez por ser tão diferente do que realizou no passado. Demonstra ainda alguma dificuldade com o conceito de amostra.

Fase 3: Dados. No trabalho que Mónica realizou na Licenciatura, a recolha de dados foi feita com um questionário. Depois disso, o seu grupo dividiu algum trabalho: “Dividimos em três e cada um foi colocando numa folha, na pergunta um tantas respostas, pergunta dois tantas respostas e fomos contabilizando tudo” (EFM). Assim a determinação das frequências absolutas em cada questão foi realizada diretamente a partir dos questionários e esses dados foram, posteriormente, introduzidos no Excel para tratamento. Em situações hipotéticas, Mónica refere ainda que em vez de se fazer logo uma tabela para recolha de dados, se podia colocar “0, 1, 2, 3, 4 e depois ia pondo um risquinho à frente” (EDM) ou “ter posto num gráfico logo por pontinhos, [onde] cada ponto significava um menino”. Assim, a formanda parece ter a ideia de que a fase de recolha de dados leva à necessidade de uma simultânea organização, que pode passar pela realização de uma tabela, de um esquema de contagem ou de um gráfico de pontos.

Fase 4: Análise. Na investigação que realizou, o grupo de Mónica apresenta uma tabela de frequências e um gráfico para cada questão do questionário. Durante a entrevista, a formanda também refere a importância de construir tanto uma tabela como um gráfico para cada variável a estudar, referindo que estas representações são muito diferentes: “Um é uma tabela e outro é um gráfico, não há nada semelhante” (EIM). Refere ainda que os gráficos são importantes “para tirar conclusões”, uma vez que defende que estes têm “melhor leitura” e os dados ficam mais organizados (EIM), e defende que se deve saber elaborar um gráfico a partir de uma tabela, pois “está no currículo, no programa” (EDM).

Na análise que realiza no relatório, o grupo de Mónica lê literalmente todos os dados das representações, referindo cada valor ou categoria e a frequência correspondente (G3PL). Por vezes, o grupo descreve cada uma das medidas estatísticas determinadas (sem uma interpretação do que realmente significam). O único conceito que é

interpretado face ao contexto em que está inserido é a moda. Na verdade, para a formanda, a análise de dados está muito associada à descrição de frequências, “Ver quem gosta de futebol... Fazer as contagens... De quem gosta, de quem pratica mais, e se praticam ou não praticam” (EIM). Para além disso, quando tem de analisar alguns dados sobre uma situação hipotética de uma investigação estatística sobre os lanches dos alunos, acaba por proceder à identificação da moda, mas também refere informação que não resulta dos dados que tem à sua frente. Assim, à pergunta, que conclusões pode tirar, responde:

A maioria das crianças bebia leite com chocolate e em seguida pão com manteiga. O leite simples e o iogurte era o que era menos escolhido, menos consumido (...) Leite com chocolate faz mal aos dentes (...) Podia concluir que gostam muito de leite e de pão. (EFM)

Ou seja, Mónica refere algo que não pode concluir dos dados (“leite com chocolate faz mal aos dentes”), mas que é uma informação que sabe à partida sobre o tema. Além disso, generaliza a situação confundindo talvez o que os alunos levam para o lanche com o que gostam de comer.

A perspetiva de Mónica sobre a análise de dados consiste, essencialmente, na construção de tabelas de frequências, gráficos, na determinação de todas as medidas estatísticas possíveis e na leitura de todas essas representações, acabando por secundarizar a interpretação dos dados. Esta perspetiva torna-se evidente nas suas palavras em que percebemos uma tendência para seguir o processo questão-questionário-recolha de dados-tabela de frequências-gráfico, de acordo com a sua perspetiva de uma investigação estatística, mais como passos obrigatórios de um processo do que como um instrumento para dar resposta à questão inicial.

Fase 5: Conclusão. No trabalho da licenciatura, na secção de reflexão do relatório, o grupo de Mónica formulou conclusões sobre o tema, maioritariamente na forma de generalizações sobre os dados como “O desporto mais praticado é a natação” (G3PL). De modo semelhante, durante a entrevista, a formanda mostra tendência para generalizar resultados relativamente ao desporto favorito de uma turma de adolescentes, “a maioria daquela escola” (EIM). Mónica refere que sabe que o que se passa com uma turma, “não acontece o mesmo com as outras”, mas a única alternativa que sugere para poder generalizar é “fazemos as outras turmas também”

(EIM). Isto revela, mais uma vez, algumas dificuldades com o conceito de amostra, mais especificamente, a compreensão de como conclusões e inferências são obtidas a partir de amostras, aspecto importante no conhecimento de Estatística dos professores.

Contudo, o grupo de Mónica foi capaz de refletir sobre os resultados e apresentar outras questões que surgem a partir destes, como por exemplo “Os pais colocam os filhos em tantos desportos com a preocupação em relação à saúde ou simplesmente não têm tempo para estar com eles e assim os mantêm ocupados?” (G3PL). Assim, este grupo concluiu a investigação estatística com a possibilidade de gerar outras questões iniciais e outros ciclos investigativos. Na entrevista final, relativamente à situação hipotética de uma investigação sobre os lanches dos alunos, Mónica, ao concluir sobre os dados que tinha, também se mostra capaz de formular algumas questões que parece pertinente esclarecer face aos dados: “Se todos os dias era aquele lanche que eles levavam. Ou se iriam alternando, para não ser sempre o mesmo. O porquê daquele lanche. A mãe pode querer ou eles podem pedir (...) Quem é que escolheu?” (EFM). A formanda mostra que uma investigação estatística sobre o que as crianças levam para lanche pode gerar outras investigações.

6.2.2. ORGANIZAÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE DADOS

Classificação de variáveis. A classificação de variáveis é um tópico particularmente interessante no caso de Mónica, uma vez que em sala de aula surgiu uma diversidade de variáveis, de diferentes tipos. O modo como distingue as variáveis e o que pensa sobre cada uma é importante, pois pode influenciar posteriormente o modo como vê diferenças na sua organização ou tratamento. Uma das vezes que lhe foi pedida uma classificação de variáveis, afirma que “Há duas variáveis, não é? Há dependentes e independentes” (EFM), revelando alguma confusão entre os termos em Estatística e em Álgebra e Funções. Posteriormente, quando se discute a classificação de duas variáveis (uma quantitativa – número de irmãos – e outra qualitativa – cor dos olhos), Mónica parece fazer uma distinção tendo em conta o número de opções de resposta:

Investigadora: Qual é a diferença entre o número de irmãos e a cor dos olhos, por exemplo? Há alguma diferença entre essas duas?

Mónica: Cor dos olhos podemos ter 3 opções (...) Número de irmãos podemos ter 1, 2, 3, 4, 5, 6. Cor dos olhos eu acho que só temos 4. Depois há claros, escuros, intermédios. (EFM)

Quando ambas as variáveis em discussão têm várias opções, a formanda opta por fazer uma distinção pelo número de respostas possíveis, se o inquirido dá uma resposta ou se pode dar mais do que uma:

Investigadora: Desporto preferido?
 Mónica: Há vários, imensos desportos preferidos.
 Investigadora: E se for o número de irmãos?
 Mónica: Há um limite.
 Investigadora: Qual é que é a diferença entre essas duas variáveis?... Ambas têm várias opções de resposta...
 Mónica: Era o número de irmãos? (...) Então, posso ter 0, 1, 2, 3, 4 etc. (...) Desporto... Desporto posso praticar natação, karaté...
 Investigadora: Olhando para essas duas variáveis, quais são as diferenças?
 Mónica: Número de irmãos, posso ter ou não ter número de irmãos. Se eu tiver zero irmãos, não tenho irmãos. Aqui no desporto, até podem praticar mais do que um desporto.
 Investigadora: Essa é a única diferença que vê? Sim?... E em termos de respostas, são do mesmo tipo?
 Mónica: Isto são números e isto são letras (...) Ah, qualitativas e quantitativas. Umas são de quantidade e outras são de qualidade. (EAM)

Neste último excerto, podemos observar que, com algum questionamento e mudando o foco da formanda para o tipo de resposta, esta acaba por fazer uma distinção adequada. Relativamente à distinção entre variáveis quantitativas discretas e variáveis quantitativas contínuas, a formanda parece diferenciar tendo em conta o tipo de números que se obtêm como resposta (se são inteiros ou não):

Investigadora: Então entre o número de irmãos e o peso, existe alguma diferença?
 Mónica: Não, o peso varia (...) Peso tem quilos e gramas, tem vírgulas.
 Investigadora: E o número de irmãos, não?
 Mónica: Não, não se pode ter um irmão e meio. (EFM)

Observamos então uma tendência em Mónica para distinguir as variáveis qualitativas e quantitativas segundo o número de valores ou modalidades diferentes, posteriormente o número de opções que um inquirido pode responder e, consequência

da mudança de foco, segundo o tipo de resposta. Em relação à distinção entre quantitativas discretas e contínuas, a distinção baseia-se no tipo de números obtidos.

Tabelas de frequências. Na questão 1.1 do questionário, Mónica não revelou dificuldades na construção da tabela de frequências (figura 73). Percebe-se que numa primeira linha coloca os valores da variável (que denomina por x) e que, noutra linha, coloca a frequência absoluta (que denomina por freq).

x	7	8	10	11	12	13	14	18	20
freq	3	2	3	4	2	5	3	1	3

Figura 73. Resposta de Mónica à questão 1.1 (QM1.1).

Na aula que conduziu, também não mostrou dificuldades de construção de tabelas de frequências, colocando sempre uma linha para os diferentes valores ou modalidades da variável e uma linha para a frequência absoluta (figura 74). No entanto, durante a construção, a designação que deu à segunda linha, com a contribuição de alguns alunos, revelou que Mónica pode ter algum mal-entendido sobre o que representa.

Número de irmãos	0	1	2
Total de irmãos da turma	8	7	4

Figura 74. Tabela elaborada por Mónica, no computador, durante a aula (AM).

Quando os alunos estavam a construir gráficos, Mónica colocou todas as tabelas no quadro, resolvendo, nesse momento, deixar em banco a designação da segunda linha (figura 75).

① No de irmãos	0	1	2
	8	7	4

Figura 75. Tabela elaborada por Mónica, no quadro, durante a aula (AM).

Sobre o que representam os números da primeira linha, os valores da variável, Mónica refere que “Quem tem zero irmãos, quem tem um irmão...” (EDM), mostrando perceber que esses valores representam as várias possibilidades de resposta da variável. No que se refere à segunda linha, que designou de “total de irmãos da turma” (AM), foi discutido em entrevista o que entendia a respeito destes valores:

- Investigadora: Perguntou quantos meninos têm zero irmãos? Eles responderam oito.
Mónica: Oito meninos não têm irmãos, sim!
Investigadora: O que é que é isto [apontando para a primeira célula da segunda linha]? Total de irmãos da turma?
Mónica: Não era bem isso que deveria estar aí.
Investigadora: Isso significa o quê?
Mónica: O total de irmãos deveria ser o total de... Isso não era o total... Era a quantidade de irmãos, não...
Investigadora: O que é que é este oito?
Mónica: É meninos que não têm irmãos (...) São os alunos da turma.
Investigadora: Então o que é que colocava ali [na primeira célula da segunda linha]?
Mónica: Alunos da turma (...) Quantos alunos não têm irmãos? São oito alunos.
Investigadora: Então, isto aqui é o quê? O que é que temos de chamar a este oito?
Mónica: Alunos da turma com irmãos ou sem irmãos (...) Quantidade de alunos. (EDM)

Observamos que Mónica compreende o que significa cada um dos valores, sendo que a maior dificuldade parece estar na designação daquela linha. No entanto, a formanda parece fazer alguma confusão entre o número de alunos e o número de irmãos, ou seja, entre a variável e a frequência absoluta.

Ainda no decorrer da aula, Mónica discute com os alunos quanto será o total da segunda linha, incentivando-os a explicar o significado desse valor, assim como do número de alunos com irmãos:

Mónica: Aqui em cima no total de irmãos, se somarmos dá quanto? Dá 19?
 (...) Então porque é que deu 19?

Aluno: Porque todos responderam.

Mónica: Todos responderam, sim! Mas nem todos têm irmãos, porque é que deu 19?

Aluno: Porque nós juntámos os que tinham irmãos.

Mónica: Mas dá 19?

Aluno: Não! Dá 15!

Aluno: Dá 19!

Aluno: Só podemos somar sete e quatro.

Mónica: Então sete mais quatro é quanto?

Aluno: 11!

Mónica: 11! Numa turma com 19 alunos há 11 irmãos, porquê?

Aluno: Oito têm zero.

Mónica: Oito meninos não têm...

Aluno: ... Irmão!

Mónica: ... Irmãos! As respostas são 19. Tivemos 19 respostas. Porque vocês são 19 alunos. Mas só 11 alunos da turma é que têm irmãos! (AM)

Por este diálogo com os alunos, podemos perceber que Mónica parecia não estar de acordo com o total da segunda linha ser 19, porventura por lhe fazer confusão a contagem dos alunos que tinham zero irmãos. Isso deixa transparecer, novamente, alguma confusão entre o total de alunos e o total de irmãos. Sobre este diálogo, Mónica, durante a entrevista, refere que se enganou nas perguntas que colocou aos alunos:

Mónica: Por acaso dava 19 [o total de irmãos].

Investigadora: Quantos irmãos é que há, na turma?

Mónica: Então sete... 11 [adicionado 7 com 4].

Investigadora: Porquê?

Mónica: Porque quem não tem irmãos não conta!

Investigadora: Então estes têm todos um irmão, não é? Sete irmãos! E aqui?

Mónica: Ah, espere lá, oito [multiplicando 4 por 2], são 15 [adicionando 8 com 7].

Investigadora: O que estava a querer que eles dissessem [quando perguntou porque é que dá 19]?

Mónica: Não sei! Mas não era bem assim que eu queria perguntar de certeza absoluta. Eu queria perguntar quantos meninos tinham respondido à questão. Depois acho que me baralhei ali com qualquer coisa (...) Há 11 meninos com irmãos. Era isso que eu queria perguntar. (EDM)

Neste excerto, Mónica também revela confundir o número de alunos (que responderam à questão) com o número total de irmãos. Decide, primeiramente, que o

total de irmãos é 11, contabilizando todos os alunos com irmãos (e, por isso, subtraindo do total dos 19 alunos, os oito que não tinham irmãos), mas com uma análise mais pormenorizada, percebe que o total de irmãos é 15 e que 11 é o número total de alunos que têm algum irmão.

Observamos assim que Mónica não mostra dificuldade na construção de tabelas de frequências, mas provavelmente por se tratarem de variáveis quantitativas, e, conseqüentemente, apenas se apresentarem valores numéricos, parece confundir o que representa a variável e a frequência absoluta.

Construção de representações gráficas. A formanda revela conhecer, em diferentes situações, quatro tipos de gráficos: de barras, de pontos, circular e pictograma. Em relação à adequação de cada tipo de gráfico a cada tipo de variável, afirma que há alguns gráficos mais adequados que outros:

- Investigadora: Que tipo de gráficos é que conhece?
 Mónica: Gráfico de barras, de pontos, gráfico circular (...) Não me recordo mas acho que há mais.
 Investigadora: Acha que há alguns gráficos mais adequados para alguns tipos de variáveis ou para qualquer tipo de variável podemos fazer qualquer um desses?
 Mónica: Não, há uns mais adequados que outros.
 Investigadora: Por exemplo para o número de irmãos, qual o gráfico mais adequado?
 Mónica: Para o número de irmãos acho que qualquer um.
 Investigadora: E o peso?
 Mónica: Barras (...) Ou de pontos (...) Por exemplo, se for 10kg e meio, dá para pôr 10, depois 10 e meio, fazer mais risquinhos.
 Investigadora: Para a cor dos olhos?
 Mónica: Pode ser um circular (...) Pode ser qualquer um mas o mais adequado é o circular ou de barras (...) Porque só há uma determinada cor.
 Investigadora: Para o meio de transporte favorito e porquê?
 Mónica: O de pontos, por causa das vírgulas.
 Investigadora: Para o meio de transporte?
 Mónica: Para a distância! (...) Para o meio de transporte ou barras ou de círculos (...) Pontos também, mas os outros acho que são melhores (...) Porque é carro. Ou então uma fatia para cada meio de transporte. Há poucos [meios de transporte]. (EFM)

Observamos que Mónica parece associar os gráficos de barras e circulares a variáveis qualitativas e os gráficos de pontos a variáveis quantitativas contínuas, por considerar que nestes dá mais jeito trabalhar com números decimais. Para variáveis quantitativas discretas, qualquer gráfico parece ser adequado, na sua opinião. Esta perspetiva

confirma-se quando desenha o que considera “um gráfico de pontinhos, pontos” (EIM) para a variável classificação de uma turma de alunos (figura 76), por achar que este tipo de gráfico “Era o melhor esteticamente e mais perceptível (...) Mais fácil leitura” (EIM). Provavelmente classificou esta variável como quantitativa, daí ter considerado que o gráfico de pontos era o mais adequado. A formanda refere mesmo que um gráfico de barras “ficava mal (...) esteticamente. Não era bonito.” (EIM) e um pictograma, neste caso, também não era opção “Porque uma imagem normalmente... Uma imagem é relacionada a dois pontos... E isto eram as notas dos alunos. Ficava mal cortar um aluno ao meio” (EIM).

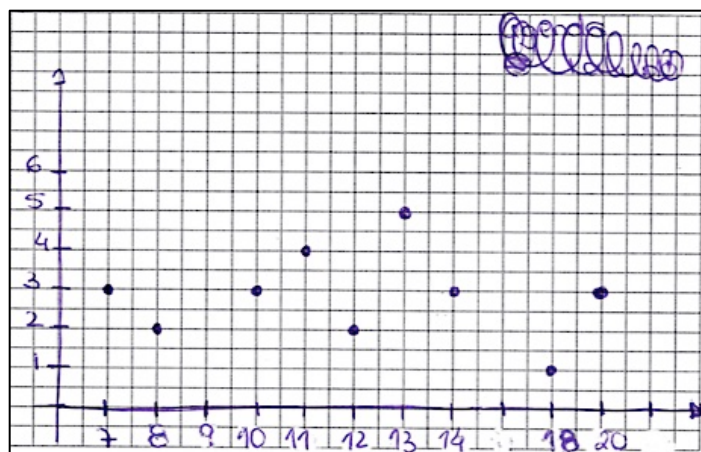


Figura 76. Resposta de Mónica à questão 1.2 (QM1.2).

O facto de na representação gráfica que elaborou, não considerar um ponto por menino pode estar ligado à forma de construção de um gráfico de barras, em que se constrói uma só barra para cada valor da variável ou a alguma confusão com um diagrama de dispersão. Quando, em entrevista, discutimos o gráfico que tinha realizado, acaba por identificar apropriadamente os eixos, não sentindo necessidade de corrigir a falta de alguns valores do eixo horizontal, provavelmente por estes valores não surgirem nos dados:

Não [está completo], falta o x e o y (...) É o eixo do x [apontando para o eixo vertical] e o y [apontando para o eixo horizontal]. Não, x [eixo horizontal] e y [eixo vertical] (...) Notas, notas obtidas [eixo horizontal]. Número de alunos [eixo vertical]. (EIM)

Em relação a outra situação de sala de aula, Mónica parece continuar a dar importância à apresentação correta da informação dos eixos, mas acaba, mais uma vez, por revelar alguma confusão entre o número de alunos e o número de irmãos, tal como tinha acontecido na construção das tabelas:

- Mónica: Aqui [no eixo vertical do gráfico] vamos pôr o quê? Para o primeiro, o que é que vamos representar aqui?
- Aluno: Os números.
- Mónica: Os números de quê?
- Aluno: O um, dois, três, quatro... Seis, sete, oito...
- Mónica: E isso é o quê? Vamos pôr o um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito... E o que é isto? Do um ao oito, é o quê?
- Alunos: É um número.
- Mónica: Números de quê?
- Aluno: De irmãos.
- Aluno: Não, é o número de alunos que têm irmãos...
- Mónica: É o total de alunos da turma e aqui vamos pôr zero, um, dois, três. O que é isto?
- Aluno: É o número de irmãos.
- Mónica: É o número de irmãos. (AM)

Em entrevista, Mónica continua a considerar os valores da variável número de irmãos, como sendo “os alunos da turma que têm irmãos” (EDM). Em relação à informação que poderia estar num título do gráfico, a formanda refere que “Seriam os irmãos da turma (...) Ou quantos irmãos tem a turma?”, revelando novamente alguma confusão sobre o que seria a variável em estudo.

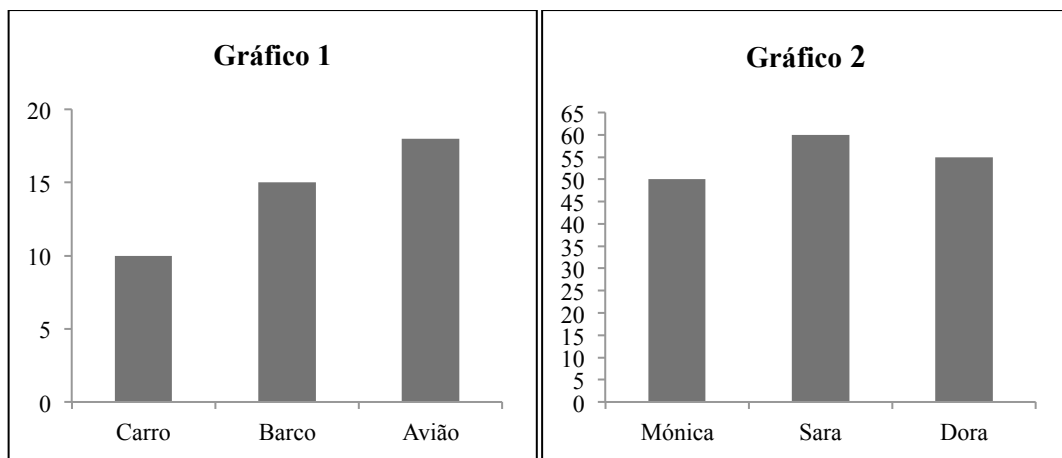


Figura 77. Gráficos apresentados a Mónica durante a entrevista final (EFM).

De maneira a discutir se Mónica distingue um gráfico de barras de um gráfico com barras, foram apresentados exemplos de cada um (um para os meios de transporte de 43 alunos, gráfico 1, e outro para os pesos de três meninas, gráfico 2) (figura 77). Numa discussão sobre as diferenças entre os dois gráficos, Mónica apercebe-se que o eixo onde se encontra a variável não é o mesmo nos dois casos, não conseguindo, no entanto, compreender e justificar se há algum gráfico que não seja de barras:

- Investigadora: Vê algumas diferenças entre estes dois tipos de gráfico? Que tipo de gráfico é este [gráfico 1]?
- Mónica: Este é de barras, não? (...) [O gráfico 2] também (...) A olho visto não [há diferenças]. Falta a identificação dos eixos (...) Meios de transporte para ali [eixo horizontal do gráfico 1] e quantidade para ali [eixo vertical do gráfico 1] (...) Peso [eixo vertical do gráfico 2] e nome [eixo horizontal do gráfico 2].
- Investigadora: Aqui [no gráfico 1] qual é a variável que eu estou a estudar?
- Mónica: (...) O transporte favorito.
- Investigadora: E esse está em que eixo?
- Mónica: No *x*.
- Investigadora: E no *y* está?
- Mónica: A quantidade de alunos?
- Investigadora: E aqui [no gráfico 2] o que é que eu estou a estudar?
- Mónica: O peso.
- Investigadora: Que está em que eixo?
- Mónica: No *y*. Já está tudo ao contrário.
- Investigadora: E no *x*, está o quê?
- Mónica: Os nomes das crianças, da pessoa em questão.
- Investigadora: Acha que é indiferente fazer assim [gráfico 1] ou assim [gráfico 2]?
- Mónica: Não deve ser, mas também não lhe sei explicar porquê (...) Há-de haver uma diferença e há-de haver um que está mal. (EFM)

Percebemos que Mónica dá alguma ênfase à identificação apropriada dos eixos, sendo algo que deteta imediatamente. Possivelmente devido às questões que foram colocadas na entrevista, com num eixo horizontal estão colocadas as frequências e noutro os valores da variável, fica com a perspetiva de que algum dos gráficos deve estar mal construído.

No que respeita a construção de um pictograma e à particularidade da legenda deste, Mónica refere que cada símbolo “pode ser [associado] a mais [do que um aluno]. Uma, duas, três [pessoas]...” (EIM). Numa construção de um pictograma que fez no quadro em sala de aula, para a variável número de irmãos, coloca o símbolo de um

smile a representar diferentes coisas durante o processo de construção (figura 78), chegando à representação final da figura 79.

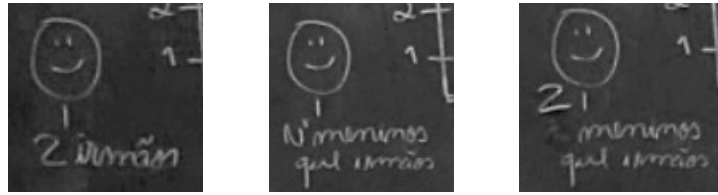


Figura 78. Diferentes legendas apresentadas por Mónica durante a construção do pictograma (AM).

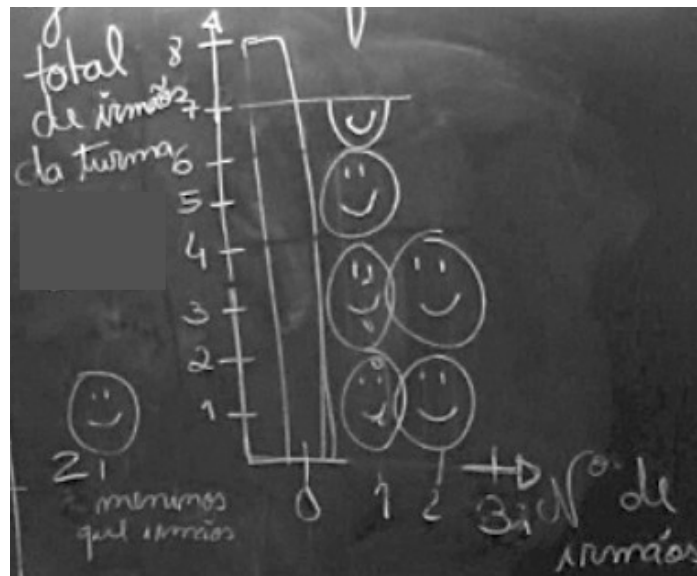


Figura 79. Parte de um pictograma realizado por Mónica (AM).

Esta última representação é depois discutida numa entrevista, onde Mónica revela alguma insegurança sobre o que representa cada símbolo:

Investigadora: Cada *smile* é o quê?

Mónica: São dois irmãos.

Investigadora: Aqui [na coluna dos 2 irmãos] são dois irmãos?

Mónica: Eu já estava toda baralhada... Quatro irmãos... É isso!

Investigadora: Então e aqui [na coluna dos zero irmãos], tinha de fazer quatro *smiles* até ao oito (...) Então seriam oito irmãos?

Mónica: Não. Oito meninos... Ai! Sei lá. É para aí qualquer coisa... Não! São os meninos que têm irmãos...

Investigadora: São dois irmãos?

Mónica: Dois meninos têm dois irmãos. Um *smile* representa dois meninos da turma. (EDM)

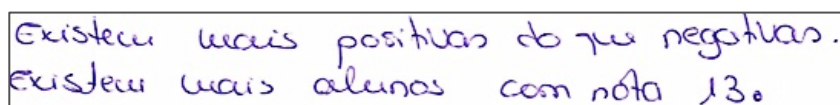
Com este episódio, observamos que Mónica parece lidar bem com a divisão de um símbolo para obter a frequência absoluta desejada ($7 = 1 \text{ smile} + 1 \text{ smile} + 1 \text{ smile} + 1/2 \text{ smile}$), mas parece confusa sobre o que significa cada símbolo, especialmente durante a construção do pictograma, considerando que um *smile* seriam dois irmãos em vez de serem dois meninos.

Em relação ao diagrama de caule e folhas, apresentado numa questão do questionário (questão 3), Mónica revela compreender a sua construção, depois de analisar cuidadosamente cada valor apresentado:

Esse [apontando para a folha do primeiro 3] é o primeiro aluno, um aluno que saiu 3 vezes do país (...) [Este, apontando para a folha do segundo 3] também saiu 3 (...) [Este, apontando para a folha 5 seguinte] 5 (...) [Este, apontando para a folha que representava 10] não saiu (...) [Este, apontando para a folha que representava 20] não saiu (...) Espere... 10 [apontando para a folha que representava 10], 12 [apontando para a folha que representava 12]... (EIM)

Concluimos que Mónica não revela dificuldades na construção das diferentes representações gráficas. Revela também dar alguma ênfase à identificação correta dos eixos, mas especialmente no caso da variável analisada na aula que planeou (número de irmãos), parece confundir em diversas situações o que significam os valores da variável com os da frequência absoluta.

Análise de representações de dados. Relativamente aos níveis de interpretação de representações gráficas, encontramos interpretações de Mónica nos três níveis definidos por Curcio (1987): ler os dados, ler entre os dados e ler para além dos dados. Em relação ao primeiro nível, ler os dados, Mónica ao interpretar o gráfico apresentado na figura 76, construído por si, refere informação explícita no gráfico como o facto de existir um maior número de alunos com nota 13 (figura 80) ou que “Há alunos que tiveram 20. Nenhum aluno teve de 15 a 17” (EIM).



Existem mais positivos do que negativos.
Existem mais alunos com nota 13.

Figura 80. Resposta de Mónica à questão 1.3 (QM1.3).

Englobada no segundo nível, ler entre os dados, está outra parte da resposta de Mónica, quando compara o número total de positivas com o número total de negativas, combinando assim diversos valores existentes na representação. Na questão 3, onde é apresentado um diagrama de caule e folhas, Mónica também responde corretamente às duas primeiras questões, que exigiam o nível ler entre os dados. Na questão que pedia o número de alunos da turma, a formanda responde 26 (figura 81), “Porque contando isto tudo [as folhas] dá 26” (EIM), o que revela que juntou várias informações do gráfico para dar resposta.

De igual modo, na questão seguinte, onde tinha de decidir quantos alunos teriam saído menos de 15 vezes do país, Mónica responde 10 (figura 82), que implicava a contagem de todas as folhas que representavam os alunos que tinham saído até 15 vezes.

Figura 81. Resposta de Mónica à questão 3.1 (QM3.1).

Figura 82. Resposta de Mónica à questão 3.2 (QM3.2).

Figura 83. Resposta de Mónica à questão 3.3 (QM3.3).

O último nível de ler para além dos dados só foi observado numa questão do questionário que assim o exigia. Mónica considera que 23 (figura 83) é o número de vezes que um aluno típico da turma saiu do país. Esta última resposta de Mónica parece revelar que a formanda associa o conceito de típico ao conceito de moda, embora, quando se discute esta situação, revele alguma confusão entre o conceito de moda e de média:

Quantos alunos é que tinham saído as mesmas vezes do país (...) Haviam 3 alunos a sair 23 vezes (...) É a média. Não? (...) Não é muito na média. 23 vezes é muita vez (...) Fui ver quantos alunos tinham saído as mesmas vezes. (EIM)

Concluimos que Mónica efetua interpretações das representações que englobam os três níveis de Curcio (1987), mas o último nível apenas é referido quando é confrontada com uma questão que o exige.

6.2.3. MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Moda. Mónica parece não ter grandes dificuldades em determinar a moda de diversas variáveis. Relativamente a uma variável “Quantos desportos praticam fora da escola?” (figura 84), a formanda responde, segura, que “A moda é praticarem dois desportos” (EIM), sendo o setor do valor dois o de maior frequência (45%).

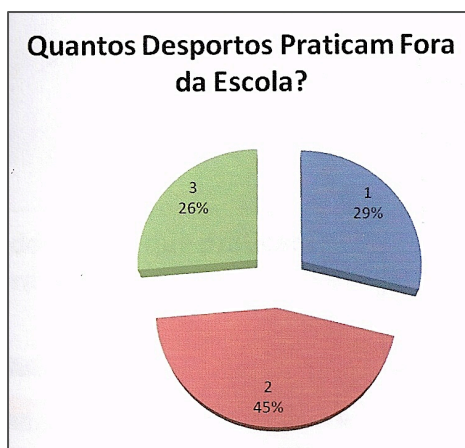


Figura 84. Gráfico elaborado no relatório do grupo de Mónica (G3PL, p. 17).

Numa outra situação hipotética, quando Mónica discute o que é o conceito de moda, dá o exemplo da variável “meio de transporte utilizado” e, apesar de parecer ter dificuldades em se expressar, não revela dificuldades em compreender o conceito: “É o que está na moda.... O que tiver... (...) É quem for, por exemplo, mais de carro. Ou o que houver maior quantidade de alunos a ir de carro (...) [A moda é] o carro” (EAM). Assim, a formanda prevê que se existirem mais alunos a utilizar esse meio de transporte, a moda será o carro. Num outro caso com outra variável qualitativa, “animal favorito”, apresentado na questão 8, a formanda, mais uma vez, identifica adequadamente a moda, associando a moda do animal favorito ao “animal mais escolhido” (figura 85).

O aluno está correto... A moda é cão, uma vez que é o animal mais escolhido.

Figura 85. Resposta de Mónica à questão 8.2 (QM8.2).

No caso da variável quantitativa “número de irmãos” que foi discutida na aula que Mónica conduziu, revela alguma insegurança. No extrato seguinte, que apresenta o questionamento que a formanda faz aos alunos em sala de aula, parece que considera que a moda tanto pode ser o valor da variável (igual a zero irmãos), como a frequência absoluta deste valor (oito). No entanto, este mal-entendido pode apenas estar associado ao facto de a formanda querer que os alunos notem que a moda é ter zero irmãos, uma vez que a sua frequência, oito, é maior do que as outras. Assim, para incentivar os alunos a argumentar, não usa a linguagem mais correta:

Porquê? O que é que está na moda? Porque é que está na moda zero irmãos? (...) Porque é que não é o dois que está na moda? (...) Porque é que o oito está na moda e o quatro não? (...) [Um] maior número de meninos tem zero irmãos. (AM)

Quando esta situação foi discutida em entrevista, Mónica revela confiança a afirmar que a moda será mesmo não ter irmãos: “Tem mais votos, sim (...) Está na moda não ter irmãos (...) Está na moda o zero!” (EDM). Assim, a identificação da moda de variáveis qualitativas parece não deixar dúvidas para a formanda, sendo que a única hesitação, ou melhor, a única altura em que não se conseguiu expressar da melhor maneira, foi no caso de uma variável quantitativa discreta, quando discutia o facto de a frequência absoluta do valor da moda ser o maior valor observado.

Quanto à aplicação do conceito de moda, num problema sobre as idades dos sete filhos do Sr. João (questão 7), Mónica admite que o resolve “por tentativas” (figura 86), mas que sabendo que a moda era de oito, pensou logo que “Tem de haver mais de um filho com oito [anos]” e, por isso, “Meti dois [filhos]” (EIM). Portanto, a formanda parece compreender que se um determinado valor é a moda, terá que se repetir um maior número de vezes, em comparação com os outros.



Figura 86. Resposta de Mónica à questão 7.4 (QM7.4).

Quanto aos significados que atribui a este conceito, podemos enquadrar as respostas de Mónica segundo três categorias. Alguns significados de moda que refere, associam esse conceito a algo que acontece à maioria dos alunos. Exemplo disso é a afirmação

“A maioria dos alunos pratica só dois desportos fora da escola” (EFM), relativamente ao significado da moda no caso da figura 84. Outra categoria é o caso em que associa a moda a algo que acontece a um maior número de alunos “Há mais alunos com animal de estimação que seja um cão” (EIM). Numa terceira categoria, relativamente ao exemplo dos filhos do Sr. João (da moda das idades ser de oito), utiliza o termo “maior” mas no contexto dos dados para se expressar (figura 87).

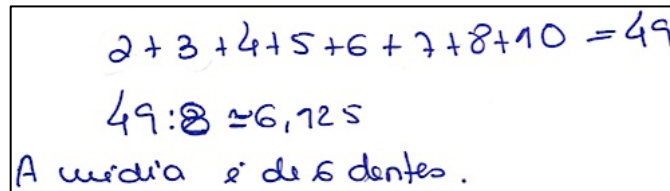
Existe um maior nº de filhos com 8 anos.

Figura 87. Resposta de Mónica à questão 7.1 (QM7.1).

Média. No cálculo da média, através de representações de alunos (questão 6), Mónica comete o erro de não contabilizar o número de dentes, quando repetido, provavelmente por uma falha na compreensão das representações dos alunos e não tanto pela não compreensão do procedimento de determinação da média (figura 88). Assim, no cálculo que realiza só considera oito alunos. Mais tarde, a analisar a sua resolução afirma que “Por oito? E há mais... [começando a contar o número de alunos, tendo em consideração a representação do aluno 1]” (EIM).

Percebemos assim que Mónica deteta facilmente o erro que tinha cometido, criticando o número total de alunos que tinha considerado. Quando questionada sobre qual será então a média neste caso, começa por confundir este conceito com o de moda:

A média seria oito (...) Porque há um maior número de alunos a perder oito dentes. (...) Sim [essa é a média]. Não é nada do que eu escrevi (...) Não... Seis dentes (...) [Faz de novo o cálculo, colocando 2x2] Houve dois alunos a perder dois dentes (...) [Adiciona 3x3] Não... Espera... Isto é dois mais dois e três mais três. Não é? (...) Então, é a média de dentes perdidos, dois alunos perderam dois dentes cada um, três alunos três dentes... (...) Dois! Ah, vi mal... Um, dois, três... [contando o número de dentes da terceira coluna da representação do aluno 2]. [Faz a soma total dos dentes e obtém 130]. [130] é o número de dentes perdidos dos alunos todos. [Faz a divisão por 21 e obtém 6,19]. [Faz uma cara de confusa]. [Queria que me tivesse dado] oito. Ai não... [Volta a contar o número de dentes da moda na representação do aluno 2]. Pois, queria que tivesse dado oito (...) Não, fiz mal foi... [aponta para o cálculo do algoritmo] a média de alunos... Isto não... (...) Seis dentes?!? Pronto, é seis dentes (...) Não, não sei (...) [Este oito] é a moda? (EIM)



$$2+3+4+5+6+7+8+10=49$$

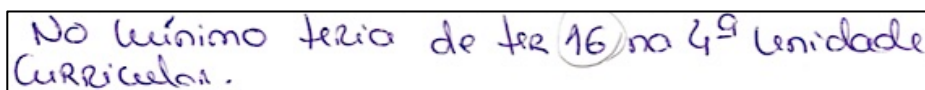
$$49:8 \approx 6,125$$

A unidade é de 6 dentes.

Figura 88. Resposta de Mónica à questão 6.3 (QM6.3).

Assim, a formanda tem uma primeira reação de confundir a média com a moda, mas quando resolve aplicar o algoritmo para confirmar ou contestar esse resultado, salvo demora na compreensão da representação dos alunos, faz todo o cálculo corretamente chegando à resposta 6,19 diferente da esperada (oito). Mónica mostra, nessa altura, não saber em que valor confiar, tendo posteriormente decidido confiar no algoritmo que tinha realizado e que, possivelmente, o outro valor seria a moda. Podemos observar que a formanda revela compreensão processual do conceito de média, e que usa essa compreensão para refutar a sua intuição sobre o valor a que chega através do valor da moda.

Numa outra situação em que tinha de estimar o valor da média, através da observação de um gráfico de barras, Mónica afirma que “Acho que sim [que a média é três anos] (...) É a maioria” (EFM), revelando que a sua primeira reação neste caso também foi confundir a média com a moda. Ainda numa outra situação de estimativa de média, novamente com um gráfico de barras, a formanda parece ter a noção de que a média e a moda estão relacionadas de alguma forma: “[A média] não tem de ser inferior à moda?” (EIM).



No mínimo teria de ter 16 na 4ª unidade Curricular.

Figura 89. Resposta de Mónica à questão 5 (QM5).

Mónica revela também compreensão processual deste conceito no problema das médias das idades dos sete filhos, onde mostra entender qual será a soma total de idades que pretende, qual a que já tem (aplicando os conceitos de moda, mediana e amplitude) e quanto fica a faltar relativamente aos filhos que ainda não sabe:

Eu fui fazendo aqui por exclusão de partes. Fui apagando (...) Oito mais oito mais dez mais 21 [escreve $8+8+10+21$]... 47 [acrescenta ao cálculo anterior $=47$]. [Faz a divisão $47 \div 4$ e obtém 11]. Isto a dividir por quatro dá 11 qualquer coisa (...) [47] é a idade destes quatro filhos (...) A média tem de ser 11. 11 vezes sete [faz a multiplicação 11×7 e obtém 77]. Aqui tem de dar 77, a soma dos filhos todos tem de dar 77 (...) Então... Se isto dá 47 [faz a subtração $77-47$], falta-me 30. Logo não pode haver mais nenhum 10, não pode haver mais nenhum 21. Aqui [no 3.º quadrado] tenho um filho com nove anos. Tem de ser 11 [escreve no 5.º quadrado] e 12 [escreve no 6.º quadrado]. Não. [A soma destes três valores] dá 32. Não era bem o que eu queria. [Faz a adição $16+19+23+21$ e obtém 79]. Dá 79. [Faz a divisão $79 \div 7$ e obtém 11, resto 2]. Tem de ser 30... Ai... E se eu tiver aqui oito [escreve no 3.º quadrado]. Posso ter aqui um filho com oito (...) 11 [escreve 11 nos 5º e 6º quadrados]. 22 mais oito, 30. Já [dá]. (EIM)

Observamos que Mónica revela-se capaz de determinar um conjunto de dados para expressar uma média inteira. Na questão 5, em que tinha de determinar a classificação final de uma quarta unidade curricular de modo a alterar a média já obtida com três unidades curriculares, revela tanto compreensão processual como concetual do conceito. Na resposta que dá no questionário (figura 89), apesar de correta, não conseguimos perceber o seu raciocínio.

Contudo, na discussão sobre esta questão, Mónica admite ter resolvido o problema por tentativas. O facto de, sabendo que a média das três unidades curriculares era de 15, ter dado o valor 15 a cada uma delas, mostra que possivelmente Mónica olha para a média como uma distribuição equitativa do conjunto, ou seja, assumindo que se todas as unidades curriculares tivessem a mesma classificação, esta seria de 15 valores. É com esta perspetiva que, posteriormente experimenta um valor para a quarta unidade curricular, e através da aplicação do procedimento de cálculo confirma a sua resposta:

Devo ter experimentado (...) Então... Valor de 15... Podia ter tido 15 a todas... Se eu tivesse 15 às outras três [escrevendo $15 \times 3 = 45$] e depois 16 [adiciona 16 e obtém a soma de 61, depois divide por 4 e obtém 16,5]. Então isto dava 16,5. Ai não. Dá 15,5 [corrige para 15,5]. Deu certo. Mas se eu experimentasse com o 17 também dava. (EIM)

Esta perspetiva de Mónica de considerar o valor médio como a distribuição equitativa do conjunto também está presente na discussão da sua resposta à questão 4.3 (figura

90). Neste problema, era necessário determinar o peso médio de 10 pessoas, sabendo que quatro mulheres têm uma média de 60kg e seis homens têm uma média de 80kg.

As mulheres teriam em média 55kg e a 59,4kg cada e os homens 75kg e 79,4kg.
 Por exemplo se se calcula-se as mulheres com peso de 55kg e os homens com peso de 75kg

$$\begin{array}{r} 55 \times 4 = 220 \\ 75 \times 6 = 450 \\ \hline 670 \end{array}$$

$670 : 10 = 67\text{kg}$
 A média seria de 67kg aproximadamente.

Figura 90. Resposta de Mónica à questão 4.3 (QM4.3).

Vemos, pela sua resolução que, apesar de considerar um peso médio para as mulheres de 55kg e um peso médio para os homens de 75kg, Mónica revela possuir uma compreensão concetual do conceito de média, aplicando a distribuição equitativa dos pesos e considerando cada pessoa com o mesmo peso. Durante a entrevista, deteta facilmente o seu erro, corrigindo-o:

Não sei como é que eu fiz isto. Devo ter calculado um peso médio... Pois, calculei o peso médio para as 10 pessoas, de 67kg (...) As mulheres teriam... Se a média das mulheres é 60 kg, não sei porque é que eu escrevi 55. Podia ser 60×4 (...) É a média... (...) É a média das quatro mulheres (...) Não. Já sei. Multipliquei por quatro porque eram quatro mulheres. (EIM)

Com a tarefa anterior, demonstra também compreensão processual, uma vez que depois de definidos os pesos para cada pessoa, facilmente faz os cálculos para chegar ao peso total das 10 pessoas e divide este valor pelo número total de pessoas.

De acordo com Leavy e O'Loughlin (2006), a compreensão concetual do conceito de média, também pode ser revelada pela perspetiva de nivelamento do conjunto de dados e de ponto de equilíbrio. Estas perspetivas podem ser encontradas nas respostas de Mónica, em três situações distintas. Sobre o problema anterior, do peso médio das pessoas (questão 4), a formanda foi questionada sobre o que significaria a média das mulheres ser de 60kg:

- Investigadora: O que é que significa a média dos pesos das mulheres ser de 60kg?
 Mónica: Então, as mulheres têm mais ou menos uma média de 60kg. Ou podem ter mais ou menos. Mas umas compensam as outras.
 Investigadora: Pode haver quem tenha 40kg?
 Mónica: Pode.
 Investigadora: E 100kg?
 Mónica: Isso já não é muito na média dos 60.
 Investigadora: Ou seja, não pode haver uma mulher com 100kg?
 Mónica: Pode, desde que hajam 3 ou 4 com 40kg para compensar a de 100. (EIM)

Na sua resposta, Mónica parece demonstrar que, para existirem mulheres muito mais pesadas do que a média, também terão de existir mulheres mais leves “para compensar”. A formanda parece assim compreender que a média funciona como um ponto de equilíbrio, em que valores mais baixos compensam a presença de valores mais altos. Esta perspetiva de ponto de equilíbrio e a perspetiva de nivelamento do conjunto de dados são aplicadas por Mónica quando esta tenta chegar ao cálculo da média do número de dentes da questão 6.3, sem utilização do algoritmo:

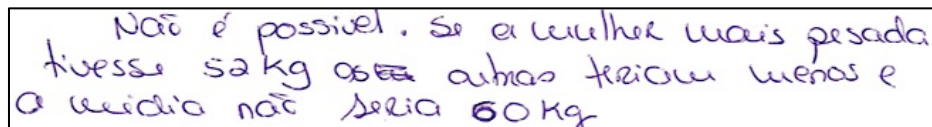
Sim, uns podem perder mais dentes que outros e compensam uns aos outros (...) [Olha para a representação do aluno 2] Estas duas crianças [com 10 dentes perdidos] perderam mais dentes que estes [com 2 dentes perdidos]. Se estes [com mais dentes perdidos] fossem passando [fazendo o gesto de levar os dentes em excesso do lado direito para o lado esquerdo da figura], ficava tudo igual (...) [Ficava tudo com] 6, aproximadamente. (EIM)

Observamos que Mónica começa por demonstrar que a média pode ser vista como um ponto de equilíbrio, onde os que perdem mais dentes compensam os que perdem menos. Posteriormente, utiliza a estratégia de nivelamento, recreando a passagem de alguns dentes dos alunos que perderam mais, para os alunos que perderam menos, de modo a ficarem todos os alunos com o mesmo número de dentes. Nesta situação, alterou mentalmente cada valor da variável, de modo a que todos os alunos ficassem com o mesmo valor. Esta estratégia, que nesta situação revela compreensão concetual da sua parte, é depois aplicada pela formanda noutras situações de modo menos crítico. Na análise do gráfico representado na figura 84, a formanda tenta aplicar a estratégia de nivelamento, desta vez de modo a que todos os setores tenham a mesma percentagem:

Uma média era... Neste caso seria assim... (...) Hum... 35... 35 não, 30. Percentagem de crianças (...) 35 não. 32,5%. (...) [Significa] que há pessoas a praticarem mais um que outro, mas compensam-se todos. (...) [O 35] é a média (...) É a percentagem de desportos praticada (...) Ah, o número médio [de desportos que se pratica]... Dois (...) Porque o dois pode dar um bocadinho para ali [setor verde] e um bocadinho para ali [setor azul], fica tudo dois... Fica tudo com a mesma percentagem. E há-de ser dois (...) Não, o desporto praticado há-de ser de dois. Por exemplo, este pode dar uns para ali e outros para ali [fazendo movimentos circulares no gráfico] e fica tudo dois (...) Sim [metia tudo com a mesma percentagem] (...) Porque dividindo isto em três fatias, ia dar média de dois. (EIM)

Neste episódio podemos observar que Mónica tentou generalizar o processo de nivelamento, mas desta vez de modo a que cada valor da variável ficasse com a mesma frequência. Esta situação pode estar relacionada com o facto de que, nesta situação, parece confundir os valores da variável com os valores da frequência, atribuindo ao valor da média uma estimativa da média das frequências.

Relativamente ao facto de o máximo poder ser superior à média, Mónica começa por afirmar no questionário que isso não se pode verificar (figura 91), pois a média nesse caso não poderia ser de 60kg.



Não é possível. Se a mulher mais pesada tivesse 52 kg as outras teriam menos e a média não seria 60 kg.

Figura 91. Resposta de Mónica à questão 4.2 (QM4.2).

Contudo, na entrevista, Mónica evidencia alguma confusão acerca desta resposta, uma vez que entende que a mulher mais pesada pode pesar 52kg, as outras podem ser mais leves, e mesmo assim a média daria 60kg. Podemos ver que parecem haver algumas falhas na compreensão do conceito, não sendo no entanto evidente se a nível processual, por achar que com a aplicação do procedimento de cálculo era possível o caso anterior dar 60kg, se a nível concetual, por achar que tendo todas as mulheres peso inferior ou igual a 52kg, o ponto de equilíbrio continua nos 60kg:

Investigadora: Concorda [com a resposta]?

Mónica: Não.

Investigadora: Com o que é que não concorda?

Mónica: Acho que era possível haver uma pessoa com 52 kg.

- Investigadora: Não é uma pessoa. É a mais pesada ter 52.
- Mónica: Sim. A mais pesada ter 52. Não, porque a média é 60. Não, não pode ser (...) Se calhar não pode (...) Se a média é 60... A mais pesada tem 52...
- Investigadora: Qual era o problema?
- Mónica: Não é nenhum. Depois aquilo a dividir... Podia, desde que as outras fosses mais magrinhas para a média ficar ali nos 60kg.
- Investigadora: A mais pesada pesa 52. As outras podiam pesar quanto?
- Mónica: Para aí uns 45... 50.
- Investigadora: Depois em média pesavam 60.
- Mónica: Sim.
- Investigadora: Pode acontecer?
- Mónica: Pode. (EIM)

Apesar de Mónica estar confusa no contexto dos pesos das mulheres, num contexto de idades, em que estas variam de sete a nove, não parece duvidar que a média terá de estar entre os valores dos extremos:

- Investigadora: A média pode ser 7,5?
- Mónica: Sim.
- Investigadora: Pode ser 10?
- Mónica: Não.
- Investigadora: Porquê?
- Mónica: Porque isto a dividir ia dar sempre menor que 10.
- Investigadora: Ia dar entre que valores?
- Mónica: Entre o sete e o oito, ou nove.
- Investigadora: A média tem de ser um valor entre o sete e o nove?
- Mónica: Sim. (EIM)

Neste último exemplo, tal como no caso da média do número de dentes perdidos, podemos observar que não faz confusão a Mónica a média não ser um número inteiro.

Concluimos assim que Mónica revela compreensão processual da média ao aplicar o procedimento de cálculo em diversas situações e ao utilizar esse método para confirmar ou contrastar as suas estimativas. Revela também compreensão concetual do conceito, quando utiliza a perspetiva de distribuição equitativa, de ponto de equilíbrio e de nivelamento do conjunto de dados. Nalgumas situações, provavelmente relacionadas com o contexto (peso de mulheres) ou com a representação utilizada (gráfico circular), demonstra algumas falhas de compreensão.

Mediana. Em relação ao conceito de mediana, discuto como Mónica lida com o conceito no caso de variáveis quantitativas (como a idade de sete irmãos) e no caso de

variáveis qualitativas (por exemplo, o animal favorito de uma turma). No primeiro caso, na questão que pedia que Mónica explicasse o significado de a mediana das idades de sete filhos ser de 10 anos, a formanda dá a resposta apresentada na figura 92.

O filho com 10 anos está no meio dos 7 filhos

Figura 92. Resposta de Mónica à questão 7.2 (QM7.2).

Tanto na resposta anterior como na afirmação que fez ao analisar essa resposta (“Sim, a mediana é o centro, não é?” (EIM)), Mónica parece interpretar a mediana como sendo o valor que fica no meio dos dados ou o centro dos dados, apesar de não considerar explicitamente a ordem dos dados. Contudo, quando aplica esse conceito no problema de determinação de todas as idades desses sete filhos (figura 86), considera a ordem do conjunto das idades, de modo a determinar o valor do meio para colocar o valor da mediana:

Então o 10 era a mediana [apontado para o quadrado do meio] (...) [A primeira coisa que fiz foi] pôr a mediana, que é o 10 (...) Desenhei os sete [desenhando os sete quadrados numa folha, conta até ao 4.º quadrado e escreve o valor 10]. Então aqui é a mediana. (EIM)

Apesar de não o referir explicitamente neste excerto, numa outra afirmação de Mónica, percebemos que esta considera importante a ordem em que os valores se encontram. Nessa situação chega mesmo a associar o conceito de mediana ao irmão do meio, ou seja, a aplicar este conceito no contexto dos dados:

É o que fica no meio (...) Neste caso dos irmãos. É o irmão do meio mesmo (...) Não, é as idades. É a idade do meio (...) Porque o 10... A mediana é o que está no meio, no centro (...) Porque é o irmão do meio, é do meio. É o que fica no meio dos mais novos e dos mais velhos. [Estão por ordem] crescente. (EIM)

O exemplo anterior mostra que Mónica parece possuir tanto compreensão do método de determinar a mediana, consistindo na colocação dos valores por ordem e identificação do valor central, como consegue atribuir significados à mediana

enquadrados no contexto dos dados. No entanto, na presença de uma variável qualitativa, mostra mais dificuldades, uma vez que tenta generalizar o que realizou para uma variável quantitativa. Na questão 8.2, quando analisa uma tabela de frequências sobre os animais favoritos de uma turma, dá a resposta representada na figura 93, considerando a mediana, nesta situação, como sendo a modalidade que fica no centro da tabela.

O meio da tabela de frequências, logo, é a mediana. O pato está no

Figura 93. Resposta de Mónica à questão 8.2 (QM8.2).

A resposta anterior parece ter sido obtida tendo em conta a ordem em que os nomes dos animais aparecem na tabela e, procurando, posteriormente, o nome central. Numa discussão sobre esta resposta, Mónica afirma que:

A mediana é pato. É o que está no meio. O pato ficou no meio (...) Se calhar não devia ser pato. Devia-se ter posto tudo por ordem crescente, não é? [Coloca as frequências absolutas por ordem 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 7, conta-as e descobre que o número que ficou no meio é o 2]. Era 2. E 2, qual 2, não 2? (...) [Risca a ordenação de frequências que tinha realizado]. Podíamos pôr é isto [os nomes dos animais] por ordem alfabética (...) Não, deve haver alguma regra. Não me lembro é qual. (EIM)

Numa primeira fase, Mónica parece concordar com a sua resposta anterior, mas depois, por provavelmente se lembrar do que tinha realizado no caso das idades dos sete filhos, opta por considerar importante a colocação das modalidades da variável por ordem. Depois de experimentar colocar as diferentes frequências por ordem e chegar ao valor dois, percebe que este procedimento não resultou num valor que lhe fizesse sentido. A outra alternativa que coloca seria colocar os nomes dos animais por ordem alfabética, admitindo no final não se lembrar como se realiza nestes casos. Observamos que Mónica revela um conhecimento mais processual deste conceito, principalmente quando confrontada com dados qualitativos.

6.3. CONHECIMENTO DE DIDÁTICA DA ESTATÍSTICA

Nesta secção, analiso o conhecimento de didática de Estatística de Mónica, primeiro examinando o conhecimento que possui sobre o ensino de investigações estatísticas (dando ênfase a cada uma das fases da investigação), e depois discutindo o conhecimento do aluno e do ensino no geral ou sobre outros conceitos estatísticos.

6.3.1. CONDUÇÃO DE INVESTIGAÇÕES ESTATÍSTICAS

Ensino e aprendizagem da fase I: Problema. Relativamente ao modo como realizou na aula esta fase com alunos, Mónica indicou a escolha do tema como sendo o seu grande problema: “A dificuldade [é com] o tema que lhes interesse” (EAM). Na sua opinião, os alunos “não têm interesse em nada” (EAM), o que a levou a ser ela a propor um problema para iniciar a investigação estatística:

Nós já nos conhecemos há algum tempo, não é? Mas a Mónica ainda não sabe muitas coisas sobre vocês. A Mónica queria saber mais características para depois podermos estudá-las. Quero saber características vossas. Vamos fazer um inquérito. Vamos não, vocês vão fazer um inquérito com perguntas que queriam que eu saiba sobre vocês, sobre características vossas (...) Coisas que eu ainda não conheça, nem consiga ver (...) O que é que vocês me querem dar a conhecer? (AM)

Observamos que a questão inicial de Mónica pretende levar os alunos a estudarem algumas das suas características, embora pareça não existir um propósito mais alargado do que a própria recolha dos dados. Assim, optou por introduziu esta investigação estatística com uma questão inicial simples, sem envolver os alunos na sua formulação. No entanto, reconhece que esse envolvimento é muito importante, referindo até que se for ela a colocar a questão inicial “estou a dar-lhes já um título de uma investigação. Para ter um propósito, tinham de ser eles a dizerem-me” (EAM). Por estas palavras, percebemos que acha importante que uma investigação estatística tenha um objetivo para os alunos, não devendo ser criada pela professora, mas sim por estes. Contudo, a formanda considera que esta fase da aula, mesmo tendo imposto a questão inicial, “correu bem” e que os alunos “estavam interessados no tema e... Deram muitas ideias” (EDM).

As sugestões que Mónica faz de outros temas que permitam a introdução de investigações estatísticas revelam que se preocupa em estabelecer ligações com os interesses dos alunos ou com outras áreas. Afirma que uma investigação inicial pode ser consequência de uma conversa informal entre alunos: “Podiam estar a conversar sobre a profissão que queriam ter. Dois alunos podiam estar a discutir as diferentes profissões que queriam seguir” (EIM). Uma investigação estatística podia também surgir como uma conexão entre a Estatística e outro tópico matemático: “Hoje, por exemplo, acho que tinha sido um bom dia para eu implementar (...) Eles tiveram a dar o metro, o centímetro, o decâmetro... Estiveram a dar as unidades de medida. E dois ou três mediram-se. Isso também podia” (EIM). Adicionalmente, a investigação podia ser também como ligação entre a Estatística e outra área como o Estudo do Meio, envolvendo temas como o tipo de animais, “Em termos de pré-escolar, podíamos estar a falar de animais terrestres e aéreos e perguntar depois a cada um qual o seu animal preferido” (EFM), ou os hábitos de alimentação saudável, “Eu tinha pensado sobre os lanches, mas isso implica muita coisa e a maior parte deles não traz lanche e depois pode gerar muita discussão” (EAM).

Esta investigação sobre os lanches foi a primeira ideia de Mónica para realizar em sala de aula com os seus alunos do 3.º ano. Por considerar que podia gerar alguma polémica, resolveu seguir outro caminho. Quando discutiu o que podia ter acontecido em sala de aula ao conduzir esta investigação refere:

Ia-lhes explicar o que é que eu iria fazer. Íamos fazer um trabalho de Estatística relacionado com os lanches que eles levavam para a escola e íamos ver o que é que cada um tinha levado para o lanche da manhã, por exemplo. (EFM)

Nesta situação hipotética, Mónica também opta por assumir o controlo desta fase, não colocando aos alunos diretamente uma questão, mas explicando-lhe o tema. Parece prever a mesma situação, quando discute o que fazer com alunos do 2.º ciclo relativamente a uma investigação sobre os animais favoritos (questão 8.1):

No 2.º ciclo, não. No 2.º ciclo estariam a dar Estatística e isto podia ser um trabalho que um aluno realizasse e perguntasse aos colegas o que é que eles gostavam mais (...) Podiam perguntar aos colegas qual era o animal que preferiam (...) Um [aluno] estaria a perguntar aos outros qual é o animal preferido para saberem. Qual é a maioria. (EFM).

Mónica revela alguma tendência para controlar esta fase, particularmente com alunos do 2.º ciclo. Admite, no entanto, a alternativa de “propor um trabalho de Estatística e para eles escolherem em maioria o tema” (EFM), onde parece existir uma tentativa de envolvimento dos alunos. Talvez pelo facto de, no caso deste nível de ensino, o professor estar apenas ligado à docência da Matemática, seja mais difícil para Mónica perspetivar investigações estatísticas ligadas a outras áreas do currículo.

Apesar de ter referido sempre o problema da investigação estatística como um tópico, em sala de aula Mónica apresenta uma questão inicial aos alunos “O que é que vocês me querem dar a conhecer?” No entanto, esta questão inicial não atinge o nível desafiante que Makar e Fielding-Wells (2011) mencionam como importante para motivar os alunos. A questão é formulada apenas pela formanda, em que o objetivo parece ser apenas promover uma recolha de dados. Apesar de a escolha de um tema ser algo que Mónica assume como uma dificuldade, verificamos que é capaz de gerar outras ideias para realizar investigações estatísticas com os alunos onde o tema pode surgir com maior naturalidade, principalmente nos primeiros níveis de ensino. Em sala de aula, sentiu necessidade de controlar a primeira fase da investigação, dirigindo os alunos sem os envolver diretamente na formulação da questão inicial.

Ensino e aprendizagem da fase 2: Plano. Durante a primeira fase da investigação estatística que conduziu em sala de aula, Mónica gerou o problema e deu, à partida, o plano de usar questionários, indicando o tipo de questões que os alunos podiam ou não usar. Apenas posteriormente deu alguma responsabilidade aos alunos na construção do questionário. A perspetiva de que os alunos devem estar envolvidos nas questões a colocar num questionário aparece noutras situações hipotéticas de sala de aula: “Depois entre todos escolheríamos as questões para realizar o questionário” (EFM), considerando que serem eles a criar as questões é muito importante. Contudo, parece manifestar algum receio ao atribuir essa responsabilidade aos alunos, referindo que “Eles são tão imprevisíveis que eu até tenho medo do que é que eles vão responder” (EAM). Para provavelmente controlar esse receio, criou uma lista com as 18 questões propostas pelos alunos e, só depois escolheu dessa lista três questões: “Quantos irmãos têm?”, “Qual a tua disciplina preferida?” e “Quais são os vossos tempos livres?” (EDM e AM). Quanto aos motivos que a levaram a escolher essas questões, Mónica afirma que:

Nas outras [moras numa casa ou numa vivenda] (...) Só tinham mesmo duas opções. Aqui [no número de irmãos] já tinham mais do que uma opção. Podia haver alunos com mais de 3 irmãos, podiam ter 4. Havia mais variedade de resultados. E nas disciplinas [preferidas] também (...) Escolhi [estas] duas questões com poucas [opções de resposta] (...) Sim, é assim, eu... Até quatro irmãos. Mesmo assim era muito, cinco filhos era muito, mas pelo menos até terem três irmãos. Acharia que teriam, agora mais do que isso... E a outra também [das disciplinas preferidas], na minha opinião para eles não iria ter muitas opções (...) Uma é quantitativa e (...) [outra] qualitativa (...) [A terceira questão, também qualitativa, foi escolhida] porque eles disseram “Ai esta também era boa.” E eu, pronto. Como é uma coisa que eles fazem, também os queria motivar para... Não ser só, disciplina, disciplina. Esta terceira vai ser mesmo para eles... Coisas que gostam de fazer, e que fazem, e que praticam. (EDM)

Esta reflexão de Mónica sugere que, na escolha das primeiras duas variáveis, teve em consideração o número de opções, que entendia deverem ser mais de duas, mas não em demasia. Optou também por escolher uma variável que fosse qualitativa e outra quantitativa. A terceira variável escolhida parece ter a intenção de entusiasmar os alunos, no sentido em que falariam de coisas que gostam de fazer. Assim, a sua decisão parece estar ligada ao número de opções e ao tipo de variáveis, sem ter em consideração o tipo de dados recolhidos e o seu potencial para gerarem boas discussões.

A escolha de Mónica não foi, no entanto, discutida com os alunos, que possivelmente não ficaram muito esclarecidos sobre o que constituía uma boa ou má questão de investigação. Na verdade, um aluno sugeriu a questão “Como se chama o teu pai e a tua mãe?” e Mónica apenas respondeu “Não”, sem uma explicação do porquê de não considerar a questão (AM). A formanda, posteriormente, argumentou a sua decisão mencionando que “Cada um tem um nome de um pai. Depois há aqueles que têm pai e padrasto e mãe. Ia-me sair ali mais mães e pais que...” (EDM), considerando que poderia ter sido problemático estudar essa questão.

No que respeita aos conceitos de amostra e população, nem Mónica nem os alunos discutiram esse assunto em sala de aula, uma vez que a questão inicial induzia que a investigação estatística fosse realizada com todos os alunos da turma. Contudo, numa situação hipotética, a formanda tomou a decisão de colocar uma turma a realizar o estudo sobre outra turma:

Depois se calhar iríamos a outra turma, doutros alunos da mesma escola, colocar esse questionário (...) Era mais engraçado eles irem colocarem em prática noutra turma. Eles fazerem o questionário e depois responderem ao questionário que tiveram a fazer, acho que não seria tão bom. (EFM)

Podemos observar que Mónica parece ter a ideia de que as investigações estatísticas se realizam sempre com uma turma de alunos, mesmo que não seja a própria turma a ser estudada. Nunca colocou a hipótese de fazer um estudo com outro tipo de amostra ou população, como por exemplo, um conjunto de objetos. Essa ligação entre o conceito de amostra e a ideia de uma turma poderá estar ligada à experiência que Mónica teve na investigação estatística que realizou em grupo, onde foram estudadas as práticas desportivas de uma turma.

Em sala de aula, a formanda controlou esta fase, considerando que foi uma fase que “correu bem” (EDM), não dando no entanto oportunidade aos alunos para fazerem propostas ou tomarem decisões metodológicas. Ainda assim, mostra saber tomar decisões metodológicas apropriadas para responder à questão inicial colocada. Mónica ainda tenta dar alguma responsabilidade aos seus alunos na construção das questões do questionário, embora sem clarificar com eles o que considera ser uma questão apropriada. A postura de controlo que adota nesta fase, potencialmente muito aberta e propícia a uma variedade de caminhos dos alunos, pode ter origem na sua insegurança e inexperiência em conduzir trabalho desta natureza na sala de aula.

Ensino e aprendizagem da fase 3: Dados. Na investigação estatística que conduziu em sala de aula, Mónica tomou a decisão de controlar esta fase. Depois de decidir que questões investigar, elaborou uma tabela para cada questão num documento que projetou para registar a recolha de dados. Contudo, não considerou estas tabelas como uma forma de organizar os dados (EDM). Reforçou, no entanto, a sua perspetiva sobre esta fase, mostrando sentir necessidade de proceder uma organização dos dados em simultâneo com a sua recolha. Numa situação hipotética de sala de aula, numa investigação sobre profissões, revela a mesma ideia que seguiu em sala de aula: “Cada um escolher a profissão que queria ser e vamos colocando numa tabela” (EIM).

Uma vez que parece não se sentir confortável com o que os alunos podem propor para a recolha de dados, tomou a decisão de assumir também nesta fase um controlo apertado e considerou ter sido a parte da aula que correu melhor. Assim, quando a investigadora lhe perguntou qual foi a parte da aula que ela achava que correu melhor,

respondeu: “Quando estávamos a colocar os dados todos por ordem nas tabelas (...) A recolha dos dados” (EDM).

Numa outra situação hipotética de sala de aula, numa investigação sobre os animais de estimação (questão 8.1), a formanda pareceu optar por uma recolha de dados mais flexível (figura 94), onde parece que apenas depois do registo de todos os dados no quadro se procede à sua organização em tabela.

Observamos que esta formanda assume também um forte controlo nesta fase que, de resto, aponta como o melhor momento da aula. Possivelmente devido à simplicidade da questão inicial e ao modo como conduziu o planeamento, não se retirou grande potencial dos dados para gerar problemas que os alunos precisassem de ultrapassar e para os fazer pensar sobre as questões subjacentes.

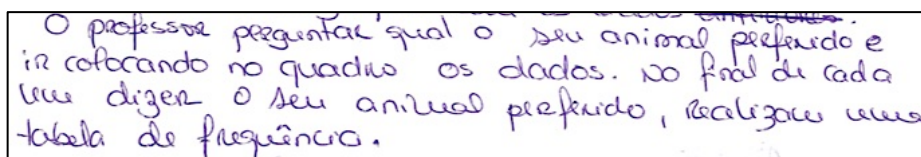


Figura 94. Resposta de Mónica à questão 8.1 (QM8.1).

Ensino e aprendizagem da fase 4: Análise. A perspetiva que Mónica tem da investigação estatística estar estritamente relacionada com a construção de representações estatísticas (tabela e gráfico), cálculo de medidas e posterior análise dos dados também se evidenciou em sala de aula. Depois de recolher os dados numa tabela, prosseguiu a investigação estatística com a elaboração de uma tabela de frequências e um gráfico para cada uma das variáveis em estudo. Os alunos pareceram ter dificuldade em perceber a utilidade da tabela de frequências, mesmo com algum questionamento da sua parte uma vez que já tinham os dados organizados em tabela:

- | | |
|---------|--|
| Mónica: | Como é que podemos organizar agora aqui os nossos resultados? Podemos fazer o quê? Para saber quantos meninos têm zero irmãos? E quantos têm um? |
| Aluno: | Somar (...) |
| Mónica: | Mas o que é que temos que fazer para nós olharmos e vermos logo quem é que tem zero? Quem é que tem um? |
| Aluno: | Vemos a tabela (...) |
| Mónica: | Nesta tabela? (...) |

- Vários alunos: Sim (...)
- Mónica: Sem contar. Olhem, quando vocês fizeram como vinham a pé, como é que vocês organizaram os dados para ser mais fácil de vocês verem quem é que... Quantos...
- Aluno: Fizemos um gráfico.
- Mónica: Antes do gráfico?
- Aluno: Uma tabela?
- Mónica: Uma tabela.
- Aluno: Então, já se tinha dito.
- Mónica: Mas não é esta [apontando para o documento]. A mim disseram-me que era esta.
- Aluno: Ah, pronto.
- Mónica: A mim disseram-me que era esta. É esta tabela?
- Vários alunos: Não.
- Mónica: Temos que fazer uma tabela. (AM)

Num momento posterior da investigação, Mónica decidiu questionar os alunos sobre a necessidade de construção da tabela de frequências e, não obtendo as respostas que esperava por parte dos alunos, acabou por explicar a razão. No seu entender, a construção da tabela de frequências parece permitir uma melhor leitura dos dados:

Para que é que servia essa tabela [de frequências]? (...) Para fazer uma... Fizemos a tabela para quê? Para uma melhor... Nós se olhássemos para a tabela o que é que nós víamos? (...) Vou-vos mostrar o que é que nós começámos a fazer (...) Olhávamos para aqui [para a tabela da recolha de dados] e percebíamos quantos alunos têm zero irmãos? (...) E aqui [na tabela de frequências]? Percebíamos logo à primeira? (...) Então para que é que fizemos a tabela? Para fazermos uma melhor... (...) Leitura ou observação dos... (...) Dados. (AM)

Mónica assume novamente um forte controlo nesta fase e é ela que constrói a tabela de frequências no quadro, solicitando contributos dos alunos em determinados momentos. Durante a entrevista, este é um dos aspetos que refere que podia ter modificado, dando “mais responsabilidades [aos alunos] (...) Serem eles a criarem as tabelas” (EFM), mas menciona que tal não aconteceu “para ser mais rápido. Se calhar estariam mais envolvidos se fossem eles a criar as tabelas (...) Mas ia demorar mais tempo” (EFM). Posteriormente, despendeu algum tempo na sua análise com os alunos, focando-se no que significa cada frequência absoluta e no conceito de moda:

- Mónica: E então, o que é que está mais na moda?
- Aluno: Não ter irmãos.

- Mónica: Porquê? O que é que está na moda? Porque é que está na moda zero irmãos?
- Aluno: Porque oito meninos não têm irmãos...
- Mónica: Porquê oito?
- Aluno: É o número de meninos.
- Mónica: É verdade, zero irmãos está na moda. Porquê? Porque...
- Aluno: ... Há meninos que não têm irmãos.
- Mónica: Porque é que não é o dois que está na moda?
- Aluno: Porque só quatro meninos é que têm dois irmãos.
- Mónica: Porque é que o oito está na moda e o quatro não?
- Aluno: Porque oito é mais do que quatro. (AM)

Mónica parece também considerar importante discutir com os alunos o porquê de o total das diferentes tabelas de frequências não ser o mesmo, principalmente no caso do número de irmãos (em que cada aluno deu uma resposta) e no caso dos tempos livres (em que alguns alunos deram mais do que uma resposta):

- Mónica: E agora aqui? (...) Quanto é que dá?
- Aluno: 26.
- Mónica: Porquê? Se vocês são só 19, porque é que obtivemos 26 respostas?
- Alunos: Porque alguns tem dois [tempos livres]. (AM)

Deste modo, Mónica parece considerar importante os alunos compreenderem cada um dos valores que surge numa tabela de frequências.

Aparentemente foi mais fácil para os alunos reconhecerem a utilidade da construção de gráficos, realizada posteriormente. Mónica reforçou, em sala de aula, a perspetiva de que os alunos devem escolher e construir o gráfico que quiserem:

Faz como lhe der jeito! Eu já disse que é como vocês quiserem, o gráfico que vocês quiserem. Eu não vos vou dizer o gráfico que têm que fazer, é o que vocês acharem que é melhor, o mais adequado, ou aquele que vocês mais gostam. (AM)

Esta tomada de decisão de Mónica parece estar associada à intenção de incentivar talvez os alunos a compreenderem qual a representação mais apropriada: “Assim cada um tinha a opção de escolha. E se eu dissesse construam este, não tinham opção (...) Eu acho que se deve ter sempre a opção de escolha (...) Para aprenderem com os erros” (EFM). Esta perspetiva podia ser bastante útil e gerar uma discussão produtiva sobre o que cada representação gráfica faz sobressair dos dados, mas tal não aconteceu, possivelmente pelo facto de a maioria dos alunos ter construído um gráfico

de barras. O facto de ter dado uma folha quadriculada aos alunos pode ter condicionado a sua escolha, mas, posteriormente, quando refletiu sobre este momento da aula referiu que poderia ter dado “uma folha em branco”, embora tenha a opinião de que os alunos “iam sempre optar pelo gráfico de barras... Porque é o que se vê mais” (EDM).

Apesar de os alunos poderem escolher e construir o gráfico para cada questão, a construção dos gráficos aparece apenas como um passo necessário para realizar a investigação estatística e não foi discutida qualquer vantagem dos gráficos em relação às tabelas:

- Investigadora: Então isto [os gráficos] já não eram precisos para se chegar à resposta da investigação?
- Mónica: Não. Acho que não era necessário.
- Investigadora: Achou que eles deviam saber construir?
- Mónica: Sim. Deviam saber que há mais do que uma forma de representar os dados. (EDM)

Para Mónica, a finalidade da construção dos gráficos parece estar na prática de procedimentos, apesar de ter a opinião que o gráfico serviu “para eles terem uma melhor leitura dos dados” (EDM). Contudo, ao refletir sobre a aula, considera que o que correu menos bem “foi mesmo a construção dos gráficos (...) A maneira como estavam a construir” (EDM). Talvez por ter verificado diversos erros na construção dos gráficos por parte dos alunos, relativamente às convenções usuais, Mónica considerou esta fase como menos boa.

A perspetiva de se construírem ambas as representações (tabela de frequências e gráfico) também aparece em situações hipotéticas de sala de aula. Por exemplo, na questão 8.4, onde se pedia um exemplo do modo como se podia realizar uma investigação estatística em sala de aula (figura 95), Mónica mencionou tanto a construção de uma tabela como de um gráfico. Possivelmente enfatizou a construção do gráfico por considerar a tabela apenas como um método de recolha de dados.

Numa outra situação hipotética, considerou a hipótese de se construir logo à partida um gráfico: “Eles podiam trazer uma imagem do animal e colocar, fazer um pictograma” (EIM). Possivelmente isto resulta de, neste exemplo, ser o gráfico que serve de apoio à recolha de dados.

1º do
falar sobre a profissão que queria ser.
~~Colocávamos~~ Colocávamos os dados numa
tabela de frequência e no fim realizávamos um
gráfico para ver melhor os dados.

Figura 95. Resposta de Mónica à questão 8.4 (QM8.4).

Depois da construção de gráficos, a formanda decidiu discutir os erros cometidos pelos alunos, como tinha planeado (EAM). O que se passou em sala de aula mostra que a formanda dá primazia aos aspetos formais do gráfico, que apontou como a nova aprendizagem para os alunos na investigação estatística realizada. Mónica parece não ver, no entanto, necessidade de proceder a uma análise destas representações gráficas, apesar de, na entrevista, ter dito que esta análise é sempre útil:

É sempre importante. Temos que discutir. Quem gosta mais de... (...) Qual o animal preferido pela turma? (...) Qual o animal mais escolhido pela turma? (...) O menos escolhido (...) Quantos alunos é que têm o mesmo número de preferências mas animais diferentes? (EIM)

Na investigação que conduziu em sala de aula, Mónica acabou por não valorizar esta análise, provavelmente por já ter realizado com os alunos a análise das tabelas de frequências, discutindo os aspetos que considerou essenciais nesse momento.

Ensino e aprendizagem da fase 5: Conclusão. Na sala de aula de Mónica, a fase de conclusão foi muito reduzida. Mesmo depois de questionada sobre o propósito da investigação, não mostrou necessidade de elaborar uma conclusão com a turma no final da investigação:

Investigadora: Qual é que é a resposta, depois de teres feito esta investigação toda?
Mónica: Que existem x alunos a ter zero irmãos, existem outros a terem só um e existem outros a terem dois. E eu fiquei a saber quem é que tem irmãos e quem é que não tem irmãos na turma (...)
Investigadora: E essas conclusões que me estás a dizer, achas que eles [os alunos] as retiraram também?
Mónica: Acho que sim (...)
Investigadora: Então tinha-se chegado à resposta da investigação logo com as tabelas.
Mónica: Tinham. (EDM)

Isto mostra que Mónica levou os alunos a concluírem a investigação estatística com a análise das tabelas de frequências. Tudo o que foi realizado posteriormente pelos alunos apenas serviu para prática de procedimentos.

Concluimos que Mónica não viu a necessidade de incluir um momento de conclusão com os alunos ou de comunicação de resultados. Verifica-se que, para ela, a investigação estatística esgota-se na recolha de dados. Esta sua atuação em sala de aula pode ter origem no facto desta formanda não ter presente a questão inicial durante todo o processo de investigação.

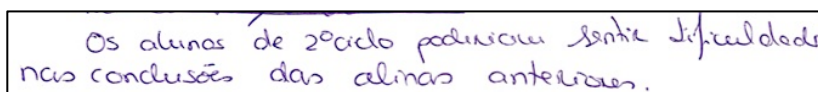
6.3.2. CONHECIMENTO DO ALUNO

Dentro do conhecimento do aluno, analiso a capacidade que Mónica demonstra em prever dificuldades dos alunos, identificar os seus erros e sugerir maneiras de ultrapassar esses obstáculos e o conhecimento de diferentes estratégias dos alunos.

Previsão de dificuldades de alunos. Relativamente ao ensino de investigações estatísticas, Mónica, antes da sua experiência em sala de aula, não prevê qualquer dificuldade em Estatística para os alunos, revelando considerar este tema como fácil para eles:

- Investigadora: Imagine que fazia esta investigação estatística lá na turma. O que é que acha que ia ser mais difícil para eles?
- Mónica: Escolherem uma só profissão.
- Investigadora: De Estatística, não acha que seria nada difícil?
- Mónica: Não sei.
- Investigadora: Ia ser mais alguma coisa difícil ou não?
- Mónica: Talvez.
- Investigadora: O quê? Tem ideia?
- Mónica: Não. (EIM)

Quando lhe pedi para prever dificuldades em alunos do 2.º ciclo em relação a tarefas do questionário (elaboração de tabela de frequências de classificações de uma turma, construção de um gráfico adequado e elaboração de conclusões com base nas representações construídas), Mónica apontou o estabelecimento de conclusões como mais difícil (figura 96).



Os alunos de 2º ciclo poderiam sentir dificuldade nas conclusões das alíneas anteriores.

Figura 96. Resposta de Mónica à questão 1.4 (QM1.4).

A sua justificação para considerar esse momento como mais difícil está relacionado com as dificuldades que ela própria passou: “Foi onde eu tive, de certeza” (EIM). Menciona, adicionalmente, que considera que os alunos não teriam dificuldade nem na construção da tabela nem do gráfico, sendo que vê este último como “mais simples” (EIM). A formanda parece ter refletido sobre a sua experiência durante a resolução do questionário para prever o que poderia ser difícil para os alunos.

Relativamente à aula que conduziu, Mónica previa algumas dificuldades na construção dos gráficos: “Já [estava à espera de] alguns [erros na construção]. Outros não. O professor [cooperante] sempre nos disse que eles já tinham trabalhado [a construção de gráficos]. Nunca pensei que eles dessem tantos erros” (EFM). Talvez pela sua experiência, pareceu achar normal que surgissem alguns erros, mas por não ser um assunto novo para os alunos, ficou surpreendida pela sua quantidade.

Quando planeou a discussão dos erros cometidos pelos alunos em sala de aula, previu que para eles o mais difícil seria perceberem o erro da não colocação correta do zero no eixo vertical do gráfico: “Foi um erro que todos cometeram” (EAM). Chegou mesmo a afirmar que “Eu acho que não vai ser nenhum [erro] fácil [de compreender]”, uma vez que “Eles têm dificuldade em tudo, sinceramente” (EAM). Provavelmente, pela experiência que já tinha com a turma e por considerar que esta é um pouco desatenta, previu que as dificuldades que tiveram na elaboração dos gráficos, iriam continuar.

Essa sua perspetiva das dificuldades nesse momento transparecem na afirmação seguinte: “Eles têm dificuldades nas construções de gráficos, não têm conhecimentos de...” (EFM). Parece que esta experiência em sala de aula com esta turma teve algum impacto no seu conhecimento de dificuldades de alunos, uma vez que inicialmente não considerava difícil a construção de gráficos.

Identificação de erros de alunos e sugestão de estratégias para os ultrapassar. Na primeira vez que os alunos de Mónica construíram gráficos para as variáveis em estudo na investigação estatística, a formanda considerou que estes cometeram

diversos erros como a colocação incorreta dos valores da frequência no eixo vertical, a não consideração do mesmo espaçamento entre valores/modalidades no eixo da variável e a não inclusão de um título ou legendas nos eixos. Discuto aqui o modo como a formanda analisa cada um dos erros e que estratégia pensa adotar ou adota para ajudar os alunos a ultrapassá-los.

Um dos erros verificados está relacionado com os alunos colocarem os valores da frequência em cada uma das quadrículas e não entre linhas, muitas vezes associando a primeira quadrícula ao valor zero (como no exemplo apresentado na figura 97).

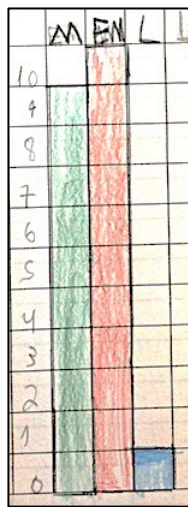


Figura 97. Gráfico de um aluno (para a disciplina preferida) (AM).

Mónica considerou que este erro se relaciona com o facto de a folha que forneceu aos alunos ser quadriculada e incentivar esta colocação dos números:

Por causa das quadrículas. E porque cada quadrícula é um (...) Mas eles tanto dizem que o um é uma quadrícula como dizem que o um é uma linha. Eles tanto contaram de quadrícula a quadrícula como contaram de linha a linha. E para eles aqui [na linha entre o zero e o um] já era o um e aqui [na linha entre o um e o dois] já era o dois. (EDM)

Em discussão, Mónica tanto considerou que esse erro parece apenas ir contra a convenção de ter o zero na origem, “Porque o zero cruza os eixos”, como referiu que, pelo menos no caso da variável da disciplina preferida, o gráfico transmite visualmente a informação de que há um aluno a gostar de Língua Portuguesa, “Posso dizer que há um [aluno]” (EAM). Para ajudar os alunos a ultrapassar este erro,

assumiu que “Eu não lhes posso explicar que o zero não se pode pôr ali” (EAM) e questionou os alunos com o intuito de compararem a informação que o gráfico transmite com os dados que têm:

Mónica: Olhem para ali e digam-me quantos meninos gostam de língua portuguesa... Aqui.
 Aluno: Zero.
 Mónica: Zero?
 Aluno: Um.
 Aluno: Era zero.
 Mónica: Era zero, mas tu olhas para aqui e vês que é zero?
 Aluno: Não.
 Mónica: Vês que é...
 Aluno: ... Um.
 Aluno: Se fosse zero não tinha nada.
 Mónica: Se fosse zero não tinha nada. Mas nós sabemos que não havia ninguém a gostar de língua portuguesa. (AM)

Na construção dos gráficos, os alunos nem sempre incluíram o título. O motivo para isso acontecer, segundo Mónica, é o facto de “Para eles [ser evidente o que trata o gráfico]. Para quem não saiba e venha ver, não percebe” (EDM). Assim, valorizou junto dos alunos a importância do título:

Mónica: Então isto aqui é o quê?
 Aluno: É a representação de quantos meninos têm zero irmãos.
 Mónica: Mas se eu der isto a uma pessoa que nunca viu isto, acham que ela vai saber o que isto significa?
 Aluno: Não.
 Mónica: Porquê?
 Aluno: Não está lá a dizer o que é que é isto. (AM)

Quando os alunos não deixavam o mesmo espaço entre os valores ou as modalidades da variável, no eixo horizontal (como o exemplo da figura 98), Mónica considerou que isso estraga a estética do gráfico e que, por vezes, dificulta a leitura dos dados:

Mónica: Porque é que não deixam tanto espaço... porque é que uns deixam espaço de dois quadrados entre cada barra e outros deixam só um e outros juntam.
 Investigadora: Qual é o problema disso?

Mónica: Devemos deixar sempre o mesmo espaçamento (...) Fica bonito... esteticamente (...) Então este das barras todas juntas, fica... Ainda por cima não está pintado é de difícil de leitura. (EAM)

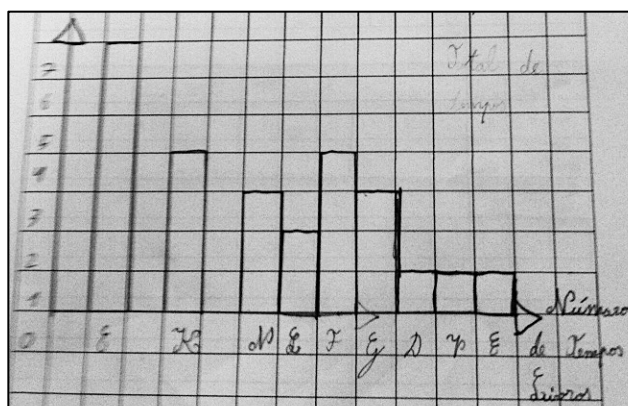


Figura 98. Gráfico de um aluno (para os tempos livres) (AM).

Para ajudar a ultrapassar este erro, usou mais uma vez o método de questionamento. No entanto, a única questão que colocou é se há ou não algum problema:

Mónica: Outro problema? ... Se houver...
 Aluno: Nenhum!
 Mónica: Então diz C.! Não sei se é... Não disseste...
 Aluno: (...) Ali deixou um quadrado em vez de dois.
 Mónica: Muito bem!
 Aluno: Ali deixou dois quadradinhos... Ali um...
 Mónica: (...) Devia estar aqui.
 Aluno: Ou então tinha que utilizar sempre dois.
 Mónica: Ou deixava sempre dois. (AM)

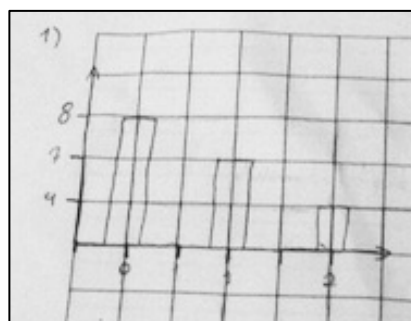


Figura 99. Gráfico de um aluno (para o número de irmãos) (AM).

Mesmo depois de se identificar o erro do espaçamento, não parece ser claro, para além das considerações estéticas, a razão pela qual isso pode ser problemático. Em relação ao erro de não considerar uma unidade constante no eixo vertical (como apresentado na figura 99), os alunos apenas representaram no eixo os valores de frequência que iriam precisar, espaçados de igual modo, sem considerarem a sua grandeza. Questionada sobre qual será o problema que considera existir num gráfico como o anterior, Mónica assumiu que não conseguia arranjar uma explicação, mas que mesmo assim não estava correto:

- Investigadora: Qual é que era o problema de aquele gráfico estar como está? (...)
 Mónica: Era a distância.
 Investigadora: Todos os dados estão bem colocados. Dizer que aquele tem 4, aquele tem 7 e aquele tem 8...
 Mónica: Se olhássemos para lá não percebíamos...
 Investigadora: (...) Não?
 Mónica: Não. Não sei porquê, mas não percebíamos. (EDM)

Talvez por não conseguir justificar o erro anterior, quando em sala de aula o discute com os alunos, não questionou os alunos para que detetem esse erro. Assim estes vão dando diversos palpites até acertarem na resposta que Mónica parece querer ouvir:

- Mónica: Achas que o gráfico está certo? Consegue olhar para aqui e dizer-me quantos meninos têm um irmão? (...)
 Aluno: Sete.
 Mónica: E acham que está tudo correto?
 Alunos: Não.
 Mónica: Então? O que é que está incorreto?
 Aluno: Porque está ali zero, um, um, dois.
 Mónica: (...) Está zero irmãos, um irmão, dois irmãos. Eu acho... na minha opinião isto está correto (...)
 Aluno: (...) Está aqui o quatro e devia ser o seis.
 Mónica: Devia ser o quê?
 Aluno: O seis.
 Mónica: (...) Diga lá.
 Aluno: É não estar nos quadrados.
 Mónica: Ah?! Não vejo problema nisso. O único problema é que ficam as linhas um bocado tortas.
 Aluno: Era preciso régua.
 Mónica: (...) Então ninguém me sabe dizer qual é problema? Se há algum problema?
 Aluno: (...) As letras estão em cima dos quadrados e há uma letra que está fora do quadrado.

- Mónica: Não interessa as letras, eu estou a falar só no gráfico. Então não há nenhum problema, pois não?
- Aluno: Deviam ter os números um, dois, três, quatro, cinco, seis...
- Mónica: (...) A distância daqui, de zero para quatro é a mesma de quatro para sete?
- Aluno: Não. (AM)

Observamos que a estratégia de questionamento aos alunos de Mónica não funciona muito bem relativamente ao erro de não utilizar uma unidade constante no eixo vertical e ao erro de não utilizar o mesmo espaçamento no eixo horizontal, provavelmente por serem erros que parece considerar aspetos que interferem com a estética do gráfico ou meras convenções matemáticas. Isto porque parece não saber o que questionar e espera até que os alunos acertem com os seus palpites.

Concluimos que Mónica, ao considerar que os alunos cometeram diversos erros na construção dos gráficos, tem a “intenção de explicar que não seria assim” (EAM). Numa das entrevistas, mostrou a opinião de que uma das suas dificuldades é “Explicar... Porque é que está mal? Como é que deveria... (...) Eu acho que devia [explicar] (...) Para eles ficarem a perceber” (EAM). Numa das questões (questão 4.3) onde tinha de identificar o erro de um aluno no cálculo de uma média ponderada, e ajudá-lo a ultrapassar esse erro, a formanda limita-se a resolver corretamente o problema. Provavelmente, mostrar a resolução correta de um problema ou como se constrói corretamente um gráfico é o que considera que leva os alunos a ultrapassar os erros.

Em algumas situações, Mónica optou por questionar os alunos de modo a levantar os problemas em cada gráfico e identificar as razões da sua desadequação: “Eles vão ter que me explicar se acham se está certo ou se está errado e porque é que está certo e porquê que está errado” (EAM). Nem sempre utilizou o questionamento da melhor maneira, o que pode estar associado à possível não compreensão do erro da sua parte. De maneira a perceber se os alunos tinham ultrapassado estas dificuldades, decidiu pedir uma nova construção do gráfico da variável número de irmãos:

- Investigadora: E porque é que decidiu que eles deviam fazer outro gráfico?
- Mónica: Para eu perceber se eles perceberam.
- Investigadora: Então e o que é que percebeu?
- Mónica: Que alguns perceberam o que eu expliquei, mas outros não. (EFM)

De acordo com Mónica, os alunos não voltaram a cometer o erro de colocar o zero acima da origem no eixo vertical (EFM). Todos os outros, numa segunda tentativa, continuaram a aparecer (EDM). Um dos motivos pelos quais estes erros não foram ultrapassados, na opinião da formanda, devem-se ao facto de não ter explicado o suficiente: “Porque eu se calhar deveria ter explicado antes melhor como é que se fazia um gráfico. Eles não tinham conhecimento, se calhar. Já tinham falado, mas não tinham conhecimentos para construir gráficos” (EFM). Refere ainda que, se esta turma fosse dela, que continuaria a insistir nestas convenções apropriadas da construção de gráficos:

Teria que explicar que o gráfico tem de ter sempre um título. E os eixos têm de estar representados. Teríamos tentar manusear melhor a régua, para o gráfico ficar mais direito. A escala! Trabalhar para ter a escala mais ou menos igual. Trabalhar mais essa parte. (EDM)

Observamos que Mónica parece considerar que os erros que os alunos cometem resultam essencialmente de falta de conhecimentos e que a sua superação depende do professor conseguir explicar bem aos alunos a maneira apropriada de realizar.

Interpretação de estratégias de alunos. No que respeita o modo como Mónica interpreta diferentes representações de alunos, apresento aqui o caso de duas tabelas de recolha de dados construídas em sala de aula e o caso de duas representações hipotéticas de alunos.

Na investigação estatística que realizou com os alunos, foi Mónica que elaborou as tabelas de recolha de dados. Contudo, aplicou diferentes estratégias na sua concretização (figura 100).

	0	1	2
	X	I	
		X	
	X		X
	X		
		X	

	EM	M	EM

Figura 100. Tabelas de recolha de dados construídas por Mónica (AM).

Apesar de estas tabelas terem sido produzidas por Mónica, poderiam ter sido criadas por alunos e, conseqüentemente, é interessante perceber qual a opinião da formanda em relação a estas:

- Mónica: Porque aqui [na tabela 2] ponho à frente de cada um, qual é a disciplina. E podia ter posto Matemática, Português e Estudo do Meio [em cada uma das colunas] e pôr as cruzes [tal como na tabela 1] (...)
- Investigadora: Acha que esta organização [da tabela 2] é [um passo] anterior àquela [da tabela 1]? É mais simples do que aquela ou mais complexa?
- Mónica: É mais complexa.
- Investigadora: Esta é mais complexa? Os dados aqui estão mais organizados?
- Mónica: Não, estão mais desorganizados (...) Porque é mais difícil de contar. Se eu lhes pedisse “quem tem 0 irmãos?”, eles conseguiam mais facilmente olhar só para uma coluna e contar do que se eu “quem gosta mais de Matemática” olhar para aqui e ver onde é que está a Matemática. (EDM)

Observamos que Mónica parece classificar uma representação como mais ou menos complexa, consoante o seu grau de organização. Logo uma representação mais organizada parece ser para ela menos complexa, provavelmente por ser mais simples fazer a leitura dos dados.

Em relação a duas representações hipotéticas de alunos para a variável número de dentes perdidos, Mónica não parece ter dificuldade em dar significado ao que estes teriam feito (figura 101).

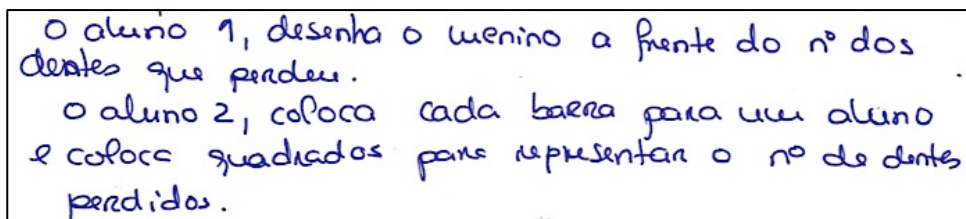


Figura 101. Resposta de Mónica à questão 6 (QM6).

Mais uma vez, quando lhe foi pedido para classificar qual das representações dos alunos é mais avançada ou mais completa, Mónica tende a decidir com base na sua capacidade de ler os dados na representação:

Esta [representação do aluno 2 é mais avançada] (...) Porque aqui [na representação do aluno 1] percebemos que isto [cada cartão] parecem alunos e isto é o número de dentes que caíram [apontando para a coluna de números]. Aqui [na representação do aluno 2], temos que perceber que isto [os quadrados] são os dentes e que cada conjunto de quadradinhos é um aluno. (EIM)

Assim, quanto mais difícil for ler os dados, mais complexa e avançada é a representação. Mónica parece ainda associar a representação do aluno 1 a algo que pudesse ser construído por alunos do 2.º ano, talvez por englobar cartões com desenhos mais infantis, mesmo sendo uma representação mais organizada:

- Investigadora: Então qual acha que é melhor?
 Mónica: Para alunos de segundo ano acho que é melhor esta [apontando para a representação do aluno 1].
 Investigadora: Achava que esta era melhor para eles fazerem?
 Mónica: Sim.
 Investigadora: Porque esta [do aluno 2] já é avançada demais?
 Mónica: Sim.
 Investigadora: Porque é que vem a esta [do aluno 1 ler os dados]?
 Mónica: Tem os números já prontinhos à minha espera.
 Investigadora: Mesmo assim continua a achar que esta [do aluno 2] é mais avançada? O que é que é ser mais avançado? É ser de leitura mais fácil?
 Mónica: Não, esta [aluno 2] é de leitura mais complexa. (EIM)

6.3.3. CONHECIMENTO DO ENSINO

Relativamente ao conhecimento que Mónica revelou sobre o ensino da Estatística, discuto aqui os diferentes métodos e estratégias que adotou nas aulas que lecionou ou que perspetiva vir a lecionar.

Gestão do tempo. Uma das dificuldades observadas em Mónica é a sua previsão da gestão do tempo. Quando confrontada com a pergunta de quanto tempo considera que vai demorar a realização da investigação estatística pelas crianças, deu respostas como “Eu quero que demore pouco tempo” e “Mas eu acho que se consegue fazer isso tudo, não colocando muitas questões [ao questionário a ser trabalhado em aula]” (EAM). Estas respostas revelam que a formanda parece não ter muita noção do tempo que se demora a trabalhar cada uma das questões de forma a dar sentido à própria investigação estatística. Considera ainda que muitos dos erros que os alunos

apresentaram na construção dos gráficos tem origem numa má gestão do tempo da sua parte: “Se calhar devia ter dado mais tempo para a construção dos gráficos, realização dos gráficos” (EDM).

Tipo de trabalho. Relativamente ao modo de trabalhar este tema, pelo menos com a sua turma do 3.º ano, Mónica parece considerar que os trabalhos de grupo não são benéficos: “Em grupo, nem pense. Não vou pô-los a trabalhar em grupo (...) Porque eles não conseguem trabalhar em grupo. Não se conseguem concentrar” (EAM). Apesar de na primeira versão do plano da aula observada para esta investigação, ter colocado “formar grupos e cada um fica responsável de criar os registos dos resultados” (PAM), a formanda assume que a experiência lhe mostrou que este modo de trabalhar não funciona: “Sabe o que é que foi? Isso foi antes de a Idalina [outra futura professora] começar a formar grupos e de eu ver o resultado de o que é que aquilo dava. Tenho que tirar isso”, uma vez que nessas situações “as coisas não correram bem, porque se um grupo chamava, os outros era uma festa” (EAM). Pareceu assim basear-se na experiência de observação da colega de prática para tomar a decisão de não querer colocar os alunos a trabalhar em grupo. O facto de o trabalho de grupo requerer mais autonomia por parte dos alunos e a formanda considerar que estes não estão preparados, também deve pesar na sua decisão. Isso está relacionado com o facto de considerar que a turma que tem atribuída é muito distraída, fazendo com que ninguém retenha a informação que se discute:

- Mónica: Não é o participar. Participar, participaram. Só que não perceberam nada.
- Investigadora: Achas que eles não perceberam nada?
- Mónica: Não entra nada naquelas cabeças. Se eu fosse lá outra vez fazer isto, como se viu, os gráficos vieram outra vez quase todos mal (...) Eles distraem-se facilmente. Eles distraem-se muito muito muito. (EAM)

Mónica pareceu considerar que as atividades práticas são uma forma de motivar os alunos, principalmente se não estão habituados a esse tipo de tarefa: “Não, mas eles reagiram bem. Foi uma atividade prática e eles não estão habituados a atividades práticas. Por isso, eu acho que eles vão estar motivados, porque eles não estão habituados” (EAM).

Quando fala sobre o que acha que acontece no ensino de Estatística, Mónica referiu o uso de exercícios, com ênfase na interpretação de gráficos:

- Investigadora: Se eu lhe disser que a turma tal amanhã vai dar Estatística, o que é que acha que eles vão fazer?
- Mónica: Exercícios, coitadinhos.
- Investigadora: Exercícios sobre quê? Que tipos de exercícios?
- Mónica: Sobre a Estatística (...) Sei lá, podem ter uma pergunta, ter lá uma tabela ou um gráfico e fazer perguntas quem é que, por exemplo dos transportes, anda mais de carro. Tem que ir lá e ver. (EFM)

Contudo, mencionou também que outra opção seria realizar algum trabalho prático em Estatística, mas que este só deve aparecer depois da explicação da professora: “Pode ser um trabalho prático depois de eles perceberem a teoria” (EFM). A formanda considerou no entanto que esta segunda vertente é mais difícil para os alunos por estarem talvez habituados a outro tipo de ensino:

É um bocado complicado eles perceberem [a realização de investigações estatísticas] (...) Acho que eles estão habituados a ter as questões com os cálculos lá todos e olhar e realizar (...) [O tipo de trabalho de ter um gráfico e questões de interpretação] é mais fácil. É só olhar. (EFM)

Assim, parece que Mónica vê o ensino deste tema como a aplicação de exercícios, com especial ênfase na fase de análise de uma investigação estatística (fase que também valorizou na sua atuação em sala de aula) ou como a realização de uma investigação estatística depois de aprendidos todos os conceitos, apesar de essa aprendizagem ser mais difícil para os alunos. Esta sua perspetiva poderá estar associada à sua experiência como aluna, tanto até à entrada no ensino superior, onde referiu ter passado por um ensino à base de exercícios, como durante a sua formação inicial, momento em que realizou uma investigação, mas apenas como método de aplicar e mostrar os conceitos aprendidos.

Em relação a recursos utilizados em sala de aula, Mónica usou o computador para projetar as diferentes questões que os alunos sugeriram para estudo e tabelas de recolha de dados. Esta sua opção de recurso parece estar ligada a uma tentativa de modificar o que geralmente se passa em sala de aula, “porque eles estão sempre habituados ao quadro de giz e tentamos utilizar outros recursos” (EFM). A vantagem que apontou para a utilização do computador nesta situação é que este permite o uso de diversos documentos em simultâneo, enquanto o quadro é um espaço limitado: “Não dava para andar para cima e para baixo, se calhar não cabia tudo no quadro” (EFM). Apesar de não se ter retirado muito potencial do uso desta ferramenta em sala

de aula para o ensino do tema, sugere que o quadro interativo juntamente com o computador podem ser utilizados de outra forma:

O quadro interativo era só para projetar (...) Eles [os professores] ali [naquela escola] não utilizam para mais nada. Nós, no nosso trabalho, utilizamos para tudo. Desenhos, para escrever... (...) O quadro interativo ligado ao computador (...) Eu lá no colégio utilizo muito para ver DVDS (...) Depois se eu quiser há um programa que abre para escrever (...) e depois dá para gravar. (EDM)

Parece que Mónica não é capaz de planejar tarefas em que os alunos têm um papel mais ativo com o uso destas ferramentas, limitando o seu uso à projeção de filmes e à escrita. Isto pode estar relacionado com o facto de o quadro interativo não ser um recurso trabalhado na sua formação inicial, apesar de estar presente já em muitas escolas do distrito.

Outro recurso utilizado por Mónica (e por todos os professores) é a sua linguagem. No entanto, a formanda critica a forma como utilizou alguns termos nas discussões com os alunos: “Se fosse agora acho que teria mais cuidado nalguns termos que utilizei. Acho que se calhar por vezes a linguagem que eu utilizei eles não percebiam (...) Não sei se sempre fui feliz na escolha [dos termos que utilizei]” (EDM). Na sua perspetiva, esta falta de comunicação parece estar associada a um desconhecimento de certas palavras pelos alunos e não ao seu uso desadequado.

Introdução de novos conceitos/procedimentos. Vimos na maneira como Mónica atuou em sala de aula e pelo modo como tentou fazer os alunos ultrapassarem os erros que apresentaram, que utilizou muito o questionamento aos alunos, porém nem sempre de maneira eficaz. A formanda assumiu, no entanto, que não lhe agrada o modelo do professor expositivo (EIM). Porém, quando se discute o ensino da Estatística referiu que a exposição da matéria é essencial para que os alunos compreendam alguns conceitos estatísticos:

Devo explicar primeiro o que é que é, explicar como é que se faz uma tabela, como é que se analisa uma tabela, como é que depois disso se constrói o gráfico, os tipos de gráficos que podemos construir. Depois podemos escolher um tema e fazer uma investigação. (EFM)

A perspetiva de que é o professor que precisa de explicar, ou demonstrar, os conceitos ou os procedimentos é um aspeto que Mónica admite ser difícil: “[O mais difícil] é

explicar-lhes (...) Como é que se faz? Como é que se realizam todos os passos (...) Acho que sim [que tenho de explicar] se não eles não ficam a perceber” (EFM). Esta perspetiva foi também evidente antes desta sua experiência em sala de aula. Assim, quando confrontada com uma situação de ensino de conceitos, referiu “isso da moda e da mediana se calhar é um bocadinho complicado para eles. Eu terei de explicar primeiro” (EA).

No entanto, apesar de os seus alunos do 3.º ano ainda não terem ouvido falar do conceito de moda (EAM), em vez de assumir o papel de transmissora de conhecimentos, decidiu optar por questionar os alunos de modo a identificarem o conceito e até a argumentarem o porquê da sua escolha:

O que é que está na moda? A moda é aquilo que está mais... o que é a moda? (...) E então, o que é que está mais na moda? (...) Porque é que está na moda zero irmãos? (...) Maior número de meninos que tem zero irmãos. (AM)

Depois desta experiência em sala de aula, quando teve de sugerir novamente uma maneira de introduzir o conceito de moda em sala de aula, Mónica optou por integrar o conceito numa investigação estatística sobre os lanches. Posteriormente, afirmou que este conceito também poderia ser abordado através de exercícios e não considerou existirem grandes diferenças nestes dois métodos, pelo menos se o professor fizer com que os alunos compreendam bem os exercícios:

Investigadora: Agora imagine que está numa turma que nunca ouviu falar da moda e eles vão ter que aprender o que é a moda. Como professora o que vai fazer para que eles aprendam?

Mónica: Depois de vermos os lanches, depois de termos os resultados. Eu pergunto o que é que está em maioria (...) E eu explicava que é o que está na moda, que a maioria dos alunos desta turma bebem leite com chocolate. A moda é sempre o que está em maioria.

Investigadora: Podia-se fazer um exercício para eles perceberem o que é que é a moda?

Mónica: Sim.

Investigadora: Ou achas que tem de ser uma investigação estatística?

Mónica: Não. Pode-se fazer um exercício.

Investigadora: Qual é a diferença?

- Mónica: Se calhar não é diferente, é igual (...) Sei lá (...) [É diferente] porque se a gente fizer uma investigação, fizermos os gráficos, já tivermos tudo feito, uma pessoa olha para ali e vê logo o gráfico que está em maioria. E no exercício eles têm mais dificuldade, porque têm de ler.
- Investigadora: Imagine que pode chegar à sala e apresentar este gráfico dos transportes. E perguntar qual é que está em maioria. É diferente?
- Mónica: Não. É a mesma coisa.
- Investigadora: (...) Para si [no seu percurso académico], fazer exercícios não era bom. Gostava mais quando era mais prático.
- Mónica: (...) O problema é a compreensão dos exercícios (...) Sim, [a dificuldade está no professor não explicar bem a matéria]. (EFM)

Para Mónica tanto a realização de exercícios como a realização de investigações estatísticas são métodos que o professor utiliza depois de explicar a matéria. Contudo, esta explicação pode ocorrer na forma de questionamento aos alunos, estratégia que aplicou várias vezes em sala de aula.

6.4. SÍNTESE

Mónica associa as investigações estatísticas ao estudo de problemas sociais e ligados a diversas áreas. Os temas que valoriza para investigação estão de algum modo relacionados com o tema da prática de desporto que deu origem ao seu trabalho de grupo na licenciatura. Também relacionada com o seu passado está a sua opção de usar questionários como processo de recolha, com aplicação a uma amostra, sendo esta uma turma de alunos. Talvez por ter esta perspetiva, a formanda mostra alguma dificuldade no conceito de amostra que prejudica o seu conhecimento de como realizar inferências. No seu entender, a recolha de dados surge sempre associada a uma simultânea organização, acabando, na maioria dos casos, por valorizar tanto a construção de uma tabela de frequências como de um gráfico. Na compreensão de tabelas de frequências e de pictogramas, especialmente no caso de variáveis quantitativas, parece confundir a variável com a frequência absoluta. Na sua análise das representações, tem tendência a focar-se no nível ler os dados, mas consegue em certas situações ler entre e para além dos dados. Relativamente às medidas de tendência central, mostra ter um conhecimento tanto processual como concetual do conceito de média, apenas revelando dificuldades no caso de estimativas através de um gráfico. Mostra compreender também o conceito de moda, tendo revelado alguma

confusão no caso de uma variável quantitativa. O conhecimento processual da mediana que evidencia conduz a um erro no caso de uma variável qualitativa. Relativamente às conclusões de uma investigação, parece ter alguma tendência para generalizar, mas é capaz de gerar novas ideias para outros ciclos investigativos.

Mónica considera que as investigações estatísticas devem partir dos alunos e ser do seu interesse. No entanto, na sua aula, coloca uma questão simples, não desafiante, sem envolvimento dos alunos e que parece ter como único objetivo gerar dados. A decisão de não formar grupos para este trabalho parece estar ligada à sua experiência na observação da turma. A fase de planeamento ocorre de acordo com a sua perspetiva, com recurso a uma turma e a um questionário, embora as questões tenham sido sugeridas pelos alunos. Também relacionado com a sua perspetiva está o facto de realizar simultaneamente a recolha e a organização dos dados, sem mostrar compreender a diferença de complexidade das diferentes formas de recolha. Assim, conduz a investigação de modo a que sejam construídas tanto uma tabela de frequências como um gráfico para cada variável. Esta última representação constitui o foco de Mónica em sala de aula, mas não é utilizada como meio de dar resposta à questão inicial, mas sim como contexto para a prática de procedimentos, com foco na aprendizagem de convenções. Apesar de, inicialmente, não prever dificuldades nos alunos neste tema, após a experiência, por ter lidado com diversos erros dos alunos em sala de aula, já aponta a construção dos gráficos como difícil. Por ter realizado uma análise das tabelas com os alunos no nível ler os dados não sente necessidade de formular uma conclusão, talvez porque tudo o que realizou depois disso não estava conectado com a questão inicial.

Em relação ao conhecimento do ensino sobre este tema, Mónica parece ter a perspetiva que é necessária uma explicação do professor de modo a que os alunos aprendam os diferentes conceitos. Provavelmente por isso, associa o ensino da Estatística tanto à prática de exercícios, como na sua experiência até à entrada no ensino superior, como à realização de investigações estatísticas para aplicação de conceitos já aprendidos, relacionado com a sua experiência durante a licenciatura. Em sala de aula, acaba por utilizar diversas vezes o questionamento aos alunos para superar dificuldades, por vezes, de modo não muito eficiente. Possivelmente devido à inexperiência ou ao nervosismo por fazer parte desta investigação, a formanda revelou alguns problemas de linguagem em sala de aula.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO

Neste capítulo, começo por realizar uma síntese do estudo. De seguida, apresento os principais resultados obtidos, focando-me no conhecimento de Estatística e de Didática da Estatística das futuras professoras. Dou realce ao conhecimento de investigações estatísticas e do seu ensino por parte das formandas objeto de estudos de caso, analisando as suas perspetivas e as decisões que efetivamente tomam na prática. Na parte final, com base numa reflexão sobre o trabalho realizado, sugiro implicações para a formação inicial de professores e para a investigação na área resultantes deste estudo.

7.1. SÍNTESE DO ESTUDO

Este estudo foi elaborado para compreender o conhecimento das futuras professoras sobre Estatística e acerca da sua Didática, no âmbito de um programa de formação inicial de professores, com um foco no ensino e aprendizagem através de investigações estatísticas nos primeiros anos de escolaridade. Concretamente, procurei dar resposta às seguintes questões: (i) Quais os conhecimentos que as futuras professoras revelam sobre a realização de investigações estatísticas? (ii) Que conhecimentos demonstram sobre a organização e representação de dados e as medidas de tendência central? (iii) Quais os conhecimentos que revelam acerca de como desenvolver nos alunos a capacidade de realizar investigações estatísticas? e

(iv) Que outros aspetos revelam estas futuras professoras sobre Didática de Estatística?

O quadro teórico desenvolveu-se em torno da Estatística nos primeiros anos e do conhecimento do professor na formação inicial de professores dos primeiros anos. Na discussão sobre a Estatística nos primeiros anos emergiu o ensino e a aprendizagem de investigações estatísticas, a organização e representação de dados e as medidas de tendência central. O conhecimento do professor foi inicialmente discutido em termos gerais e, posteriormente, focou-se no conhecimento de Estatística e da sua Didática.

A investigação seguiu o paradigma interpretativo, numa abordagem mista, usando sobretudo a modalidade de estudo de caso. Os principais instrumentos de recolha de dados foram um questionário, um relatório escrito de uma investigação estatística, entrevistas, observação de aulas e análise documental de planos de aulas e diários de bordo. Os dois primeiros instrumentos dizem respeito a todas as formandas no último ano da Licenciatura em Educação Básica. Para além disso, analisei a informação de duas dessas formandas estudadas como casos, quando já se encontravam num mestrado que habilita para a docência, Dora e Mónica. Atendendo à natureza do estudo, a análise dos dados foi maioritariamente descritiva e interpretativa.

7.2. CONCLUSÕES DO ESTUDO

Nesta secção apresento os principais resultados do estudo relativamente ao conhecimento de Estatística e ao conhecimento de Didática de Estatística destas futuras professoras.

As formandas apresentam características e percursos escolares diferenciados à entrada da formação inicial, tanto em termos da sua idade, que variava entre 18 e 33 anos, como em número de anos sem uma disciplina de Matemática, chegando aos 14 anos. Mesmo durante a sua formação inicial há diferenças em termos de sucesso académico, com a média nas unidades curriculares da área de Matemática a variar entre 10 e 17 valores, e ainda diferentes ambições e preferências, desde a Educação Pré-Escolar até ao ensino no 2.º ciclo do ensino básico. Todas estas características fazem deste grupo de formandas um conjunto de participantes diversificados com diferentes conhecimentos prévios, diferentes motivações e diferentes objetivos de futuro, o que

pode certamente influenciar os conhecimentos que possuem de Estatística e o modo como perspetivam o seu ensino.

7.2.1. CONHECIMENTO DE ESTATÍSTICA

Investigações estatísticas. Os resultados deste estudo indicam que, em termos das fases de uma investigação estatística, o conhecimento que as futuras professoras demonstram mostra uma forte ligação com a experiência anterior que tiveram, especialmente durante a sua formação inicial na unidade curricular de Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades. Assim, a sua escolha de temas das investigações estatísticas incidiu sobre conteúdos abordados noutra unidade curricular que tinham em simultâneo, sobre temas ligados a interesses das crianças ou sobre outros temas ligados a problemas sociais atuais. Alguns destes temas revelam potencial para promover a interdisciplinaridade, assim como para servir de base a discussões sociais fundamentais. De notar que a escolha dos temas mostra uma certa semelhança com os apresentados no estudo de Heaton e Mickelson (2002). Relativamente ao conhecimento das formandas analisado em maior detalhe, tanto Dora como Mónica revelam uma tendência para escolher temas que podem levar a discussões de assuntos sociais atuais, nomeadamente a obesidade. Enquanto Dora apresenta uma variedade de temas, ainda que relacionados, Mónica parece mais vinculada àquele que deu origem ao seu trabalho de TMDEP. Uma outra semelhança entre elas, e com as restantes formandas, é o facto de mostrarem tendência a iniciar uma investigação pela escolha de um tema e não de uma questão inicial, o que à partida pode limitar a investigação, não criando um ponto de partida desafiante como recomendado por Makar e Fielding-Wells (2011). Contudo, o grupo de Dora parece utilizar esta fase inicial para levantar hipóteses dos resultados que esperam obter.

Relativamente aos planos para as suas investigações estatísticas, as formandas em geral não evidenciam a importância desta fase, talvez pelo facto de o plano da investigação que fizeram ter sido imposto no trabalho da unidade curricular (escolher amostra, fazer questionário, elaborar tabelas, construir gráficos, calcular medidas, interpretar e concluir). Dora e Mónica perspetivam a realização de investigações recorrendo à seleção de amostras, mas Mónica faz alguma confusão entre os conceitos de amostra e população. Provavelmente por associar o termo população a toda a

população portuguesa ou mundial, refere-se sempre ao estudo utilizando uma amostra de uma turma de alunos, tal como na investigação estatística que realizou em grupo. Ambas as formandas fazem referência ao uso de questionários, contudo Mónica não consegue estabelecer um plano usando outro método de recolha de dados. De notar também que o grupo de Dora refere ser importante realizar uma pesquisa antes da construção do questionário de modo a torná-lo mais atual e, provavelmente, mais eficaz para recolher dados apropriados à questão inicial. No entanto, as formandas em geral mostram dificuldades na elaboração de questões simples, claras e diretas para o questionário, tal como preconizado por Scheaffer et al. (1998), com problemas nas opções de resposta (desadequadas, não ordenadas ou não exaustivas) e na formulação (pedindo mais do que uma informação ou tendenciais).

No que diz respeito à fase de recolha de dados, não há muita informação sobre o modo como esta decorreu para as formandas na realização das investigações estatísticas de TMDEP. Sabemos, no entanto, que a recolha teve o suporte de questionários e que os dados foram introduzidos no programa Excel. Relativamente a Dora e Mónica, as formandas parecem associar esta fase de investigação a um momento confuso, onde é necessário realizar uma simultânea organização dos dados, mencionando várias formas de representar a informação, nomeadamente tabela, esquema de contagem ou gráfico.

Relativamente à análise dos dados, as formandas mostram ter tido dificuldades na utilização de software no tratamento de dados, tanto na elaboração de gráficos (especialmente os eixos ou as unidades), como na utilização de fórmulas. Estas dificuldades podem estar associadas a conhecimento insuficiente do software e do seu funcionamento, de modo a aplicar apropriadamente os seus conhecimentos estatísticos sobre os conceitos. De notar que, mesmo assim, Dora sugere a utilização de software para o apoio à organização de dados, reconhecendo as vantagens deste recurso, mas também as dificuldades que isso pode trazer. Outra dificuldade apontada por algumas formandas foi a escolha apropriada de representações e medidas estatísticas tendo em conta as variáveis em estudo, o que revela falta de conhecimento conceptual desses conceitos. Os resultados indicam também que a generalidade das formandas, incluindo Dora e Mónica, consideram importante a construção tanto de uma tabela como de um gráfico, talvez por terem sido exigidas ambas as representações no seu trabalho de grupo. Dora justifica esta sua perspetiva com a

opinião de ser mais simples construir um gráfico quando já se tem uma tabela, enquanto Mónica refere ser necessário passar de uma representação para a outra recorrendo a razões curriculares para justificar a sua opção. De qualquer modo, quer para as futuras professoras objeto de estudos de caso, quer para a generalidade das formandas, estas representações parecem ser feitas como passos obrigatórios da investigação e não como maneira de responder ao problema inicial. Este aspeto contradiz a recomendação de Scheaffer (2000) de utilizar a Estatística como um meio de pensar sobre o mundo e não como uma série de técnicas.

O facto de ter sido exigido às formandas que passassem pelos diferentes passos de uma investigação estatística pode ter contribuído para que os vejam como obrigatórios. Isso também pode estar na origem do facto da maioria das formandas não dar importância à fase de conclusão de uma investigação, ou pelo menos, usar essa conclusão para gerar implicações significativas. Para essas formandas, a investigação parece acabar com a construção de um gráfico, o que também aconteceu com os participantes do estudo de Heaton e Mickelson (2002). Provavelmente, o facto de não terem começado a investigação estatística com um problema em forma de questão, pode ter feito com que não tivessem sentido necessidade de elaborar uma resposta. Para as formandas que elaboraram implicações dos seus resultados, o trabalho parece tê-las envolvido mais, tirando maior partido do potencial das investigações estatísticas. Relativamente às formandas Dora e Mónica, é nesta fase que provavelmente mais se distinguem. Mónica é capaz de gerar novas ideias para outros ciclos investigativos, aspeto evidenciado por Ponte (2001) e Martins e Ponte (2010), talvez por se tratar de um contexto familiar e de interesse. Contudo, esta formanda parece ter tendência para generalizar, fruto talvez da não compreensão do conceito de amostra e, mais especificamente, da não compreensão de como conclusões e inferências são obtidas a partir de amostras, aspeto importante no conhecimento de Estatística dos professores (CBMS, 2001). Por outro lado, Dora, quando constrói conclusões, tem o cuidado de não generalizar a informação. É também nesta fase que estabelece hipóteses acerca dos resultados que obtém e o seu grupo ainda revela a importância de confirmar ou contrastar as hipóteses iniciais estabelecidas. Este aspeto pode evidenciar que o grupo de Dora não perde de vista o seu problema inicial durante o processo de investigação.

Concluimos assim que a experiência que estas futuras professoras tiveram durante a

sua formação inicial teve um grande impacto no conhecimento que demonstram sobre a realização de investigações estatísticas. Isso provavelmente está na origem de estas formandas utilizarem maioritariamente as investigações estatísticas como recurso para atividades de cunho interdisciplinar e para discussão de temas sociais importantes. No entanto, por outro lado, também parece ter limitado a sua noção de investigação estatística como um conjunto de procedimentos a seguir. Assim, talvez por ter sido um trabalho demasiado orientado, estas formandas não demonstraram um envolvimento profundo nas investigações estatísticas que realizaram na formação inicial e, por conseguinte, não desenvolveram compreensão da importância de cada fase da investigação. Apesar disso, possivelmente por ser um contexto escolhido por elas, algumas formandas concluem a investigação estatística com a comparação com as hipóteses inicialmente geradas ou com a génese de novas ideias.

Organização e representação de dados e medidas de tendência central. Na organização e representação de dados, a classificação das variáveis é importante para planear o trabalho a realizar. Relativamente aos relatórios escritos das formandas, temos a informação de que um dos grupos classificou uma das variáveis quantitativas, olhando para os dados (se são todos números inteiros ou não) e não para os valores que a variável pode tomar. Esta parece ser também a perspetiva de Dora e Mónica sobre a distinção entre variáveis quantitativas discretas e contínuas. Em relação à distinção entre variáveis qualitativas e quantitativas, enquanto Dora parece fazer uma distinção adequada, embora mostrando dificuldade em expressá-la, Mónica parece ter em consideração o número de opções de resposta, o número de respostas que se podem dar e, só sob questionamento, o tipo de resposta.

A elaboração de tabelas parece ser um procedimento que as formandas têm automatizado, uma vez que não parecem ter muitas dificuldades na sua construção. Revelam, no entanto, falta de sentido crítico, calculando frequências acumuladas em situações que não fazem sentido, confundindo a denominação das colunas e construindo a primeira coluna sem ordenar as modalidades, sem agrupar respostas semelhantes ou sem elaborar adequadamente classes. Exemplo disso é o caso da formanda Dora que apresenta as tabelas com as frequências acumuladas, mesmo no caso de variáveis qualitativas não ordinais, por assumir que não compreende o seu propósito. Mónica, por outro lado, pelo menos no caso do trabalho com uma variável quantitativa em que na tabela só aparecem números, revela dificuldades na

designação da frequência absoluta, confundindo-a com a variável. Assim, é evidente que estas futuras professoras têm um *conhecimento processual* de tabelas de frequências, mas algumas revelam falhas na compreensão de certos conceitos nelas implícitos.

De acordo com Dora e Mónica, a construção de um gráfico é sempre uma mais valia, por tornar os dados mais visíveis, facilitando a leitura. A generalidade das formandas, incluindo Dora e Mónica, não parece ter dificuldade na construção de representações gráficas. As escolhas mais frequentes foram gráficos de barras, que Dora admite serem mais fáceis de desenhar, e histogramas, principalmente no trabalho com variáveis definidas em classes. Os problemas identificados na construção de gráficos desadequados nos seus relatórios estão provavelmente associados ao facto de as formandas quererem variar o gráfico construído nas diferentes variáveis analisadas. Adicionalmente, algumas futuras professoras mostraram confundir um gráfico de pontos com um diagrama de dispersão, tal como aconteceu com Mónica. Pelo contrário, Dora reconhece um diagrama de caule e folhas, mas não parece compreender esta representação, corroborando os resultados obtidos por González e Pinto (2008). Ambas as formandas, apesar de identificarem corretamente a informação presente, revelam, ainda, não saber distinguir um gráfico de barras de um gráfico com barras. Em relação às convenções de um gráfico (título, eixos, escalas...), os problemas detetados nos relatórios das formandas parecem ser fruto da utilização do software. Estas convenções são algo que tanto Dora e Mónica demonstram ter particular atenção, mas Mónica, especialmente no caso de uma variável quantitativa, parece confundir em diversas situações o que significam os valores da variável com os da frequência absoluta.

As formandas demonstram preocupação na interpretação de dados, com algumas delas a percorrerem os diferentes níveis de Curcio (1987) e Shaughnessy (2007), sendo os níveis *ler para além dos dados* e *ler por detrás dos dados* mais evidentes em contextos escolhidos pelas formandas. Este facto contradiz os resultados de Espinel et al. (2008) de que os futuros professores têm muitas dificuldades na interpretação de gráficos. Todos os grupos de formandas apresentaram o nível *ler os dados*, preferencialmente fazendo uma descrição de todos os valores e identificando a moda. Uma grande parte dos grupos (11 em 13) mostrou interpretações ao nível *ler entre os dados*, envolvendo a comparação ou combinação de diferentes valores ou

modalidades. De notar que, nos seus relatórios escritos, os grupos de formandas não demonstraram os diferentes *níveis de interpretação* de um modo sequencial, havendo grupos a evidenciar níveis mais altos sem evidenciarem interpretações de níveis inferiores. Isto está talvez associado ao não requisito de passarem por todos os níveis e ao facto de o contexto ter sido escolhido pelas próprias formandas o que, devido ao seu possível interesse e gosto pelo tema, pode gerar a mais envolvimento com os dados e com a sua análise. Na análise que Dora realiza de representações demonstra atenção aos vários *níveis de interpretação das representações*, enquanto Mónica tem tendência a focar-se no nível *ler os dados*, mas consegue em certas situações *ler entre* e, quando exigido, *ler para além dos dados*.

Em termos do conceito de moda, a maioria dos grupos não o indica nas variáveis que analisa no relatório, mas numa das questões do questionário vemos uma correta aplicação da moda num problema por grande parte das formandas (10 em 18), incluindo neste grupo tanto Dora como Mónica. Houve apenas um grupo que no seu relatório fez confusão entre o valor da moda e o valor da frequência absoluta, erro também cometido por Mónica e verificado em participantes noutros estudos (Fernandes, 2009; Martins et al., 2009). Em relação às interpretações atribuídas à moda, a maioria das formandas parece associar o conceito ao valor com maior frequência, ao valor repetido mais vezes (tal como Dora e outros participantes no estudo de Martins et al., 2009), ao valor associado à maioria dos inquiridos (tal como Mónica) e ao valor associado ao maior número de inquiridos (tal como verificado em ambas as formandas). Um dos problemas verificado nos relatórios foi a não interpretação do valor da moda, revelando que muitas vezes as formandas não sentem necessidade de explicar o que significa o conceito. Um outro mal-entendido encontrado foi a ligação da moda ao valor associado a grande parte dos inquiridos. Contudo, ser uma grande parte não implica necessariamente que seja a maior parte dos inquiridos.

Tal como no estudo de Leavy e O'Loughlin (2006), são poucas as formandas que revelam uma *compreensão conceptual* do conceito de média, considerando-a como *ponto de equilíbrio* (uma formanda e Mónica), associando-lhe a perspetiva de *nivelamento* dos dados (uma formanda, Dora e Mónica) ou perspetivando-a como uma *distribuição equitativa* dos dados (entre uma e quatro formandas, dependendo da questão, incluindo Dora e Mónica). Estes últimos resultados são idênticos aos de

Chatzivasileiou et al. (2010) e Monteiro (2009). A maioria das formandas (< 10) revela, no entanto, *compreensão processual* da média, mesmo quando chega a respostas incorretas das tarefas, pela aplicação do procedimento de cálculo (quatro a sete formandas, Dora e Mónica) ou pela determinação do valor total (três formandas). As interpretações realizadas que não revelaram compreensão deste conceito estão ligadas a uma associação da média a medidas de dispersão (grupo de Dora), ao valor máximo (Mónica), a um valor próximo dos dados (uma a quatro formandas), a um valor próximo dos dados mas não igual (uma formanda) e a outras medidas de tendência central (duas formandas e Mónica). Este último problema foi também verificado nos participantes do estudo de Chatzivasileiou et al. (2010) e do estudo Leavy e O’Loughlin (2006). De notar também que, para além das formandas que não apresentam qualquer interpretação deste conceito, um grupo de formandas utilizou a perspetiva de *ponto de equilíbrio*, no entanto, não revelando a real compreensão que têm do conceito e algumas formandas associaram a média a termos como “valor médio” (como o caso de Dora). Este termo tinha também sido utilizado pelos participantes do estudo de Martins et al. (2009). A análise aprofundada dos conhecimentos de Dora e Mónica revela que estas possuem um *conhecimento processual* (mais marcado em Dora), utilizado muitas vezes para comprovar que um modelo de *conhecimento conceptual* funciona. Em certas situações esse conhecimento parece não ser utilizado e no caso de Dora, depois de aprender o modelo de *nivelamento*, é esse que parece adotar nos casos em que não consegue aplicar um procedimento de cálculo. As dificuldades encontradas em Mónica parecem estar relacionadas com situações de estimativa da média através de representações gráficas, resultado também encontrado no estudo de Leavy e O’Loughlin (2006).

Nos relatórios não se identificaram problemas de determinação da mediana, possivelmente devido ao apoio do Excel, com exceção dos casos em que esta medida não foi apresentada. Em relação à interpretação que fazem do conceito, algumas formandas fazem ligação do valor da mediana com aquele que divide a amostra dos dados ordenados (quatro a 12 formandas), outras utilizam interpretações baseadas no contexto dos dados mostrando *compreensão conceptual* do conceito (três a oito formandas). Os problemas encontrados devem-se à ligação do conceito com o valor central (um a duas formandas, Mónica e Dora), com o valor 50% (duas formandas e Dora), com um valor a que corresponde no máximo 50% da amostra (duas

formandas), com outras medidas de tendência central (Dora), com a soma (uma formanda), com a média dos extremos (uma formanda) e com as medidas de dispersão (grupo de Dora). De realçar que todas estas formandas que mostraram dificuldade em interpretar corretamente a mediana, não conseguiram aplicar esse conceito num problema, à exceção de Mónica. Isto revela a forte relação entre a compreensão do conceito e a sua aplicação em problemas não imediatos. Pode também indicar algum cansaço na altura do preenchimento do questionário, uma vez que, posteriormente Dora, em entrevista, revela conseguir aplicar o conceito sem dificuldades. O conhecimento que estas formandas têm da mediana parece ser marcadamente *processual*, como observado noutros estudos (Jacobbe, 2008; Martins et al., 2009). Para Dora e Mónica, no caso de uma variável qualitativa, esse conhecimento conduz a um erro pela tentativa de aplicação de um procedimento de cálculo desadequado à situação, resultado também encontrado por Espinel (2007).

Concluimos que as futuras professoras têm um conhecimento dos instrumentos de organização de dados (tabelas e gráficos) e de medidas de tendência central marcadamente *processual*. Revelam assim conhecimento apropriado de construção de representações, apesar de algumas dificuldades acerca do software utilizado e de aplicação dos procedimentos de cálculo das medidas. De notar que em termos de interpretação de representações, as formandas apresentam interpretações situadas nos *níveis de interpretação* mais elevados, mesmo não lhes tendo sido pedido, talvez associado ao facto de ser um contexto do seu interesse. Algumas formandas também demonstraram ter *conhecimento conceptual* das medidas, principalmente quando se focam no contexto em que estão inseridos os dados.

7.2.2. CONHECIMENTO DE DIDÁTICA DA ESTATÍSTICA

Condução de investigações estatísticas. A fase inicial, de colocação de um problema, não parece ser muito valorizada pelas futuras professoras em sala de aula. Vemos também que, quando as formandas têm de escolher um tema para realizar uma investigação, mas com as crianças em mente, têm em consideração os seus interesses e escolhem, na generalidade, temas que promovem a interdisciplinaridade, assim como a sensibilização para um cidadão mais consciente de problemas sociais (tal como sugerido por Makar e Fielding-Wells, 2011, e Heaton e Mickelson, 2002).

Noutras situações em que necessitam de perspetivar o problema inicial de uma investigação, quatro em nove formandas continuam a seguir estas orientações, uma formanda tenta criar uma relação entre a investigação estatística e a geometria, mas de certa forma confusa, e outras quatro formandas utilizam questões demasiado simples, ainda que relacionadas com os alunos, tal como tinha acontecido nos participantes do estudo de Heaton e Mickelson (2002). Observamos que estas futuras professoras perspetivam o início de uma investigação adequado aos primeiros anos, com a colocação de questões de interesse a ser uma responsabilidade do professor e com temas confinados à sala de aula, tal como preconizado por Franklin et al. (2007). Em relação à adaptação da investigação estatística que realizaram em TMDEP para ser exequível com alunos, apenas sete grupos fizeram essa discussão, mas a maioria revela falta de conhecimento dos alunos (do conhecimento que possuem e do que são capazes de realizar nos diferentes níveis de escolaridade) e do ensino (da capacidade de adaptar a questão inicial a outro público). Observamos também duas perspetivas diferentes na introdução da investigação estatística em sala de aula: em certas situações todas as formandas utilizaram a forma de questão, o que, logo à partida, pode motivar os alunos na procura de uma resposta, mas noutras situações a maioria (oito em nove) apenas escolhe um tema. Adicionalmente, a maioria das formandas (nove em 13) perspetiva o início da investigação com o professor a colocar a questão aos alunos. As outras quatro formandas mostram a capacidade de perspetivar o início da investigação como consequência do trabalho dos alunos noutra área do currículo ou como consequência de uma conversa informal. Tanto Dora como Mónica (que trabalharam com alunos dos primeiros anos) revelam esta segunda perspetiva, o que parece valorizar o envolvimento e motivação dos alunos, sendo que a investigação aparece ligada ao restante trabalho dos alunos. Ambas têm a opinião de que os temas das investigações estatísticas devem partir dos alunos e ser do seu interesse. Dora reforça ainda a adequação ao nível e conhecimentos prévios destes, exemplificando situações em que há articulação tanto com outras áreas do currículo como com problemas sociais. Na atuação destas formandas em sala de aula, esta não foi muito diferente, uma vez que sentiram necessidade de decidir diretamente o tema (relacionado com os alunos), propô-lo aos alunos e formular a questão inicial. No entanto, enquanto Dora utiliza uma questão inicial relacionada com a experiência prévia dos alunos e que poderia criar neles impacto por abordar estereótipos sobre o peso, Mónica coloca uma questão simples, não desafiante, sem os envolver e que

parece ter como único objetivo gerar dados, contradizendo as recomendações de Makar e Fielding-Wells (2011) e indo ao encontro dos resultados apontados por Heaton e Mickelson (2002).

Relativamente ao plano das investigações, as formandas não evidenciam a importância desta fase, talvez pelo facto de o plano da investigação que realizaram ter sido proposto no trabalho da unidade curricular, nomeadamente escolher amostra, fazer questionário, elaborar tabelas, construir gráficos, calcular medidas, interpretar e concluir. Noutras situações, nenhuma formanda revela incluir a participação dos alunos no momento de delinear um plano para responder à questão inicial, não lhes dando assim oportunidade para fazerem propostas ou tomarem decisões metodológicas, tal como indicam Makar e Fielding-Wells (2011). Em sala de aula, tanto Dora como Mónica também estabelecem as decisões de planeamento. Dora não tinha em mente que este fosse um objetivo de aprendizagem dos alunos e reforça a ideia de que controlou esta fase porque a turma em questão precisava muito de ser dirigida, mas utiliza um método de recolha diferente do que usou na formação inicial. Por outro lado, Mónica continua a tomar a decisão de utilizar questionários para recolher dados, tendo envolvido os alunos na criação das questões. Posteriormente, fez a escolha das questões propostas pelos alunos, tendo em consideração o número de opções de resposta, o tipo de variável e o interesse dos alunos, no entanto sem discutir com estes as razões das suas escolhas. Esta formanda também não parece ter em conta o tipo de dados obtidos em cada questão e o seu potencial para fomentar discussões interessantes e pertinentes, o que Makar e Fielding-Wells (2011) referem ser importante. De realçar que as investigações propostas por todas as formandas fazem uso de dados reais, aspeto bastante preconizado por diversos autores (Burrill & Biehler, 2011; Cobb & McClain, 2004; Franklin et al., 2007; MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011).

Na fase de recolha dos dados, na perspetiva destas futuras professoras, a contribuição dos alunos é sempre tida em conta, uma vez que os dados recolhidos são sobre eles. Observam-se, no entanto, dois modos diferentes de perspetivar este momento. Numa primeira perspetiva, evidenciada por duas formandas e Dora, é o professor que regista esta recolha de dados no quadro. Numa segunda perspetiva, essa responsabilidade deixa de ser do professor (indo ao encontro do referido por Makar e Fielding-Wells, 2011), ou colocando um aluno a fazer o registo no quadro (uma formanda) ou fazendo

com que todos os alunos participem neste processo (Mónica). Evidencia-se também a ligação entre a fase de recolha de dados e a simultânea organização dos dados, uma vez que as formandas sugerem que a construção de tabelas ou gráficos seja feita em simultâneo com a recolha. Apesar destas perspetivas de Dora e Mónica, em sala de aula decorreu de outro modo. Enquanto Mónica controlou esta fase e foi ela que construiu tabelas de recolha de dados, com a contribuição dos alunos, Dora deixou essa responsabilidade aos grupos de alunos que formou, fornecendo-lhes um documento de apoio ao registo. Contudo Dora considerou importante realizar uma limpeza dos dados recolhidos através das balanças, introduzindo o conceito de arredondamento e dando uma justificação estética aos alunos desse procedimento. Esta sua decisão resultou da revisão de literatura que fez e da sua tentativa de facilitar a construção de outras representações pelos alunos, uma vez que já previa dificuldades nesse sentido. No caso de Mónica, talvez pela simplicidade da sua questão inicial, não se retirou potencial dos dados para gerar problemas que os alunos teriam de ultrapassar.

No que diz respeito à análise dos dados, o software de apoio ao tratamento de dados é um recurso enfatizado por algumas destas futuras professoras quando perspetivam o trabalho com alunos (duas a três formandas), seguindo as recomendações de alguns autores (Hall, 2008; Lee & Hollebrands, 2008). Também é observado que alguns dos procedimentos que realizaram em grupo é realçado na investigação que propõem a alunos, como a construção de uma tabela (Dora e Mónica) e de um gráfico (quatro a cinco formandas, incluindo Dora e Mónica) e o cálculo de medidas (duas a cinco formandas, incluindo Dora e Mónica). Algumas vezes, o cálculo de medidas mencionado ou é desadequado ao nível de ensino proposto (duas formandas, incluindo Dora) ou à variável em estudo (duas formandas, incluindo Mónica). Em sala de aula, tanto Dora como Mónica parecem mostrar algumas dificuldades em incluir os alunos na decisão de elaboração de tabelas e gráficos, não promovendo assim uma discussão das vantagens da sua construção. Observamos também que ambas dão primazia aos aspetos formais dos gráficos, que apontam como a nova aprendizagem para os alunos na investigação estatística realizada, o que também foi referido por Chick e Pierce (2008). As formandas demonstram também compreender o potencial de ter os alunos a construírem as suas próprias representações, como recomendado por Makar e Fielding-Wells (2011). No entanto, enquanto Mónica

utiliza os gráficos mais como contexto para a prática de procedimentos do que como meio de dar resposta à questão inicial, Dora dá ênfase à análise das representações, para além da sua leitura literal, promovendo a formulação de hipóteses para investigação futura, estabelecendo o confronto com as expectativas dos alunos e valorizando a argumentação. Dora desafia assim os alunos a atingirem um nível de interpretação de dados mais além do que aquele sugerido para os alunos dos primeiros anos (Franklin et al., 2007). Este aspeto pode estar relacionado com a sua perspetiva sobre as dificuldades dos alunos, uma vez que ao preparar o seu relatório de mestrado fez muitas leituras que apontavam a construção e a interpretação de representações como um obstáculo para os alunos.

Apenas Dora e outra formanda fazem referência ao momento de conclusões em sala de aula, com a outra formanda a colocar ênfase na comunicação escrita de resultados. Assim, parece que para todas as outras formandas a investigação estatística termina com a construção da representação e o cálculo de medidas, tal como aconteceu com os participantes no estudo de Heaton e Mickelson (2002). Isso foi o que aconteceu com Mónica em sala de aula, uma vez que deu por terminada a investigação estatística com a análise da tabela, não tendo feito uma ligação adequada entre a questão inicial, os dados e a conclusão (como recomendado por Fielding-Wells, 2010). Pelo seu lado, Dora voltou a discutir a sua questão inicial e mostra perceber a necessidade de construção de uma conclusão por escrito em conjunto, tal como apontado por MacGillivray e Pereira-Mendoza (2011) e Lipson e Kokonis (2005). Adicionalmente, tentou que a sua investigação tivesse impacto nos alunos, ao nível de evitar preconceitos relacionados com o peso. O facto de a maioria das formandas não valorizar esta fase da investigação, pode estar estritamente relacionada com o tipo de questão inicial que escolheram.

Em relação ao conhecimento que, em geral, as futuras professoras revelam sobre o ensino e a aprendizagem de investigações estatísticas com alunos, verificamos que as atividades realizadas revelam potencial da sua parte para trabalhar problemas da sociedade numa perspetiva interdisciplinar. No entanto, a maioria perspetiva um forte controlo do professor numa fase inicial da investigação. Para as formandas, todas as ideias geradas fazem uso de dados reais, contudo, o plano é também muito controlado pelo professor. É na fase de recolha de dados que, para as futuras professoras, faz sentido o início do envolvimento dos alunos que, posteriormente, devem passar por

diversos passos (tabela, gráfico e medidas). As ações de Dora e Mónica em sala de aula estão de acordo com estas perspetivas. No entanto, enquanto Mónica parece ter um conhecimento mais limitado, Dora, talvez devido ao seu especial interesse no tema ou pela revisão de literatura que realizou, aprofunda a fase de análise e elabora uma conclusão escrita com os alunos, revelando a importância que dá a que estes completem o ciclo investigativo.

Conhecimento do aluno e do ensino. Estas futuras professoras apontam várias dificuldades dos alunos em aspetos relacionados com as fases de análise e conclusão: lidar com os dados (duas formandas e Dora); elaboração da tabela (seis formandas e Dora); escolha de um gráfico adequado (quatro formandas); representação correta dos eixos (duas formandas); construção do gráfico (duas formandas); interpretação do gráfico (duas formandas); e construção de conclusões (uma formanda, Dora e Mónica). A justificação que Mónica dá para essas dificuldades, que se pode provavelmente estender a outras formandas, é que são as mesmas dificuldades pelas quais passou. Relativamente ao trabalho em sala de aula, Dora previa a dificuldade dos alunos na construção de gráficos, principalmente na utilização de escalas apropriadas, baseando-se em literatura que reviu. Mónica, apesar de, inicialmente, não prever dificuldades dos alunos neste tema (tal como os professores no estudo de Fernandes, 2009), após a experiência, por ter lidado com diversos erros dos alunos, passa a apontar a construção dos gráficos como difícil para alunos deste nível. Relativamente à análise da dificuldade que os alunos teriam em perceber os erros que tinham cometido nessa altura, Mónica tem em conta o número de alunos que cometeu o erro e não tanto a complexidade da questão ou do que estaria envolvido. Talvez por ambas as formandas terem orientado os alunos nas diferentes fases da investigação estatística, não preveem nem apontam dificuldades relacionadas especificamente com este conceito.

Adicionalmente, apesar de praticamente todas as formandas (incluindo Dora e Mónica) conseguirem compreender diferentes representações de alunos, a identificação da complexidade, para estas futuras professoras, parece estar ligada a representações menos infantis (uma formanda), melhor organizadas (sete formandas, incluindo Dora) ou mais difíceis de ler (Dora e Mónica).

Algumas formandas, incluindo Dora, mostram também que a falta de conhecimento ou compreensão das medidas, impossibilita a identificação de erros dos alunos em

tarefas abordando esses conceitos e do estabelecimento de estratégias para os ultrapassar, como apontado por Burgess (2008). De notar, no entanto, que uma formanda compreendeu o erro de um aluno num problema de média ponderada e até conseguiu perceber em que tipo de problemas a estratégia do aluno poderia estar correta.

Para ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades, a maioria das formandas (cinco em nove, incluindo Dora e Mónica) tendeu a adotar a estratégia de explicação do processo de resolução correto, havendo, no entanto, quem consiga até construir situações onde o erro do aluno podia ser aplicado (uma formanda). Numa situação de prática, Dora aplicou a estratégia de explicação do procedimento correto, por vezes utilizando o questionamento para estabelecer comparações com o procedimento incorreto, admitindo no entanto ser importante os alunos terem oportunidade de explorar e enfrentar o erro. Em sala de aula, Mónica acabou por utilizar diversas vezes o questionamento aos alunos para superar as suas dificuldades em vez de simplesmente demonstrar a resolução correta, mas, por vezes, não o fez de modo eficiente, especialmente quando não compreendia a natureza dos erros dos alunos.

Em relação ao tipo de trabalho que estas futuras professoras perspetivam no ensino da Estatística, há evidências de maior ênfase no cálculo de medidas estatísticas (sete formandas e Dora), construção de gráficos (cinco formandas e Mónica) e interpretação de representações (três formandas e Mónica). Algumas destas participantes (cinco formandas e Mónica) dão mais ênfase à prática de procedimentos no ensino do tema, sem um propósito mais alargado, o que pode ser explicado com a situação de a investigação que realizaram ter sido apenas a prática de conceitos e técnicas aprendidas em aula. Mónica realça mesmo que a alternativa a realizar exercícios, por exemplo de interpretação de gráficos, seria de realizar uma investigação, mas apenas depois de os alunos terem aprendido todos os conceitos. Esta formanda mostra não considerar muitas diferenças nestes dois métodos desde que o professor explique bem a matéria, apontando que o trabalho mais prático é mais motivante mas também mais difícil para os alunos, por não estarem habituados. Apesar de Dora também dar realce à fase de análise de dados, provavelmente devido ao seu interesse no tema e revisão de literatura realizada, demonstra conhecer e fazer uso de estratégias e métodos de ensino recomendados como o trabalho de grupo (Fielding-Wells, 2010; Ponte & Fonseca, 2001), o trabalho autónomo e de natureza

mais aberta (Franklin et al., 2007), a realização de investigações estatísticas, o uso de dados reais (Burrill & Biehler, 2011; Cobb & McClain, 2004; Franklin et al., 2007; MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011) e o uso de diferentes níveis de análise de gráficos em diferentes momentos (Curcio, 1989) e com diferentes tipos de questões - mais abertas ou fechadas. Em sala de aula, por vezes, acaba por adotar um ensino mais expositivo, recorrendo à explicação de procedimentos corretos, principalmente por falta de tempo. Algumas dificuldades que apresenta devem-se essencialmente à perspetiva que trazia da formação inicial, de dificuldades no conhecimento do conteúdo, de sentir a necessidade de cumprir limites de tempo (como apontado por Fernandes, 2009) e com a sua inexperiência neste tipo de trabalho, mesmo como aluna.

Concluimos que a generalidade das futuras professoras projeta o seu conhecimento de Estatística, seja de natureza conceptual ou processual, no conhecimento do aluno e do ensino deste tema. Assim, a maior parte das dificuldades que atribuem aos alunos não estão relacionadas com o processo de investigação, mas sim com os procedimentos envolvidos, provavelmente por serem os aspetos em que elas próprias sentiram dificuldades ou valorizaram como alunas. Transpondo também as suas experiências como alunas para o ensino deste tema, valorizam as fases de recolha e análise de dados, usando o método de explicação para ajudar os alunos a ultrapassarem as suas dificuldades. No entanto, Dora e Mónica, em sala de aula, valorizam o questionamento dos alunos provavelmente para que estes percebam os seus erros e também para que as formandas possam fazer uma avaliação da compreensão dos alunos e, conseqüentemente, do seu método de ensino. Concluimos, também, que Dora, por ter tido acesso a várias investigações sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística, valoriza várias metodologias recomendadas pelos investigadores.

7.3. REFLEXÃO FINAL

Nesta última secção, faço uma reflexão sobre o trabalho desenvolvido, levantando desafios para a formação inicial de professores, assim como para investigações futuras nesta área.

7.3.1. DESAFIOS PARA A FORMAÇÃO INICIAL

Apesar de a formação inicial estar organizada em unidades curriculares de carácter científico e em unidades curriculares de carácter educacional, importa olhar para o plano de estudos como um todo e articular os diferentes domínios. Este estudo mostra que, no caso da Estatística, o tempo dedicado ao desenvolvimento deste tema é muito limitado e, portanto, essa articulação faz ainda mais sentido. No entanto, os resultados apontam para a necessidade de ter em conta as experiências e os conhecimentos prévios dos formandos, assim como os seus interesses e motivações para o futuro. Emerge também a necessidade de repensar o modo de trabalhar este tema na respetiva unidade curricular, assim como estabelecer uma ligação mais profunda com a prática, no sentido de desenvolver o conhecimento tanto estatístico como didático.

À entrada na formação inicial, os futuros professores apresentam diferentes percursos escolares, diferentes conhecimentos, concepções e experiências e diferentes motivações e aspirações, tanto em relação à Estatística como ao modo de ensinar este tema. Isso é bem retratado no caso de Dora e Mónica, que demonstram perspetivas diferentes em relação à Estatística. Enquanto Dora mostra especial interesse pelo tema, desde o seu ensino secundário, Mónica não parece fazer grande distinção entre este tema e as restantes áreas da Matemática. Observamos também que os seus interesses podem ser potenciadores do desenvolvimento do seu conhecimento. No caso das investigações estatísticas em que puderam escolher o tema, este pode ir de encontro aos seus interesses, gostos e motivações de futuro, sendo para a maioria das formandas um contexto significativo para trabalhar os dados. Isso mostrou ser particularmente benéfico para potenciar o desenvolvimento de conhecimento de natureza conceptual de alguns conceitos estatísticos. Assim, para além de se ter em conta os interesses, gostos e motivações dos formandos durante a sua formação inicial, esta permite a reorganização do seu conhecimento estatístico e proporciona o desafio de ultrapassar as suas concepções erróneas e mal entendidos e que, se não forem trabalhados nessa altura, serão espelhados no ensino do tema. A realização de investigações estatísticas em trabalho colaborativo durante a formação inicial é, por isso, um aspeto a considerar, uma vez que possibilita a partilha de experiências, perspetivas e dificuldades como base para o desenvolvimento de conhecimento estatístico.

Por outro lado, mesmo que isso possa mudar ao longo da formação inicial, os formandos trazem perspectivas bastante vincadas sobre os seus interesses e sobre a atividade futura que pretendem desenvolver. No caso de Dora, por estar particularmente interessada nos primeiros anos (Educação Pré-escolar e 1.º ciclo) isso transmite-se no seu envolvimento em trabalho mais exploratório com os alunos e até na utilização de estratégias decorrentes da experiência em Pré-Escolar (como os alunos sentarem-se em roda no chão). No caso de Mónica, pelo facto de a Matemática ser uma disciplina em que nunca teve dificuldades e por conseguinte perspetivar-se como professora do 2.º ciclo, toma decisões no sentido de conduzir aulas de modo mais tradicional e não parece distinguir o ensino da Estatística do da Matemática. A formação inicial em Estatística tem assim o desafio de perspetivar o ensino deste tema segundo os diferentes níveis que os futuros professores querem seguir, enfatizando o que há em comum e o que distingue os diferentes níveis, assim como, mais importante, o que há em comum e o que distingue a Estatística da Matemática.

Os resultados deste estudo apontam para a grande influência da formação inicial na perspetiva que as formandas desenvolvem do ensino e aprendizagem da Estatística. Por terem realizado uma investigação estatística talvez demasiado orientada nesse momento, estas futuras professoras consideram muitos dos passos que percorrem como obrigatórios, o que revela falta de compreensão da sua parte. Nota-se também que as futuras professoras dão especial atenção às fases de recolha e análise de dados que parecem encarar mais como técnicas obrigatórias do que como meios para responder à questão inicial. Para que os formandos compreendam o que está envolvido numa investigação estatística e para que projetem isso no ensino do tema, é necessário que tenham oportunidade de realizar investigações estatísticas, preferencialmente de tipo escolar, onde todas as etapas são igualmente valorizadas, da formulação do problema às conclusões, e de refletir sobre o sentido geral desta atividade, tal como sugerido por Burgess (2008, 2011), Heaton e Mickelson (2002), Pfannkuch (2008) e Pfannkuch e Ben-Zvi (2011). Uma vez que se preconiza o desenvolvimento das investigações como um meio de desenvolver o conhecimento estatístico de diversos conceitos, os futuros professores têm de ter também essa experiência como alunos. Assim a formação inicial deve dar-lhes oportunidade para desenvolverem o seu conhecimento estatístico, nomeadamente através de investigações, fazendo também uso de processos de questionamento estatístico.

Os resultados deste estudo indicam que foi difícil, tanto a Dora como a Mónica, desenvolverem nos alunos a compreensão e o sentido crítico sobre algumas das fases da investigação estatística. Na origem deste facto podem também estar receios resultantes da inexperiência das formandas e da sua insegurança em conduzir trabalho deste tipo com alunos. Note-se que na sua formação inicial, apesar de o programa da unidade curricular de TMDEP ter uma vertente de didática do tema, esta foi explorada de modo muito limitado. Assim, torna-se fundamental que a aprendizagem da Estatística e da Didática da Estatística pelos futuros professores não decorram em unidades curriculares distintas, mas sim numa mesma unidade curricular, tal como apontado por Groth (2007). A investigação mostra que o desenvolvimento profissional do professor, para ser eficaz, não se pode desligar da função de ensinar. Assim, a par do conhecimento sobre Estatística e sobre investigações estatísticas, tal como sugere Burgess (2011), é importante promover o desenvolvimento do conhecimento didático dos formandos sobre investigações estatísticas, através de vídeos, observação e discussão de artigos sobre o assunto. Vimos, por exemplo, que no caso de Dora a análise de diversas investigações sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística, trouxe fortes benefícios para o desenvolvimento do seu conhecimento didático do tema. Será então necessário que os futuros professores deem atenção ao modo como podem envolver e apoiar os alunos ao longo de todo o processo de investigação e comecem a apreciar como estes aprendem a Estatística (Watson, 2001). As unidades curriculares dos primeiros anos do curso são importantes para criar as bases necessárias, mas dada a natureza complexa da realização de investigações estatísticas em sala de aula, a condução, observação e análise deste tipo de trabalho em contexto real, devidamente enquadrado num dispositivo de supervisão, incluindo o professor cooperante e o professor da instituição de formação, são essenciais. Corre-se o risco das primeiras dificuldades levarem os futuros professores, na fase de indução, a abandonar a abordagem deste tipo de trabalho, de onde decorre a necessidade de um acompanhamento para os ajudar a lidar com essas dificuldades (Makar & Fielding-Wells, 2011), nomeadamente apoiando-os a potenciar as aprendizagens dos alunos nas fases da formulação do problema, de elaboração de um plano e de construção de conclusões, fases estas menos valorizadas em sala de aula.

Não podemos esperar também que o desenvolvimento do professor nesta área termine quando termina a sua formação inicial. Existirão sempre dificuldades e inseguranças

em alguns futuros professores no final do seu programa de formação inicial. No entanto, convém pensar no desenvolvimento destes futuros professores muito para além do final da formação inicial. De maneira a que o conhecimento de Estatística e de Didática da Estatística se continue a desenvolver durante o percurso do professor, é necessário que os futuros professores aprendam a aprender Estatística de forma mais autónoma. Só fornecendo aos futuros professores suporte e recursos para serem utilizados a longo termo, incentivamos a mudança dos métodos de ensino tradicionais (Makar & Fielding-Wells, 2011). Adicionalmente, é importante que os futuros professores assumam mais responsabilidade durante a sua aprendizagem, ajudando-os a desenvolver o pensamento criativo e crítico (Shulman, 1986) e uma atitude de reflexão. A valorização de uma reflexão sobre a prática, em especial sobre a aprendizagem através da análise da prática, nomeadamente sobre potencialidades e limitações de diferentes abordagens no ensino deste tema, pode levar eventualmente a que, no futuro, estes futuros professores se envolvam em processos de formação ao longo da vida, o que pode ajudar a melhorar a sua formação neste campo (Oliveira et al., 2008).

Nos primeiros anos, o objetivo primordial do ensino deste tema é o desenvolvimento da literacia estatística. Para isso, é fundamental que os futuros professores percebam a importância da Estatística na compreensão do mundo e da informação que nos fazem chegar. A realização de investigações estatísticas permite a resolução de problemas da vida real, em contextos significativos, e de modo a desenvolver o questionamento estatístico. No entanto, devem servir como veículo para ensinar o pensamento estatístico e não como uma série de técnicas (MacGillivray & Pereira-Mendoza, 2011), desenvolvendo nos futuros professores o poder de argumentação estatístico e a capacidade de raciocinar sobre os dados (Pfannkuch & Ben-Zvi, 2011). Apesar dos riscos que este estudo aponta para a realização de investigações em sala de aula, com a limitação no desenvolvimento do conhecimento estatístico dos alunos, será importante não desistir do potencial das investigações estatísticas no desenvolvimento de alunos com um poder de cidadania mais consciente e informado.

7.3.2. DESAFIOS PARA A INVESTIGAÇÃO

O estudo realizado mostra que existem lacunas no conhecimento de Estatística e de Didática deste tema dos futuros professores. Algumas dessas falhas são consequência do ensino que tiveram durante a sua formação inicial, pelo que há que repensar o programa da unidade curricular que desenvolve este tema. Para promover uma formação de qualidade, tanto do ponto de vista científico como didático, urge refletir e intervir nos processos formativos, fazendo-se uso de determinadas abordagens, com o desenvolvimento de conceitos centrais. Coloca-se assim a questão de saber que tipo de ensino e que tipo de conceitos estatísticos devem ser encarados como fundamentais na formação inicial em Estatística.

O acompanhamento realizado durante a prática pedagógica foi limitado por contingências ligadas à estruturação dessa prática, para além de que o ensino da Estatística através de investigações estatísticas foi uma perspetiva proposta às formandas e não uma opção destas. Seria interessante investigar, quando são os formandos a tomar a iniciativa, de que modo é que assumem o ensino do tema em sala de aula e que conhecimento estatístico e didático revelam. Fazendo também um estudo longitudinal, acompanhando os futuros professores durante os seus primeiros anos de prática, seria pertinente perceber como é a sua evolução, relativamente ao conhecimento estatístico e didático: O que permanece? Que mudanças se consolidam? Que perspetivas acabam por ser abandonadas? Que conhecimentos se desenvolvem?

Considerando que a formação inicial tem como objetivo dar resposta às necessidades para o ensino básico, fica também a questão de saber qual será o impacto do novo Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (ME, 2013) no ensino deste tema, uma vez que se nota neste documento uma forte desvalorização da utilização de investigações estatísticas em sala de aula.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ainley, J., Jarvis, T., & McKeon, F. (2011). Designing pedagogic opportunities for statistical thinking within inquirybased science. Proceedings of the *Seventh Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Rzeszów, Poland.
- Alarcão, I., Freitas, C. V., Ponte, J. P., Alarcão, J., & Tavares, M. J. F. (1997). *A formação de professores no Portugal de hoje*. (Documento de um grupo de trabalho do CRUP – Conselho de Reitores das Universidades Portuguesas).
- Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina, L., & Nápoles, S. (2006). *A Matemática na formação inicial de professores*. Lisboa: APM e SPCE.
- Almeida, M. R. (2000). *Imagens sobre o ensino e a aprendizagem da estatística*. Tese de mestrado apresentada à Universidade de Lisboa.
- Arnold, P. (2008). What about the P in the PPDAC cycle? An initial look at posing questions for statistical investigation. Paper presented at the *Eleventh International Congress of Mathematics Education (ICME-11)*. Monterrey, Mexico.
- Arteaga, P. (2008). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos*. Tese de mestrado apresentada ao Departamento de Didáctica de la Matemática da Universidade de Granada.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. R., & Gea, M. M. (2012). Evaluación del conocimiento especializado de la estadística en futuros profesores mediante el análisis de un proyecto estadístico: Assessing prospective teachers' specialized

- knowledge of statistics through the analysis of a statistical project. *Educação Matemática Pesquisa*, 14(2), 279-297.
- Associação de professores de matemática (1998). Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática. Lisboa: APM e IIE.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th edition) (pp. 433- 456). New York: MacMillan.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2005). Articulating domains of mathematical knowledge for teaching. Paper presented at the *Annual Meeting of the American Educational Research Associations*, Montral, QC, Canada.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación em Educação Estatística e Departamento de Didáctica de Matemática. Consultado em 14 de dezembro de 2013 através de <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf>
- Batanero, C., & Díaz, C. (2007). Training future statisticians to teach statistics. *Proceeding of ISI 56th Session*, Lisboa, Portugal.
- Batanero, C. & Díaz, C. (2010). Training teachers to teach statistics: what can we learn from research? *Statistique et Enseignement*, 1(1), 5-20
- Batanero, C., & Godino, J. D. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In R. Luengo (Ed.). *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1), 1-19.
- Bernardes, O. (1987). Para uma abordagem do conceito de probabilidade. *Educação e Matemática*, 3, 13-15.

- Bernier, L. (1987). Les conditions de la preuve dans une démarche qualitative à base de récits de vie. *Actas do colóquio da Associação para a investigação qualitativa*. Universidade de Montreal, Canada.
- Biehler, R. (1990). Changing conceptions of statistics: A problem area for teacher education. *Proceedings of the International Statistical Institute Round Table Conference, Training Teachers to Teach Statistics* (pp. 20-38), Budapest, Hungary.
- Biehler, R. (2008). From statistical literacy to fundamental ideas in mathematics: How can we bridge the tension in order to support teachers of statistics. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borko, H. (2004). Professional development and teacher learning: Mapping the terrain. *Educational Researcher*, 33(8), 3-15.
- Borralho, A. (2000). Painel “A estatística no currículo”. In C. Loureiro, O. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da Estatística* (pp. 57-59). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística e Associação de Professores de Matemática.
- Bright, G., & Hoeffner, K. (1993). Measurement, probability, statistics, and graphing. In D. T. Owens (Org.), *Research ideas for the classroom: Middle grades school mathematics* (pp. 78-98). Reston, VA: NCTM.
- Brocardo, J., & Mendes, F. (2001). Processos usados na resolução de tarefas estatísticas. *Quadrante*, 10(1), 33-58.
- Brown, C. & Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 209-239). New York: Macmillan.
- Buche, D. D., & Glover, J. A. (1988). Teaching students to review research as an aid for problema solving. In M. E. Ware & C. L. Brewer (Eds.), *Handbook for*

- teaching statistics and research methods* (pp. 126-129). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Bullough, R. V. (1997). Becoming a teacher: Self and the social location of teacher education. In B. J. Bridlde, T. L. Good, & I. F. Goodson (Eds.), *International handbook of teachers and teaching* (Vol. 1, pp. 79-134). Dordrecht: Kluwer.
- Burgess, T. (2002). Investigating the “data sense” of preservice teachers. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching Statistics*, Cape Town, South Africa: International Association for Statistics Education. Acedido de www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publicatons.
- Burgess, T. (2008). Teacher knowledge for teaching statistics through investigations. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Burgess, T. (2011). Teacher knowledge of and for statistical investigations. *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 259-270). New York: Springer.
- Burrill, G. (2008). Fundamental ideias in teaching statistics and how they affect the training of teachers. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Burrill, G., & Biehler, R. (2011). Fundamental statistical ideas in the school curriculum and in training teachers. In C. Batanero, G. Burrill. & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 57-69). New York: Springer.
- Canavarro, A. P. (2013). Um caso multimédia na formação inicial: contributos para o conhecimento sobre o ensino exploratório da Matemática. *Da Investigação às Práticas*, 3(2), 125–149.
- Carvalho, C. (2006). Olhares sobre a educação estatística em Portugal. In *Anais do SIPEMAT*. Recife: Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco.

- Carvalho, C., & César, M. (2001). Interações entre pares e Estatística: Contributos para o estudo do conhecimento instrumental e relacional. *Quadrante*, 10(1), 3-31.
- Chatzivasilieiou, E., Michalis, I., & Tsaliki, C. (2010). Elementary school students' understanding of concept of arithmetic mean. *Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics*, Ljubljana, Slovenia.
- Chick, H. L., & Pierce, R. U. (2008). Teaching Statistics at the primary school level: Beliefs, affordances, and pedagogical content knowledge. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Clarke, D., Hollingsworth H., & Gorur, R. (2013). Facilitating reflection and action: The possible contribution of video to mathematics teacher education. *Sisyphus, Journal of Education*, 1(3), 94-121.
- Claus, A. (1989). Making Mathematics come alive through a statistics project. In P. R. Trafton & A. P. Shulte (Orgs.), *New directions for elementar school mathematics* (pp. 177-182). Reston, VA: NCTM.
- Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 5-43.
- Cobb, P., & McClain, K. (2004). Principles of instructional design for supporting the development of students' statistical reasoning. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 375-395). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Conference Board of the Mathematical Sciences (2001). *The mathematical education of teachers*. Providence, RI and Washington, DC: American Mathematical Society and Mathematical Association of America.
- Crawford, K. (1992). Applying theory in teacher education: Changing practice in mathematics education. *Proceeding of PME XV* (pp. II/161-168), Durhan, USA.
- Cruzeiro, A. B. (2001). Matemática: a Glosa do Seu Ensino. *O Público*. Acedido de <http://www.apm.pt/apm/noticias1.htm>
- Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(5), 382-393.

- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: NCTM.
- D'Argenzio, M. P. P. (1994). On the psychopedagogical aspects of teaching statistics at the primary school. In L. Brunelli & G. Cicchitelli (Eds.). *Proceedings of the First Scientific Meeting (of the IASE)* (pp. 47-51), Università di Perugia, Italy.
- Davis, G., Gray, E., Simpson, A., Tall, D., & Thomas, M. (2000). What is the object of the encapsulation of a process? *Journal of Mathematical Behaviour*, 18(2), 223-241.
- Davis, B., & Simmt, E. (2006). Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 293-319.
- Deal, T., & Chatman, R. (1989). Learning the ropes alone: Socializing new teachers. *Action in Teacher Education*, 11(1), 21-29.
- delMas, R., Garfield, J., & Ooms, A. (2005). Using assessment items to study students' difficulty reading and interpreting graphical representations of distributions. In K. Makar (Ed.), *Proceedings of the 4th International Research Fórum on Statistical Reasoning, Thinking and Literacy*. University of Auckland.
- Delors, J. (Coord.) (1996). *Educação: um tesouro a descobrir* (Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o século XXI). Porto: Edições ASA.
- Dempsey, J. V., Fisher III, S. H., & Hale, J. B. (1998). Quantitative graphical display use in a Southern U.S. School System. *Research in the Schools*, 5(1), 33-42.
- Direcção-Geral do Ensino Superior (s.d.). *Dados Estatísticos de Candidaturas Anteriores*. Acedido de <http://www.dges.mctes.pt/>
- Duarte, T. O. C. (2004). *A estatística no 1º ciclo: Uma abordagem no 3º ano de escolaridade*. Dissertação de mestrado apresentada à Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.
- Ebby, C. B. (2000). Learning to teach mathematics differently: the interaction between coursework and fieldwork for preservice teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 69-97.

- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. London: Croom Helm.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (ed.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed.). New York: Macmillan (pp. 119-161).
- Espinel, M. C. (2007), Construcción y razonamiento sobre gráficos estadísticos en la formación de profesores (Building and reasoning on statistical graphs in the training of teachers). In M. Camacho, P. Flores, & P. Bolea (Eds.), *Actas del XI Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 99-119). La Laguna, Spain: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Espinel, M. C., Bruno, A., & Plasencia, I. (2008). Statistical graphs in the training of teachers. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Estepa, A. (2008). The training of primary school teachers in stochastics and in stochastic education in Europe. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Estrada, A., Batanero, C., Bázan, J., & Aparício, A. (2009). As atitudes em relação à Estatística em professores: Um estudo comparativo de países. Comunicação apresentada no *XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro*. Vila Real, Portugal.
- Estrada, A., Batanero, C., Fortuny, J. M. & Díaz, M. C. (2005). A structural study of future teachers' attitudes towards statistics. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guissols, Espanha: European Research in Mathematics Education.

- Estrela, T., Esteve, M. & Rodrigues, A. (2002). *Síntese da investigação sobre formação inicial de professores em Portugal*. Porto: Porto Editora, INAFOP, Caderno de Formação de Professores.
- Evangelista, M. B. (2013). Atividades de interpretação de gráficos de barras e linhas: o que sabem os alunos do 5º ano? Actas de las I Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria, Granada, Spain.
- Fabrizio, M. C., López, M. V., & Plencovich, M. C. (2007). Statistics in teacher training colleges in Buenos Aires, Argentina: Assessment and challenges. *Proceeding of ISI 56th Session*, Lisboa, Portugal.
- Fenstermacher, G. D. (1993). The knower and the known: The nature of knowledge in research on teaching. *Review of Research in Education*, 20, 3-56.
- Fernandes, J.A. (2009). Ensino e aprendizagem da Estatística: Realidades e desafios. Comunicação apresentada no *XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro*. Vila Real, Portugal.
- Fernandes, J. A., Alves, M. P., Machado, E. A., Correia, P. F., Rosário, M. A. (2009). Ensino e avaliação das aprendizagens em Estatística. In J. A. Fernandes, F. Viseu, M. H. Martinho & P. F. Correia (Orgs.). *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Fernandes, J. A., & Barros, P. M. (2005). Dificuldades em estocástica de uma futura professora do 1º e 2º ciclos do ensino básico. *Revista Portuguesa de Educação*, 18(1), 117-150.
- Fielding-Wells, J. (2010). Linking problems, conclusions and evidence: Primary students' early experiences of planning statistical investigations. In C. Reading (Ed.), *Proceedings of the Eight International Conference on Teaching Statistics*. Ljubljana, Slovenia: International Association for Statistical Education.
- Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht: Reidel.

- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A preK-12 curriculum Framework*. Alexandria, VA: American Statistical Association. (Também disponível em <http://www.amstat.org/>)
- Friel, S. N., Bright, G. W., Frierson, D., & Kader, G. D. (1997). A Framework for assessing knowledge and learning in statistics (K-8). In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.) *The Assessment Challenge in Statistics Education* (pp. 55-63), IOS Press.
- Friel, S. N., Curcio, F. R., & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Froelich, A. G., Kliemann, W., & Thompson, H. (2008). Changing the statistics curriculum for future and current high school mathematics teachers: A case study. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Garfield, J. (1999). Thinking about statistical reasoning, thinking, and literacy. Paper presented at *First Annula Roundtable on Statistical Thinking, Reasoning, and Literacy* (STRL-1). Tel-Aviv: Weizmann Institute of Science,
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Garfield, J. (1994). Beyond testing and grading: using assessment to improve student learning. *Journal of Statistics Education*, 2(1). Acedido de <http://www.amstat.org/publications/jse/v2n1/garfield.html>
- Garfiel, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396.
- Garfield, J., & Franklin, C. (2011). Assessment of learning, for learning, and as learning in Statistics Education. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 133-145). New York: Springer.

- Gauthier, F. (1987). À la recherche de configurations dans une étude de cas: une rotation d'axes qualitatifs dans un espace de caractéristiques tri-dimensionnelles. *Actas do colóquio da Associação para a investigação qualitativa*. Universidade de Montreal, Canada.
- Gil, E. & Ben-Zvi, D. (2011). Explanations and context in the emergence of students' informal inferential reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 87-108.
- Goldstein, R. (2003). Integrating computers into the teaching of mathematics. In L. Haggarty (Ed.), *Teaching mathematics in secondary schools - A reader* (pp. 143-159). Milton Keynes: Open University.
- Gómez, P., & Rico, L. (2004). Integration of didactical knowledge and mathematical content knowledge in pre-service teacher training. Comunicação apresentada no *ICME 10*. Copenague, Dinamarca.
- González, M. T., Espinel, M. C., & Ainley, J. (2011). Teachers' graphical competence. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 187-197). New York: Springer.
- González, T., & Pinto, J. (2008). Conceptions of four pre-service teachers on graphical representation. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Graham, A. (1987). *Statistical investigations in the secondary school*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Groth, R. E. (2006). An exploration of students' statistical thinking. *Teaching Statistics*, 28(1), 17-21.
- Groth, R. E. (2007). Toward a conceptualization of statistical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(5), 427-437.
- Groth, R. E., & Bergner, J. A. (2006). Preservice elementary teachers' conceptual and procedural knowledge of mean, median, and mode. *Mathematical Thinking and Learning*, 8, 37-63.

- Groth, R. E., & Xu, S. (2011). Preparing teachers through case analyses. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 371-382). New York: Springer.
- Guimarães, G. L. (2002). *Interpretando e construindo gráficos de barras*. Tese de Doutorado apresentada à Universidade Federal de Pernambuco.
- Guimarães, G., Gitirana, V., Marques, M., & Anjos, D. (2010). The concept of mean by primary school students. *Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics*. Ljubljana, Slovenia.
- Hall, J. (2008). Using census at school and TinkerPlots to support Ontario elementary teachers' statistics teaching and learning. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Heaton, R. M., & Mickelson, W. T. (2002). The learning and teaching of statistical investigation in teaching and teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(1), 35-59.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in Mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Hiebert, J., Morris, A. K., & Glass, B. (2003). Learning to learn to teach: An "experiment" model for teaching and teacher preparation in mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 201-222.
- Hill, H. C., & Ball, D. L. (2004). Learning mathematics for teaching: Results from California's mathematics Professional development institutes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 330-351.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.

- Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, 26(4), 430-511.
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.
- Holmes, P. (1994). Teaching statistics at school level in some european countries. In L. Brunelli & G. Cicchitelli (Eds.). *Proceedings of the First Scientific Meeting (of the IASE)* (pp. 3-11), Università di Perugia, Italy.
- Holmes, P. (1997). Assessing project work by external examiners. In I. Gal & J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 153-164). Amsterdam: IOS Press and International Statistical Institute.
- Holmes, P. (2000). What sort of statistics should be taught in schools: And why? In C. Loureiro, F. Oliveira, & L. Brunheira (Orgs.). *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 49-56). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística e Associação de Professores de Matemática.
- Howe, R. (1999). Kowing and teaching elementary mathematics. *American Mathematical Society*, 46(8), 881-887.
- Innabi, H. (2008). Teacher training program on teaching arithmetic mean by using the visual approach – A case study. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Jacobbe, T. (2008). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Jacobbe, T. (2012). Elementary school teachers' understanding of the mean and median. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10, 1143-1161.

- Jacobsen, E. (1989). Why in the world we teach statistics? In R. Morris (Ed.), *Studies in mathematics education: The teaching of statistics* (pp. 7-18). Paris: UNESCO.
- Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational Researcher*, 33 (7) 14-26.
- Kader, G., & Perry, M. (1994). Learning statistics with technology. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 1(2), 130-136.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Konold, C., & Higgins, T. (2003). Reasoning about data. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. E. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp.193-215). Reston, VA: NCTM.
- Krajcik, J., Blumenfeld, P. C., Marx, R. W., Bass, K. M., Fredricks, J., & Soloway, E. (1998). Inquiry in project-based science classrooms: Initial attempts by middle school students. *Journal of the Learning Sciences*, 7(3-4), 313-350.
- Lampert, M. (2001). *Teaching Problems and the Problems of Teaching*. New Haven: Yale University Press.
- Lampert, M. & Ball, D. (1998). *Teaching, multimedia, and mathematics: Investigations of real practice*. New York: Teachers College Press.
- Lavigne, N. C., & Lajoie, S. P. (2007). Statistical reasoning of middle school children engaged in survey inquiry. *Contemporary Educational Psychology*, 32, 630-666.
- Leavy, A. M. (2006). Using data comparison to support a focus on distribution: Examining preservice teacher's understandings of distribution when engaged in statistical inquiry. *Statistics Education Research Journal*, 5(2), 89-114.
- Leavy, A. (2010). Teaching statistics at the primary level: Identifying obstacles and challenges in teacher preparation from looking at teaching. *Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics*, Ljubljana, Slovenia.
- Leavy, A., & O'Loughlin, N. (2006). Preservice teacher understanding of the mean: Moving beyond the arithmetic average. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 53-90.

- Lee, H. S., & Hollebrands, K. F. (2008). Preparing to teach data analysis and probability with technology. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (1994). *Investigação qualitativa: Fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Lewis, C. C., Perry, R. R., & Hurd, J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: a theoretical model and North American case. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 285-304.
- Lidjedahl, P., Chernoff, E., & Zazkis, R. (2007). Interweaving mathematics and pedagogy in task design: a tale of one task. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 239-249.
- Lipson, K., & Kokonis, S. (2005). The implications of introducing report writing into an introductory statistics subject. In L. Weldon & B. Phillips (Eds.), *Proceedings of the ISI/IASE Satellite on Statistics Education and the Communication of Statistics*. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Llinares, S. (1995). Del conocimiento sobre la enseñanza para el profesor al conocimiento del profesor sobre la enseñanza: Implicaciones en la formación de profesores de matemáticas. In L. Blanco & V. Mellado (Coord.), *La formación del profesorado de ciências y matemáticas en España y Portugal* (pp. 153-171). Badajoz, España: Universidad de Extremadura.
- Llinares, S. (2013). professional noticing: a component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus, Journal of Education*, 1(3), 76-93.
- Llinares, S., & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (429-459). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Long, C. (2005). Maths concepts in teaching: procedural and conceptual knowledge. *Pythagoras*, 62, 59-65.

- Lopes, C. (1998). *A Probabilidade e a Estatística no ensino fundamental: Uma análise curricular*. Tese de mestrado apresentado à Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Machado, S. D. (1999). *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC.
- MacGillivray, H. & Pereira-Mendoza, L. (2011). Teaching statistical thinking through investigative projects. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 109-120). New York: Springer.
- MacKay, R. J., & Oldford, W. (1994). *Stat231 course notes*. Waterloo, Canada: University of Waterloo.
- Makar, K. (2008). A model of learning to teach statistical inquiry. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Makar, K. & Fielding-Wells, J. (2011). Teaching teachers to teach statistical investigations. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 347-358). New York: Springer.
- Makar, K., & Rubin, A. (2009). A framework for thinking about informal statistical inference. *Statistics Education Research Journal*, 8(1), 82-105.
- Marshall, C., & Rossman, G., (2006). *Designing qualitative research*. Thousand Oaks California: Sage Publications.
- Martins, C., Pires, M. V., & Barros, P. M. (2009). Conhecimento estatístico: Um estudo com futuros professores. Comunicação apresentada no *XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro*, Vila Real, Portugal.

- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: Ministério da Educação e Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Masingila, J. O., & Doerr, H. M. (2002). Understanding pre-service teachers' emerging practices through their analyses of a multimedia case study of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 235-263.
- Masnick, A. M., Klahr, D., & Morris, B. J. (2007). Separating signal from noise: Children's understanding of error and variability in experimental outcomes. In M. Lovett & P. Shah (Eds.), *Thinking with data* (pp. 3-26). New York: Erlbaum.
- Menezes, L., & Ferreira, R. A. T. (2009). O professor de matemática: formação inicial e desenvolvimento profissional, Lisboa, 2009. Acedido de http://www.esv.ipv.pt/mat1ciclo/episodios%20de%20sala%20de%20aula/Formacao%20profs/XXSIE_M_S1_0_MenezesAntonia.pdf
- Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Ministério da Educação (1990). *Programa do 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Editorial do Ministério de Educação.
- Ministério da Educação (1991a). *Organização curricular e programas (2.º Ciclo do Ensino Básico)*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.
- Ministério da Educação (1991b). *Organização curricular e programas (3.º Ciclo do Ensino Básico)*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular, Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2013). *Programa e Metas Curriculares em Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Autor.
- Monteiro, C. (2009). Que conhecimentos são necessários para se ensinar a média aritmética? Comunicação apresentada no *XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática: Números e Estatística: Reflectindo no Presente, Perspectivando o Futuro*, Vila Real, Portugal.

- Monteiro, C., & Ainley, J. (2006). Student teachers interpreting media graphs. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education.
- Monteiro, C., Costa, C., & Costa, C. (2004). Competências matemáticas à saída da formação inicial. In A. Borralho, C. Monteiro & R. Espadeiro (Eds.) *A Matemática na Formação do Professor*. (pp. 169-196). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Moore, D., & Cobb, G. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801-823.
- Morais, A. M. & Neves, I. P. (2007). Fazer investigação usando uma abordagem metodológica mista. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 75-104.
- Morris, A. K. (2006). Assessing pre-service teachers' skills for analyzing teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 471-505.
- Mulekar, M. S. (2007). Preparing teachers of Statistics in the United States. *Proceeding of ISI 56th Session*, Lisboa, Portugal.
- Murray, S., & Gal, I. (2002). Preparing for diversity in statistics literacy: Institutional and educational implications. In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics*. Cape Town: International Statistics Institute.
- Nathan, M. J. & Bieda, K. N. (2006). What gesture and speech reveal about students' interpretations of cartesian graphs: Perceptions can bound thinking. *WCER working paper n.º. 2006-2*. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for the School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Governors Association Center for Best Practices & Council of Chief State School Officers. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: Authors.

- National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Nicholson, J., & Darnton, C. (2003). Mathematics teachers teaching statistics: What are the challenges for the classroom teacher? *Proceedings of the ISI 54th Session*. Berlin, Germany.
- Novaes, M. H. (1968). O valor do diagnóstico na educação. *Boletim da SPRGS*, 3(5), 67-80.
- Nóvoa, A. (1991). A formação contínua entre a pessoa-professor e a organização-escola. *Inovação*, 4(1), 63-76.
- Nóvoa, A. (2001). O professor pesquisador e reflexivo. *Salto para o futuro*. Acedido de <http://www.tvbrasil.org.br/saltoparaofuturo/>
- Nóvoa, A. (2006). Entrevista: pela Educação, com António Nóvoa. *Saber (e) Educar*, 11, 111-126. Acedido de <http://repositorio.esept.pt/handle/10000/14>
- Nóvoa, A. (2009). *Professores, Imagens do futuro presente*. Lisboa: EDUCA.
- Nunes, F. (1989). As probabilidades da estatística. *Educação e Matemática*, 9, 1-2.
- Olfos, R., & Estrella, S. (2010). Chilean primary teachers challenged to build PCK for statistics. *Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics*, Ljubljana, Slovenia.
- Oliveira, A., Paranaíba, P., Kataoka, V., Souza, A., Fernandes, F., & Oliveira, M. (2008). Statistics teaching for prospective teachers of mathematics: Reflections and perspectives. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Oliveira, G. (2001). Educação para a Passividade? *O Público*. Acedido de <http://www.apm.pt/apm/noticias1.htm>
- Oliveira, H. (2004). Percursos de identidade do professor de Matemática em início de carreira: O contributo da formação inicial. *Quadrante*, 13 (1), 115-145.
- Paparistodemou, E., & Meletiou-Mavrotheris, M. (2008). Developing young students' informal inference skills in data analysis. *Statistics Education Research Journal*,

- 7(2), 83-106.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*. New York, NY: Basic Books.
- Park, S., & Oliver, J. (2008). Revisiting the conceptualization of pedagogical content knowledge (PCK): PCK as a conceptual tool to understand teachers as professionals. *Research in Sciences Education*, 38, 261-284.
- Pereira-Mendoza, L., & Swift, J. (1992). Why teach statistics and probability - a rationale. In A. Shulte & J. Smart (Eds.), *Teaching statistics and probability, Yearbook 1981* (4^a ed., pp 1-7). Virginia: NCTM.
- Peterson, B. E., & Williams, S. R. (2008). Learning mathematics for teaching in the student teaching experience: two contrasting cases. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 459-478.
- Pfannkuch, M. (2008). Training teachers to develop statistical thinking. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*.
- Pfannkuch, M., & Ben-Zvi, D. (2011). Developing Teachers' Statistical Thinking. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 323-333). New York: Springer.
- Pierce, R., & Chick, H. (2013). Workplace statistical literacy for teachers: interpreting box plots. *Mathematics Education Research Journal*, 25(2), 189-205.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Ponte, J. P. (1994a). Mathematics teachers' Professional knowledge. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the PME XVIII* (Vol. I, pp. 195-210). Lisboa, Portugal.
- Ponte, J. P. (1994b). O estudo de caso na investigação em educação matemática. *Quadrante*, 3(1), 3-18.

- Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In *Actas do Profmat* (pp. 27–44). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2001). Investigating mathematics and learning to teach mathematics. In F. L. Lin & T. J. Cooney (Orgs.), *Making sense of mathematics teacher education* (pp. 53-72). Dordrecht: Kluwer.
- Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *Mathematics Education*, 39, 419-430.
- Ponte, J. P. (2011). Preparing teachers to meet the challenges of Statistics Education. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICM/IASE Study* (pp. 299-309). New York: Springer.
- Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (Coord.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Barcelona, España: Graó.
- Ponte, J. P. (2014). Formação do professor de Matemática: Perspetivas atuais. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática* (pp. 351-368). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P., & Brunheira, L. (2001). Analysing practice in preservice mathematics teacher education. *Mathematics Teacher Education and Development*, 3, 16-27.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and future*. (pp. 461-494). Rotterdam: Sense.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 225-263). New York, NY: Routledge.
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2015). Prospective Mathematics Teachers' Learning and Knowledge for Teaching. In L. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed.) New York, NY: Routledge/Taylor & Francis.

- Ponte, J. P., & Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da estatística: Análise comparativa de três países. *Quadrante*, 10(1), 93-115.
- Ponte, J. P., Januário, C., Ferreira, I. C., & Cruz, I. (2000). *Por uma formação inicial de professores de qualidade*. (Documento de trabalho do CRUP – Conselho de Reitores das Universidades Portuguesas).
- Ponte, J. P., Mata-Pereira, J., Quaresma, M. (2013). Ações do professor na condução de discussões matemáticas. *Quadrante*, 22(2), 55-81.
- Ponte, J. P., & Oliveira, H. (2002). Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista da Educação*, 11(2), 145-163.
- Ponte, J. P., Oliveira, H., Cunha, H., & Segurado, I. (1998). *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.
- Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. In GTI (Org.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11-41). Lisboa: APM.
- Pratt, D., Davies, N., & Connor, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics - Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 97-107). New York: Springer.
- Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (2015). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In R. C. Kadosh & A. Dowker (Eds.), *Oxford Handbook of Numerical Cognition* (pp. 1102-1118). Oxford, UK: Oxford University Press.
- Roldão, M. C. (2007). Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional. *Revista Brasileira de Educação*, 12(34), 94-103.
- Rowland, T. (2013). the knowledge quartet: the genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Sisyphus, Journal of Education*, 1(3), 14-43.
- Salomon, G. (1991). Transcending the qualitative-quantitative debate: The analytic and systemic approaches to educational research. *Educational Researcher*, 20(6), 10-18.

- Sánchez, V., & Garcia, M. (2008). What to teach and how to teach it: Dilemmas in primary mathematics teacher education. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education: Volume 4. Mathematics teacher educator as a developing practitioner* (pp. 63-88). Rotterdam: Sense Publishers.
- Sánchez, V., Llinares, S., García, M., & Escudero, I. (2000). La formación de profesores de primaria desde la didáctica de las matemáticas. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 43-44(28), 143-146.
- Santagata, R., Zannoni, C., & Stigler, J. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 123-140.
- Scheaffer, R. (2000). Statistics for a new century. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Orgs.), *Learning mathematics for a new century* (pp. 158-173). Reston, VA: NCTM.
- Scheaffer, R. L., Watkins, A. E., & Landwehr, J. M. (1998). What every high-school graduate should know about statistics. In S. P. Lajoie (Ed.), *Reflections on statistics: Learning, teaching, and assessment in grades K-12* (pp. 3-31). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schön, D. (1983). *The reflective practitioner*. New York: Basic Books.
- Serrazina, L. (2012). Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 266-283. Acedido de <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/viewFile/355/162>.
- Shaffer, D. W., & Serlin, R. C. (2004). What good are statistics that don't generalize? *Educational Research*, 33(9), 14-25.
- Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 957-1009). Greenwich, CT: Information Age Publishing and NCTM.

- Shaughnessy, J. M., Ciancetta, M., Best, K., & Canada, D. (2004). Students' attention to variability when comparing distributions. Paper presented at the *Research Presession of the 82nd Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics*, Philadelphia, PA, USA.
- Sheaffer, R. (2001). Quantitative Literacy and Statistics. *Amstat News* 293, 3-4.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.
- Shulte, A., & Smart, J. (1992) Prefácio. In A. Shulte & J. Smart (Eds.), *Teaching statistics and probability, Yearbook 1981* (4^a ed.). Virginia: NCTM.
- Silva, M. C. (1997). O primeiro ano de docência: O choque com a realidade. Em M. T. Estrela (Ed.), *Viver e construir a profissão docente* (pp. 51-80). Porto: Porto Editora.
- Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Snee, R. D. (1993). What's missing in statistical education? *The American Statistician*, 47, 149-54.
- Sorto, A. M. (2007). Assessing the knowledge of future middle school teachers in statistics by lesson design. *Proceedings of the International Association of Statistics Education Conference on Assessing Student Learning in Statistics*, Guimarães, Portugal.
- Sorto, A., & White, A. (2004). *Statistical Knowledge for Teaching*. Comunicação apresentada no ICME 10, Copenhagen 2004.
- Sousa, O. (2002). *Investigações estatística no 2º ciclo do ensino básico*. Tese de mestrado apresentada à Universidade de Lisboa.
- Spitzer, S., Phelps, C., Beyers, J., Johnson, D. Y., & Sieminski, E. (2010). Developing prospective elementary teachers' abilities of identify evidence of student mathematical achievement. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 67-87.
- Stake, R. E. (1978). The case study method in social inquiry. *Educational Researcher*, 7(2), 5-8.

- Steele, M. D., Hillen, A. F., & Smith, M. S. (2013). Developing mathematical knowledge for teaching in a methods course: the case of function. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 451-482.
- Steen, L. A., ed (2001). *Mathematics and Democracy: The case for Quantitative Literacy*. Prepared by the National Council on Education and the Disciplines. Princeton.
- Steinbring, H. (1990). The nature of stochastic knowledge and the traditional mathematics curriculum – Some experience with in-service training and developing materials. *Proceedings of the International Statistical Institute Round Table Conference, Training Teachers to Teach Statistics* (pp. 2-19), Budapest, Hungary.
- Stockero, S. L. (2008). Using a video-based curriculum to develop a reflective stance in prospective mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11, 373-394.
- Stohl, H. (2005). Probability in teacher education and development. In G. Jones (Ed.). *Exploring probability in schools: Challenges for teaching and learning* (pp. 345-366). New York: Springer.
- Sullivan, P. (2003). Incorporating knowledge of, and beliefs about, mathematics into teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 293-296.
- Sullivan, P. (2008). Knowledge for teaching mathematics: An introduction. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.), *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Volume 1. Knowledge and Beliefs in Mathematics Teaching and Teaching Development* (pp. 1-9). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Sullivan, P. (2009). Describing experiences that enrich mathematics teacher learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12, 231-234.
- Sullivan, P., Clarke, D. & Clarke, B. (2009). Converting Mathematics tasks to learning opportunities: An important aspect of knowledge for mathematics teaching. *Mathematics Education Research Journal*, 21(1), 85-105.
- Torres, A. C. R., & Sandoval, H. P. (2009). La construcción del conocimiento didáctico matemático al utilizar software educativos. *Paradigma*, 30(1), 169-182.

- Vacc, N., & Bright, G. (1999). Elementary preservice teachers' changing beliefs and instructional use of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 89-110.
- Watson, J. M. (1997). Assessing statistical literacy through the use of media surveys. In I. Gal & J. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 107-121). Amsterdam, The Netherlands: International Statistical Institute/IOS Press.
- Watson, J. M. (2001). Profiling teachers' competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of data and chance. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 305-337.
- Watson, J. M. (2006). Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Watson, J. M., Callingham, R. A., & Donne, J. M. (2008). Establishing PCK for teaching statistics. In C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.), *Proceedings of the ICMI Study 18 and 2008 IASE Round Table Conference*. Monterrey, Mexico.
- Weinstein, C. (1988). Preservice teachers' expectations about the first year of teaching. *Teaching and Teacher Education*, 4, 31-40.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Wood, D., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17, 89-100.
- Wu, H. (1997). *On the education of mathematics majors*. Consultado em 7 de Agosto de 2010 através de <http://math.berkeley.edu/~wu/>
- Yin, R. (1989). *Case study research: Design and methods* (Ed. rev.). Newbury Park, CA: Sage Publishing.
- Zacks, J., & Tversky, B. (1999). Bars and lines: A study of graphic communication. *Memory & Cognition*, 27(6), 1073-1079.

Zaskis, R., Leikin, R., & Jolfaee, S. C. (2011). Contributions of “Mathematics for elementary teachers” courses to teaching: Prospective teachers’ views and examples. *Mathematics Teacher Education and Development*, 13(2), 3-21.

ANEXOS

ANEXO 1. PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO À ESES PARA ESTUDO-PILOTO

Exma. Sra. Directora da Escola Superior de Educação de Santarém

[REDACTED]

Eu, Raquel Santos, docente do Departamento de Ciências Matemáticas e Naturais no presente ano lectivo, equiparada a assistente do 1.º triénio, venho por este meio informar V. Exa. do projecto de investigação que irei desenvolver na Escola Superior de Educação de Santarém. No ano lectivo de 2009/10, iniciei a frequência no Programa Doutoral em Educação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, na área de especialização de Didáctica da Matemática.

O estudo a realizar tem como título “O conhecimento da Estatística e da sua didáctica de futuros professores e educadores de infância” e o seu principal objectivo é diagnosticar os conhecimentos e capacidades que os futuros professores e educadores de infância possuem sobre Estatística e a sua didáctica após frequentarem a disciplina de Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades. Para tal, no ano lectivo de 2009/10 será feito um teste piloto, constituído por um teste diagnóstico, [REDACTED]. Posteriormente, no ano 2010/2011 será aplicado um teste diagnóstico [REDACTED] e será realizada uma entrevista a alguns dos referidos alunos.

O desenvolvimento desta investigação não trará qualquer prejuízo para os formandos do Curso de Educação Básica pois será salvaguardado o anonimato dos participantes e será também garantida a fidelidade com que os dados serão apresentados. Além disto, espera-se que os resultados deste estudo exploratório sejam uma contribuição válida para a formação inicial de professores nas escolas superiores de educação no que concerne aos conhecimentos quer matemáticos quer didácticos no campo da Estatística.

Antecipadamente grata pela colaboração de todos os intervenientes neste processo.

Santarém, 19 de Dezembro de 2009

A docente

Raquel Santos

ANEXO 2. PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO À ESES PARTICIPANTE

Exmo. Sr. Director da Escola Superior de Educação de Santarém

Eu, Raquel Santos, docente do Departamento de Ciências Matemáticas e Naturais no presente ano lectivo, equiparada a assistente do 1.º triénio, venho por este meio informar V. Exa. do projecto de investigação que irei desenvolver na Escola Superior de Educação de Santarém. No ano lectivo de 2009/10, iniciei a frequência no Programa Doutoral em Educação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, na área de especialização de Didáctica da Matemática.

O estudo a realizar tem como título “O conhecimento da Estatística e da sua didáctica de futuros professores e educadores de infância” e o seu principal objectivo é compreender os conhecimentos e capacidades que os futuros professores e educadores de infância possuem sobre Estatística e a sua didáctica quando terminam a sua licenciatura. Para tal, no ano lectivo de 2009/10 foi feito um questionário piloto, constituído por um teste diagnóstico, [REDACTED]. No presente ano lectivo, 2010/2011, será aplicado esse questionário revisto [REDACTED]. Posteriormente, no próximo ano lectivo, alguns desses alunos serão seguidos no mestrado que habilita para a docência de modo a estudar os seus conhecimentos e capacidades em acção, através da observação de aulas e de entrevistas aos mesmos.

O desenvolvimento desta investigação não trará qualquer prejuízo para os formandos do Curso de Educação Básica pois será salvaguardado o anonimato dos participantes e será também garantida a fidelidade com que os dados serão apresentados. Além disto, espera-se que os resultados deste estudo exploratório sejam uma contribuição válida para a formação inicial de professores nas escolas superiores de educação no que concerne aos conhecimentos quer matemáticos quer didácticos no campo da Estatística.

Antecipadamente grata pela colaboração de todos os intervenientes neste processo.

Santarém, 10 de Janeiro de 2011

A docente

Raquel Santos

ANEXO 3. PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AO CONSELHO CIENTÍFICO DA ESES

Exmos. Srs. Membros do Conselho Científico da Escola Superior de Educação de Santarém

Eu, Raquel Santos, docente do Departamento de Ciências Matemáticas e Naturais no presente ano letivo, equiparada a assistente do 1.º triénio, venho por este meio informar V. Exas. do projeto de investigação que irei desenvolver na Escola Superior de Educação de Santarém. No ano letivo de 2009/10, iniciei a frequência no Programa Doutoral em Educação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, na área de especialização de Didática da Matemática.

O estudo a realizar tem como título “O conhecimento da Estatística e da sua didática de futuros professores e educadores de infância” e o seu principal objetivo é compreender os conhecimentos e capacidades que os futuros professores e educadores de infância possuem sobre Estatística e a sua didática quando terminam a sua licenciatura.

Para tal, no ano letivo de 2009/10 foi feito um questionário piloto, constituído por um teste diagnóstico, aos alunos do último ano da licenciatura em Educação Básica nesse ano letivo.

No ano letivo 2010/2011 os alunos do 2.º ano dessa licenciatura elaboraram um relatório escrito de um investigação estatística na unidade curricular de Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades que vai ser analisado.

No passado ano letivo, 2011/2012, foi aplicado o questionário revisto aos alunos que frequentavam o último ano dessa licenciatura.

Neste ano letivo, 2012/2013, irei escolher alunos que participaram na recolha de dados do ano anterior e que se encontram num dos mestrados que habilitam para a docência da ESES para serem casos, de modo a poder estudar os seus conhecimentos e capacidades em ação. Consequentemente, durante o 2.º semestre, precisarei de seguir os docentes das unidades curriculares de prática pedagógica dos 3 mestrados que habilitam para a docência de modo a conseguir autorização por parte dos respetivos locais de prática pedagógica, a informar-me acerca do plano anual de Matemática na escola (quando existente) e a pedir autorização aos encarregados de educação das crianças das escolas envolvidas de maneira a proceder a gravações vídeo de algumas aulas. Relativamente aos alunos escolhidos como casos, vai ser necessário que os mesmos participem em entrevistas (uma entrevista inicial, uma entrevista antes e depois de cada aula observada, e uma entrevista final), que consigam lecionar o tema de Estatística durante a sua prática pedagógica e que permitam a minha observação nas aulas em que o fizerem.

O desenvolvimento desta investigação não trará qualquer prejuízo para os formandos da Licenciatura em Educação Básica e dos Mestrados que habilitam para a docência, pois será salvaguardado o anonimato dos participantes e será também garantida a fidelidade com que os dados serão apresentados. Além disto, espera-se que os resultados desta investigação sejam uma contribuição válida para a formação inicial de professores nas escolas superiores de educação no que concerne aos conhecimentos quer matemáticos quer didáticos no campo da Estatística.

Antecipadamente grata pela colaboração de todos os intervenientes neste processo.

Santarém, 30 de agosto de 2012

A docente

Raquel Santos

ANEXO 4. QUESTIONÁRIO DE CARACTERIZAÇÃO DOS PARTICIPANTES

Dados do Formando:

1. Nome: _____
2. Género: ☐ Feminino ☐ Masculino
3. Email: _____
4. Data de Nascimento (DD/MM/AAAA): ____ / ____ / ____
5. Habilitações Literárias (ciclo completo):
☐ 1.º Ciclo ☐ 2.º Ciclo ☐ 3.º Ciclo ☐ Ensino Secundário ☐ Ensino Superior
6. Número de Aluno: _____

Percorso Escolar até à Entrada no Ensino Superior:

7. Qual foi o último ano em que frequentou a disciplina de Matemática?
☐ 9.º Ano ☐ 10.º Ano ☐ 11.º Ano ☐ 12.º Ano
8. Em que ano lectivo isso aconteceu (AAAA/AAAA)? ____ / ____
9. Que classificação obteve a Matemática no 9.º Ano? ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5
10. No caso de ter frequentado a disciplina de Matemática no Ensino Secundário:
- 10.1. Qual o nome da disciplina que frequentou?
☐ Matemática A ☐ Matemática B ☐ MACS
☐ Métodos Quantitativos ☐ Outra. Qual? _____
- 10.2. Que classificação obteve no último ano em que frequentou uma disciplina de Matemática?

11. Como caracteriza a sua relação com a Matemática até à Entrada no Ensino Superior?

Percorso Académico do Formando no Ensino Superior:

12. Qual o contingente de entrada na Licenciatura em Educação Básica:
☐ Concurso Nacional de Acesso ao Ensino Superior ☐ Maiores de 23
☐ Mudança ou Transferência de Curso ☐ Outro. Qual? _____
13. Em que regime frequenta a Licenciatura em Educação Básica:
☐ Diurno ☐ Pós-Laboral
14. Como caracteriza a sua relação com a Matemática durante a Licenciatura em Educação Básica?

15. Usufrui do estatuto de trabalhador/estudante? ☐ Sim ☐ Não
16. A Licenciatura em Educação Básica era a sua 1ª escolha? ☐ Sim ☐ Não
17. Indique a sua situação relativamente às unidades curriculares de Matemática durante a Licenciatura:

	Não Frequentou	Está a Frequentar	Frequentou e foi Aprovado	Frequentou e foi Reprovado
Fundamentos do Conhecimento Matemático e Introdução à Teoria dos Números	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Classificação: _____	<input type="checkbox"/>
Números e Operações	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Classificação: _____	<input type="checkbox"/>
Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Classificação: _____	<input type="checkbox"/>
Geometria, Grandezas e Medida	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Classificação: _____	<input type="checkbox"/>
Informática no Ensino da Matemática	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Classificação: _____	<input type="checkbox"/>
Laboratório de Matemática	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Classificação: _____	<input type="checkbox"/>
Álgebra e Funções	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Classificação: _____	<input type="checkbox"/>
Ensino e Aprendizagem da Matemática	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/> Classificação: _____	<input type="checkbox"/>

18. Depois de concluída a Licenciatura em Educação Básica, tem intenção de prosseguir os estudos frequentando um mestrado que habilite para a docência?

☐ Sim ☐ Não

19. Caso pretenda frequentar um mestrado após a Licenciatura:

19.1. Caso pretenda um mestrado que habilita para a docência, qual a sua preferência?

- ☐ Mestrado em Educação Pré-Escolar
☐ Mestrado em Educação Pré-Escolar e em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
☐ Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico
☐ Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico

19.2. Caso pretenda um mestrado diferente dos anteriores, qual a sua preferência?

20. Qual a preferência quanto ao nível de ensino onde pretende ensinar no futuro?

☐ Pré-Escolar ☐ 1.º Ciclo ☐ 2.º Ciclo

ANEXO 5. PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AOS ALUNOS PARTICIPANTES

Pedido de autorização

Caro(a) aluno(a) da licenciatura de Educação Básica
da Escola Superior de Educação de Santarém

No ano lectivo de 2009/10, iniciei a frequência no Programa Doutoral em Educação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, na área de especialização de Didáctica da Matemática. O tema que pretendo desenvolver na minha investigação é “O conhecimento da Estatística e da sua didáctica de futuros professores e educadores de infância”.

O estudo que me proponho realizar tem como principal objectivo compreender os conhecimentos e capacidades que os futuros professores e educadores de infância possuem sobre Estatística e a sua didáctica no final da Licenciatura e quando iniciam o Mestrado que habilita para a docência. A principal implicação desta investigação será o aperfeiçoamento do ensino e da aprendizagem da Estatística no Ensino Superior e, consequentemente, no Jardim de Infância e Ensino Básico. Para tal, serão aplicados questionários aos alunos do 3.º ano da licenciatura em Educação Básica e analisados os relatórios das investigações estatísticas efectuados pelos mesmos na unidade curricular de Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades. Posteriormente serão escolhidos alguns destes alunos que serão seguidos no 1.º ano de Mestrado (no ano lectivo de 2011/12), através de entrevistas e observação de aulas.

A primeira fase de recolha de dados tem agora início pelo que solicito a sua colaboração nesta investigação. A sua participação abrange a resposta a um questionário de caracterização e a um questionário de compreensão do conhecimento. Caso seja escolhido para a fase seguinte da recolha de dados, a sua participação abrange entrevistas e observação de aulas durante o Mestrado. Solicito, assim, a autorização para utilizar os dados recolhidos garantindo a protecção da sua identidade e a fidelidade com que os dados serão apresentados.

Antecipadamente grata pela colaboração de todos os intervenientes neste processo.

Santarém, 1 de Março de 2011

A docente do Núcleo de Ciências Matemáticas e Naturais

(Raquel Santos)

Declaração

Eu, _____, aluno(a) do 3.º ano da Licenciatura em Educação Básica da ESE de Santarém, com o número _____,

confirmando ter tomado conhecimento do objectivo do projecto de investigação que a docente Raquel Santos se propõe desenvolver nos anos lectivos de 2010/11 e 2011/12 e autorizo a utilização dos dados recolhidos no âmbito da investigação.

Santarém, ____ de _____ de 2011

O aluno _____

ANEXO 6. AUTORIZAÇÃO DO MINISTÉRIO DE EDUCAÇÃO

Exmo(a)s. Sr(a)s.

O pedido de autorização do inquérito n.º 0197700007, com a designação *Observação de aulas em algumas escolas públicas que tenham acordo para realização de estágios das unidades curriculares de prática pedagógica com a Escola Superior de Educação de Santarém no âmbito dos 3 mestrados que habilitam para a docência*, registado em 21-12-2012, foi aprovado.

Avaliação do inquérito:

Exmo(a) Senhor(a) Dr(a) Raquel Filipa Marques dos Santos. Venho por este meio informar que o pedido de realização de inquérito em meio escolar é autorizado uma vez que, submetido a análise, cumpre os requisitos, devendo atender-se às observações aduzidas. Com os melhores cumprimentos. ■■■■

■■■■, Diretor de Serviços de Projetos Educativos DGE

Observações:

- a) A realização do Inquérito fica sujeita a autorização prévia da Direção do Agrupamento/Escolas.
- b) Dado que na investigação se obtêm dados pessoais para uso e tratamento em trabalho académico, exige-se a garantia de anonimato, confidencialidade e proteção dos mesmos. Deverá ser obtido o consentimento informado e a respetiva autorização dos inquiridos para realização do estudo e bem assim dos próprios alunos pelos seus representantes legais (menos de 18 anos). As autorizações assinadas pelos EE devem ficar em poder da Escola à qual pertencem os alunos.

Pode consultar na Internet toda a informação referente a este pedido no endereço <http://mime.gepe.min-edu.pt>. Para tal terá de se autenticar fornecendo os dados de acesso da entidade.

ANEXO 7. AUTORIZAÇÃO DA COMISSÃO NACIONAL DE PROTEÇÃO DE DADOS



Proc. N.º: 11478/2012 | 1

AUTORIZAÇÃO N.º 9932 /2012

I. Do Pedido

Raquel Filipa Marques dos Santos, no âmbito da sua Tese de Doutoramento, notificou à CNPD um tratamento de dados pessoais com a finalidade de elaborar um estudo observacional sobre "O conhecimento da Estatística e da sua didática de futuros professores e educadores de infância".

Serão incluídos no estudo os alunos aprovados na unidade curricular Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades na modalidade de avaliação contínua no ano 2010/2011 na Escola Superior de Educação de Santarém.

A participação no estudo consiste na resposta a um conjunto de questionários de autopreenchimento pelos alunos do 3.º ano de Licenciatura, assim como na gravação de entrevistas a alguns alunos do 1.º ano de Mestrado e gravação áudio e vídeo das suas aulas, no local de estágio das unidades curriculares de Prática Pedagógica ou Prática de Ensino Supervisionada.

Os questionários serão nominativos, para que sejam associados aos alunos aleatoriamente escolhidos para a gravação das aulas.

A investigadora solicitará consentimento informado aos titulares dos dados e aos representantes legais dos menores, no caso da gravação áudio e vídeo das suas aulas, que conservará em lugar de acesso reservado.

Os dados serão recolhidos num caderno de recolha de dados em formato papel, bem como através da gravação em formato áudio-vídeo.

No "caderno de recolha de dados" não há identificação nominal do titular, sendo aposto um código de doente. A chave desta codificação só pode ser conhecida da equipa de investigação.



Os destinatários serão ainda informados sobre a natureza facultativa da sua participação e garantida confidencialidade no tratamento.

II. Da Análise

Porque em grande parte referentes à saúde e à vida privada, os dados dos participantes no estudo têm a natureza de sensíveis, razão pela qual o respetivo tratamento só pode basear-se no consentimento expresso, esclarecido e livre dos titulares dos dados, nos termos do disposto no n.º 2 do artigo 7.º da Lei n.º 67/98, de 26 de Outubro (Lei de Protecção de Dados – LPD), ou dos seus legais representantes.

Por esta razão é necessário o «consentimento expresso do titular» – entendendo-se por consentimento qualquer manifestação de vontade, livre, específica e informada, nos termos da qual o titular aceita que os seus dados sejam objeto de tratamento – o qual deve ser obtido através de uma “declaração de consentimento informado”, onde seja utilizada uma linguagem clara e acessível.

Nos termos do artigo 10.º da LPD, a declaração de consentimento tem de conter a identificação do responsável pelo tratamento e a finalidade do tratamento, devendo ainda conter informação sobre a existência e as condições do direito de acesso e de retificação por parte do respetivo titular.

Como decorre da declaração de autorização, cujo modelo está junto aos autos, os titulares dos dados, ou os seus legais representantes, apõem as suas assinaturas nos mesmos, deste modo satisfazendo as referidas exigências legais, pelo que a Comissão Nacional de Protecção de Dados considera existir legitimidade para o tratamento dos dados que a requerente se propõe realizar (cfr. alínea h) do art. 3.º, e n.º2 do art. 7.º da LPD).

A



A informação tratada é recolhida de forma lícita (cfr. art.º 5.º, n.º1 al. a) da LPD), para finalidades determinadas, explícitas e legítimas (cfr. al. b) do mesmo artigo) e não é excessiva.

O fundamento de legitimidade é o consentimento expresso do titular dos dados. Porque haverá recolha de dados de menores, terá de haver consentimento a prestar pelos legais representantes. Impõe-se, ainda, que os menores sejam ouvidos e em função da idade, nos termos da lei, eles próprios prestem a sua anuência à recolha de dados pessoais para participação no estudo. O estudo deve ter em conta o superior interesse dos menores.

III. Da Conclusão

Assim, nos termos das disposições conjugadas do n.º 2 do artigo 7.º, n.º1 do artigo 27.º, al. a) do n.º 1 do artigo 28.º e art. 30.º da Lei de Protecção de Dados, com as condições e limites fixados na referida Deliberação n.º 227/2007, que se dão aqui por reproduzidos e que fundamentam esta decisão, e ainda com a condição aqui fixada, autoriza-se o tratamento de dados supra referido, para a elaboração do presente estudo.

Termos do tratamento:

Responsável pelo tratamento: Raquel Filipa Marques dos Santos

Finalidade: Estudo observacional sobre "O conhecimento da Estatística e da sua didáctica de futuros professores e educadores de infância".

Categoria de Dados pessoais tratados: nome, questionários sobre conhecimentos de estatística e registo áudio e vídeo das aulas onde se aborda a Estatística.

Entidades a quem podem ser comunicados: Não há.

Formas de exercício do direito de acesso e retificação: Junto da investigadora.

Interconexões de tratamentos: Não há.

Transferências de dados para países terceiros: Não há.



Prazo de conservação: Os dados pessoais dos participantes devem ser eliminados um mês após a defesa da Tese.

Dos termos e condições fixados na Deliberação n.º 227/ 2007 e na presente Autorização decorrem obrigações que o responsável deve cumprir. Deve, igualmente, dar conhecimento dessas condições a todos os intervenientes no circuito de informação.

Lisboa, 18 de Dezembro de 2012

Ana Roque, Helena Delgado António, Carlos Campos Lobo, Luís Barroso, Luís Paiva de Andrade (Relator), Vasco Almeida

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Filipa Calvão', is written over a horizontal line.

Filipa Calvão (Presidente)

ANEXO 8. PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AOS DIRETORES DE AGRUPAMENTO

Exma. Sra. Diretora do Agrupamento [REDACTED]

O meu nome é Raquel Santos e sou docente da Escola Superior de Educação de Santarém a frequentar o Programa Doutoral em Educação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, na área de especialização de Didática da Matemática. O estudo a realizar tem como título “O conhecimento da Estatística e da sua didática de futuros professores e educadores de infância” e o seu principal objetivo é compreender os conhecimentos e capacidades que os futuros professores e educadores de infância possuem sobre Estatística e a sua didática quando terminam a sua licenciatura em Educação Básica. No **presente ano letivo, 2012/2013**, escolhi alunos que participaram na recolha de dados realizada anteriormente na ESES e que se encontram num dos mestrados que habilitam para a docência da ESES para serem estudos de casos, de modo a poder estudar os seus conhecimentos e capacidades em ação. Consequentemente, **entre março e junho**, precisarei de acompanhar os alunos selecionados nas escolas/jardins de infância onde estarão a realizar estagio da unidade curricular de prática pedagógica ou prática supervisionada, a fim observar e gravar algumas das suas aulas. O foco da investigação será o aluno da ESES e o modo como este planeia, conduz e ensina investigações estatísticas em sala de aula.

De acordo com o protocolo estabelecido entre a ESES e este local, este agrupamento recebeu estagiários e dois deles foram escolhidos para fazerem parte da investigação. Já foi autorizado um pedido ao Ministério da Educação e à Comissão Nacional de Proteção de Dados e espero, sinceramente, que também me autorize a prosseguir com a investigação.

O desenvolvimento desta investigação não trará qualquer prejuízo para as escolas envolvidas, professores cooperantes e alunos, nem para os alunos dos mestrados que habilitam para a docência, pois será salvaguardado o anonimato dos participantes e será também garantida a fidelidade com que os dados serão apresentados. Além disto, espera-se que os resultados desta investigação sejam uma contribuição válida para a formação inicial de professores nas escolas superiores de educação no que concerne aos conhecimentos quer matemáticos quer didáticos no campo da Estatística.

Antecipadamente grata pela colaboração de todos os intervenientes neste processo.

Santarém, 6 de março de 2013

A docente

Raquel Santos

ANEXO 9. PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AOS PROFESSORES COOPERANTES

Exma. Sr(a). Professor(a) Cooperante

O meu nome é Raquel Santos e sou docente da Escola Superior de Educação de Santarém a frequentar o Programa Doutoral em Educação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, na área de especialização de Didática da Matemática.

O estudo a realizar tem como título “O conhecimento da Estatística e da sua didática de futuros professores e educadores de infância” e o seu principal objetivo é compreender os conhecimentos e capacidades que os futuros professores e educadores de infância possuem sobre Estatística e a sua didática quando terminam a sua licenciatura em Educação Básica. No **presente ano letivo, 2012/2013**, pretendo escolher alunos que participaram na recolha de dados realizada anteriormente na ESES e que se encontram num dos mestrados que habilitam para a docência da ESES para serem estudos de casos (2 alunos por mestrado), de modo a poder estudar os seus conhecimentos e capacidades em ação. Consequentemente, **entre fevereiro e junho**, precisarei de acompanhar os alunos selecionados nas escolas/jardins de infância onde estarão a realizar estágio da unidade curricular de prática pedagógica ou prática supervisionada, a fim observar e gravar algumas das suas aulas. O foco da investigação será o aluno da ESES e o modo como este planeia, conduz e ensina investigações estatísticas em sala de aula.

De acordo com o protocolo estabelecido entre a ESES e este local, esta escola ou jardim de infância receberá estagiários nas condições ideais para fazerem parte desta investigação. Venho assim, por este meio, solicitar autorização a V^a Exa. para me dirigir à escola ou jardim de infância, contactar os professores cooperantes responsáveis pela orientação dos alunos estagiários do mestrado e esclarecer qualquer dúvida de modo a poder observar algumas das aulas dos estagiários e gravá-las em vídeo.

O desenvolvimento desta investigação não trará qualquer prejuízo para as escolas envolvidas, professores cooperantes e alunos, nem para os alunos dos mestrados que habilitam para a docência, pois será salvaguardado o anonimato dos participantes e será também garantida a fidelidade com que os dados serão apresentados. Além disto, espera-se que os resultados desta investigação sejam uma contribuição válida para a formação inicial de professores nas escolas superiores de educação no que concerne aos conhecimentos quer matemáticos quer didáticos no campo da Estatística.

Antecipadamente grata pela colaboração de todos os intervenientes neste processo.

Santarém, 3 de dezembro de 2012

A docente

Raquel Santos

ANEXO 10. PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AOS ENCARREGADOS DE EDUCAÇÃO

Exmo. Encarregado de Educação

As professoras Raquel Santos e Susana Colaço da Escola Superior de Educação de Santarém estão integradas no projeto “Desenvolver a Literacia Estatística: aprendizagem do aluno e formação do professor” do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia com a referência PTDC/CPE-CED/117933/2010. No âmbito deste projeto, estamos a realizar um estudo cujos principais objetivos são compreender os conhecimentos e capacidades que os futuros professores e educadores de infância possuem sobre Estatística e a sua didática quando terminam a sua licenciatura em Educação Básica e compreender a aprendizagem deste tema pelas crianças desde o Pré-Escolar até ao 1.º ciclo do Ensino Básico. Já foi concedido a este estudo autorização por parte do Ministério da Educação e da Comissão Nacional de Proteção de Dados. **Entre março e junho do presente ano letivo, 2012/2013**, o seu educando terá na sua sala estagiários provenientes da ESES por estarem a frequentar um dos mestrados que habilitam para a docência. De modo a realizar este estudo, precisamos de observar e gravar em vídeo algumas das aulas desses estagiários, recolher algumas das produções de sala de aula dos crianças/alunos e, caso necessário, realizar algumas entrevistas aos mesmos.

Serve este documento para solicitar autorização a V^a Exa. de modo a realizar as ações supramencionadas. O desenvolvimento desta investigação não trará qualquer prejuízo para as escolas envolvidas, professores cooperantes e crianças/alunos, nem para os estagiários dos mestrados que habilitam para a docência, pois será salvaguardado o anonimato dos participantes e será também garantida a fidelidade com que os dados serão apresentados. Além disto, espera-se que os resultados desta investigação sejam uma contribuição válida para a formação inicial de professores e educadores nas escolas superiores de educação no que concerne aos conhecimentos quer matemáticos quer didáticos no campo da Estatística e para a melhoria das aprendizagens das crianças/alunos neste domínio. Assim, solicitamos que preencha a folha em anexo e que a devolva ao professor/educador do ser educando com a máxima urgência **no caso de não autorizar esta recolha**. No caso de não devolver a folha em anexo devidamente preenchida, assumimos que a autorização é concedida.

Antecipadamente se agradece a colaboração de todos os intervenientes neste processo.

Santarém, 4 de março de 2013

Raquel Santos e Susana Colaço

Pedido de Autorização

Eu, _____, encarregado de educação do(a) aluno(a) _____ confirmo ter tomado conhecimento dos objetivos da investigação que as professoras Raquel Santos e Susana Colaço se propõem desenvolver no ano letivo 2012/13 e **não autorizo** a utilização dos dados recolhidos no âmbito da investigação.

Santarém, ____ de _____ de 2013

O encarregado de educação _____

ANEXO 11. PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO AOS ALUNOS PARTICIPANTES NO ESTUDO-PILOTO

Pedido de autorização

Caro(a) aluno(a) do 3.º ano da licenciatura de Educação Básica
da Escola Superior de Educação de Santarém

No ano lectivo de 2009/10, iniciei a frequência no Programa Doutoral em Educação do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, na área de especialização de Didáctica da Matemática. O tema que pretendo desenvolver na minha investigação é “O conhecimento da Estatística e da sua didáctica de futuros professores e educadores de infância”.

O estudo que me proponho realizar tem como principal objectivo diagnosticar os conhecimentos e capacidades que os futuros professores e educadores de infância possuem sobre Estatística e a sua didáctica após frequentarem a disciplina de Tópicos de Matemática Discreta, Estatística e Probabilidades. Para tal, será feito um teste piloto com aplicação de um teste diagnóstico aos alunos do 3.º ano. A recolha de dados será realizada no final do segundo semestre do ano lectivo 2009/10.

Solicito, assim, a sua colaboração nesta investigação e a autorização para utilizar os dados recolhidos garantindo a protecção da sua identidade e a fidelidade com que os dados serão apresentados.

Antecipadamente grata pela colaboração de todos os intervenientes neste processo.

Santarém, 19 de Junho de 2010

A docente do Núcleo Ciências Matemáticas e Naturais

(Raquel Santos)

Declaração

Eu, _____, aluno(a) do 3º ano da Licenciatura em Educação Básica da ESE de Santarém, com o número _____,

confirmando ter tomado conhecimento do objectivo do projecto de investigação que a docente Raquel Santos se propõe desenvolver no ano lectivo de 2009/10 e autorizo a utilização dos dados recolhidos no âmbito da investigação.

Santarém, ____ de _____ de 2010

O aluno _____

ANEXO 12. QUESTIONÁRIO DO ESTUDO-PILOTO

Questionário

Nome: _____

1. Organize cada conjunto de dados numa tabela de frequências e elabore um gráfico que considere adequado.

a) Na turma do José recolheram-se os seguintes dados relativos à cor dos olhos dos alunos:

Azuis	Azuis	Castanhos	Azuis	Verdes
Castanhos	Castanhos	Verdes	Castanhos	Castanhos
Castanhos	Pretos	Castanhos	Castanhos	Castanhos
Pretos	Azuis	Azuis	Pretos	Azuis

b) Registou-se o número de irmãos dos alunos de uma turma, tendo-se obtido os seguintes valores:

3	2	4	1	0	2	3	2	1	2	6
1	0	3	2	2	3	1	1	3	2	1

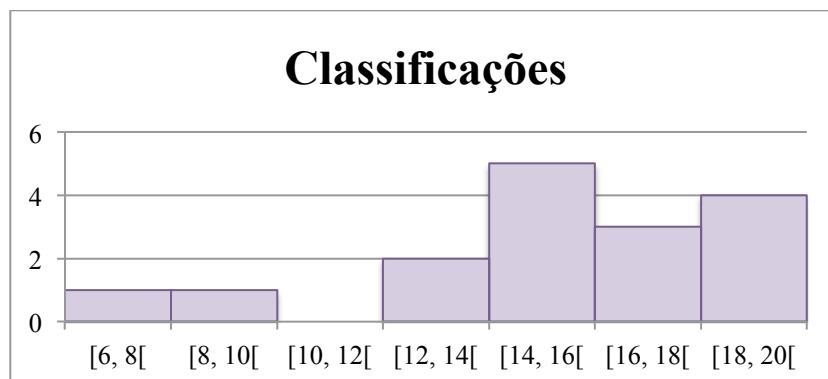
c) As alturas, em metros, dos alunos de uma turma do 10º ano são as seguintes:

1,69	1,50	1,74	1,55	1,65	1,70	1,72
1,52	1,58	1,63	1,58	1,66	1,58	1,66
1,70	1,71	1,62	1,71	1,61	1,54	1,68
1,61	1,64	1,66	1,64	1,62	1,56	1,67

2. O treinador Fernando está a seleccionar alunos para a final de basquetebol. Ele decidiu observar aos pontos feitos por cada jogador nas últimas 3 semanas da época. Em baixo estão os pontos obtidos pelo João e pelo Rafael. Se o treinador Fernando pode apenas seleccionar um destes 2 jogadores, quem recomendaria e porquê?

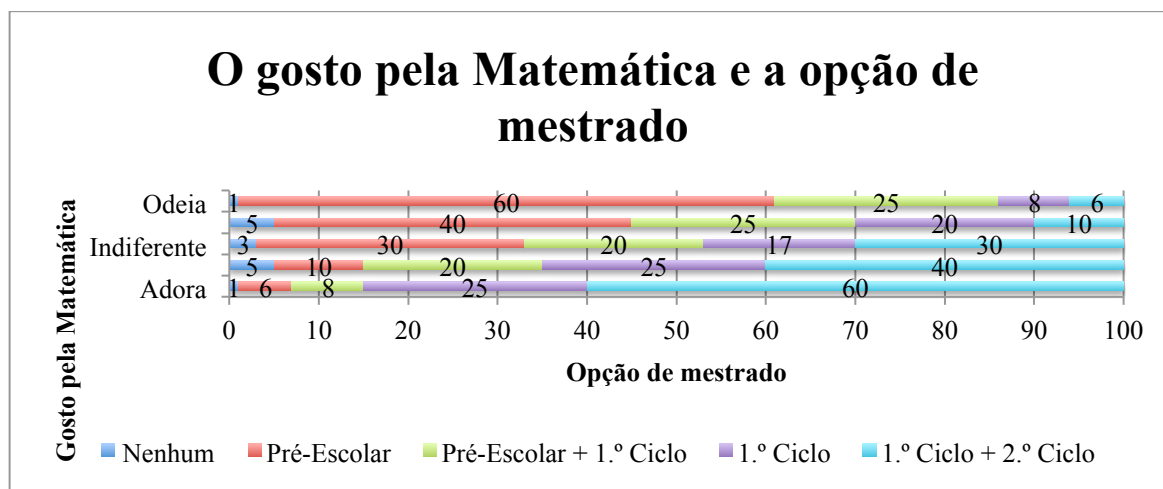
João:	21	16	23	21	20	17	16	22
Rafael:	24	18	21	25	22	28		

3. As classificações de um teste estão representadas na representação gráfica em baixo.



- a) Quantos alunos tiveram notas abaixo dos 14 valores?
- b) Quantos alunos tiveram notas acima de 15 valores?
- c) Que percentagem de alunos tiveram notas entre os 16 e os 18 valores?

4. O gráfico seguinte resultou de uma pesquisa para investigar o gosto dos alunos na licenciatura de Educação Básica e a opção pretendida em relação aos mestrados que habilitam para a docência.



- a) Qual é a percentagem de alunos a escolher o mestrado em “pré-escolar + 1.º ciclo” no grupo de alunos que não gosta de Matemática?
- b) À medida que o gosto pela Matemática aumenta, o que acontece à proporção da opção de mestrado em “pré-escolar”?
- c) À medida que o gosto pela Matemática aumenta, o que acontece à proporção da opção de mestrado em “1.º ciclo + 2.º ciclo”?
- d) Um aluno a resolver este exercício chegou à seguinte conclusão “É provável que alunos que gostem de Matemática escolham níveis de ensino mais elevados”. Concorda ou não com este aluno? Porquê?

5. Durante os últimos 5 dias a temperatura no Dubai foi a seguinte: dia 1 = 28°, dia 2 = 29°, dia 3 = 30°, dia 4 = 32°, dia 5 = 36°. Acha que há um único número que pode representar a temperatura durante estes últimos 5 dias? (responda sim ou não e explique porquê)

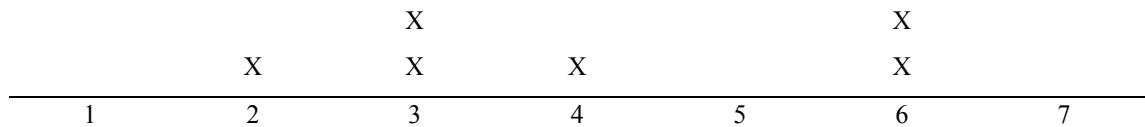
6. Existem 10 pessoas num elevador, 4 mulheres e 6 homens. O peso médio das mulheres é de 60 kg e o peso médio dos homens é de 80 kg. Qual é o peso médio das 10 pessoas?

7. Um grupo de amigos decidiu partilhar as bolachas que levaram para uma festa. Cada um levou um número diferente de bolachas, mas a Maria foi a que levou o maior número (6 bolachas). Quando distribuíram as bolachas, cada um recebeu 8 bolachas. Acha que isto pode acontecer? (responda sim ou não e explique porquê)

8. A média das idades de um grupo de 3 amigos é de 15 anos. Juntou-se ao grupo um outro amigo. Sabendo que a média das idades dos 4 amigos passou a ser 16 anos, determine a idade do amigo que se juntou ao grupo.

9. Foi dado a um aluno o seguinte problema: “Há 5 turmas do 4.º ano de escolaridade numa escola. O número de alunos em cada uma dessas turmas é dado por 21, 19, 20, 24, 23. Qual o número mediano de alunos nestas turmas?”. O aluno respondeu que a mediana seria de 20 alunos. Se acha que o aluno está correcto, explique porquê. Se acha que o aluno está errado, identifique o erro e corrija-o.

10. A seguinte representação gráfica regista o número de pessoas por habitação num dado bairro.



a) Determine a média. Mostre como o fez.

b) É possível haver outro conjunto de dados com a mesma média? Explique porquê ou porque não.

c) É possível ter um conjunto de dados de 6 habitações com uma média de 3,5 pessoas por habitação? Se sim, dê um exemplo. Se não, explique porquê?

11. Numa empresa trabalham, ao todo, 50 empregados. Acerca dos seus vencimentos sabe-se que a média é de 2000 euros, a moda é de 1500 euros e a mediana é de 1800 euros.

a) No contexto da situação apresentada, interprete o significado da

i. média;

ii. moda;

iii. mediana.

b) Faça um comentário sobre os vencimentos dos empregados da empresa.

12. O Sr. João tem 7 filhos. Sabe-se que a média das suas idades é 11 anos, a moda é 8 anos, a mediana é 10 anos e amplitude das idades é 13 anos. Considerando que nenhuma das medidas calculadas foi arredondada, indique, justificando, uma idade possível para cada um dos filhos do Sr. João.

13. Um aluno do 2.º ciclo gerou os seguintes dados acerca dos animais de estimação da turma. Os alunos da turma estavam a discutir estes dados e um disse “A moda é cão, a mediana é pato e a amplitude é de 1 a 7. A média é 2,78, fazendo 25/9”. Se acha que o aluno está correto, explique porquê. Se acha que o aluno está errado, identifique o(s) erro(s) e corrija-o(s).

Animal de estimação	Frequência
Pássaro	2
Gato	4
Vaca	2
Cão	7
Pato	1
Peixe	2
Ovelha	1
Cavalo	3
Coelho	3

14. Imagine que quer que os seus alunos façam uma investigação estatística sobre a reciclagem. Descreva como implementaria esta tarefa na sala de aula.

ANEXO 13. ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO DO ESTUDO PILOTO

Aspetos gerais. Os participantes envolvidos no preenchimento do questionário piloto foram os alunos do 3.º ano da Licenciatura em Educação Básica no ano letivo de 2009/2010. Este questionário foi respondido em duas aulas diferentes, no final do 2.º semestre do ano letivo mencionado. A turma do regime diurno respondeu durante uma aula de Ensino e Aprendizagem da Matemática, com a autorização da docente responsável Neusa Branco, e a turma do regime pós laboral respondeu durante uma aula de Ensino e Aprendizagem da Língua Portuguesa, após concebida autorização por parte da docente Madalena Teixeira. Por ser final do semestre, a adesão a estas aulas foi muito fraca, sendo que só 17 formandos estavam na turma do regime diurno e 9 formandos estavam na turma do regime pós-laboral (sendo que destes 5 frequentavam a Pós-Graduação em Educação Básica e não a Licenciatura).

Regime	Número de Formandos	Percentagem
Diurno	17	65%
Pós-Laboral	4	15%
Pós-Graduação	5	19%
	26	100%

Em termos de género dos participantes, como é já hábito na Licenciatura em Educação Básica, a maioria (96%) são do género feminino, sendo que apenas um participante é do género masculino.

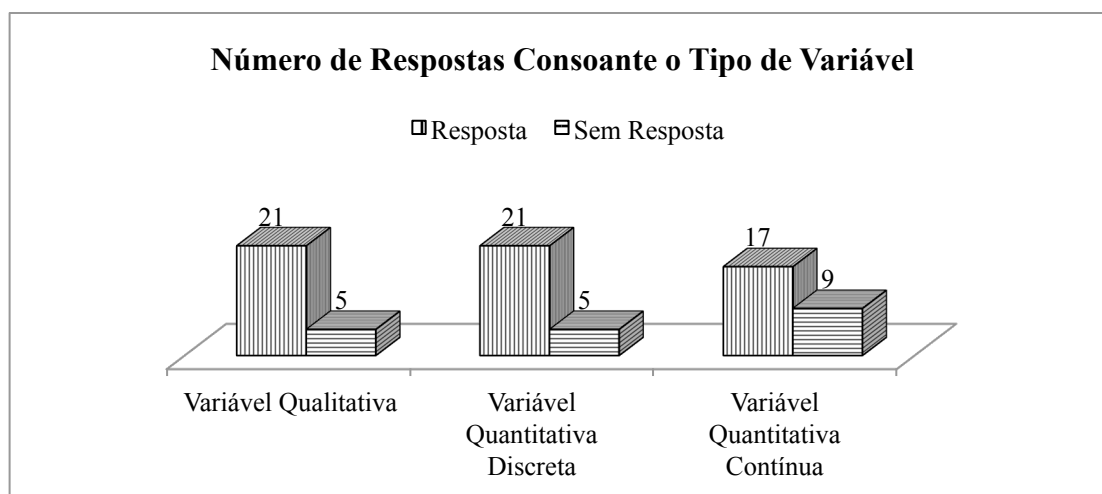
Género	Número de Formandos	Percentagem
Feminino	25	96%
Masculino	1	4%
	26	100%

Num questionário com 26 alíneas no total, os formandos responderam em média a 70% e deixaram o restante 30% em branco. É de notar também que não houve um

único formando a responder a todas as perguntas, sendo o número máximo de perguntas respondidas de 25. Este facto fica sem explicação, uma vez que não se percebe se os formandos não responderam por não saberem, se foi por não perceberem a questão ou simplesmente por falta de tempo. Daqui se conclui que é necessário explicar aos formandos que respondem a este questionário que devem fazer um esforço por responder a todas as perguntas. Caso haja alguma questão que não consigam resolver, os formandos devem explicar o que não sabem ou não percebem e até descrever o que necessitavam de saber para responder corretamente à questão. Dessa forma, fica-se a perceber e a compreender o raciocínio quando respondem e até mesmo quando não conseguem responder. Outro aspeto importante será encurtar o questionário, de maneira a que não seja muito entediante de responder e para que os formandos tenham tempo em 2h de o fazer.

Outro aspeto geral importante que sobressai deste teste piloto é o facto de ser necessário reforçar aos formandos que estes devem mostrar todos os cálculos e o processo de raciocínio, sem ser necessário riscar ao ponto de não se perceber o que estava por baixo e sem usar uma folha de rascunho para fazer os cálculos à parte. Para isso, o questionário final terá mais espaço de resposta, para que os formandos possam mostrar o processo de pensamento que escolheram.

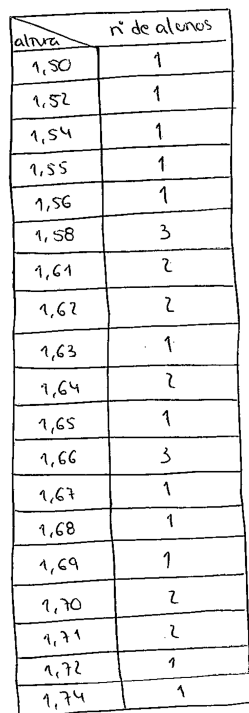
Organização e representação de dados. As primeiras três alíneas, perfazendo a questão 1, lidavam com a organização de dados de diversos tipos: qualitativos, quantitativos discretos e quantitativos contínuos.



Destas 3 alíneas, a que obteve um menor número de respostas foi a relacionada com a variável quantitativa contínua, com 17 formandos a responderem dos 26 participantes. Isto pode revelar algum receio ou insegurança a trabalhar com variáveis quantitativas contínuas, uma vez que esses dados, geralmente, são números com casas decimais.

	Resposta Correta	Resposta com Erro na Tabela de Frequências	Resposta com Erro na Representação Gráfica
Variável Qualitativa	33%	52%	43%
Variável Quantitativa Discreta	19%	67%	81%
Variável Quantitativa Contínua	6%	76%	76%

As variáveis quantitativas contínuas foram também as que obtiveram uma menor percentagem de respostas corretas, com apenas 6%. Relativamente às respostas incorretas com este tipo de variável, o mais frequente, com 40%, foi elaborar uma tabelas de frequências sem efetuar classes (figura 1), seguido da elaboração de um gráfico de pontos ou de um gráfico de barras com 29% (figura 2).



altura	nº de alunos
1,50	1
1,52	1
1,54	1
1,55	1
1,56	1
1,58	3
1,61	2
1,62	2
1,63	1
1,64	2
1,65	1
1,66	3
1,67	1
1,68	1
1,69	1
1,70	2
1,71	2
1,72	1
1,74	1

Figura 1

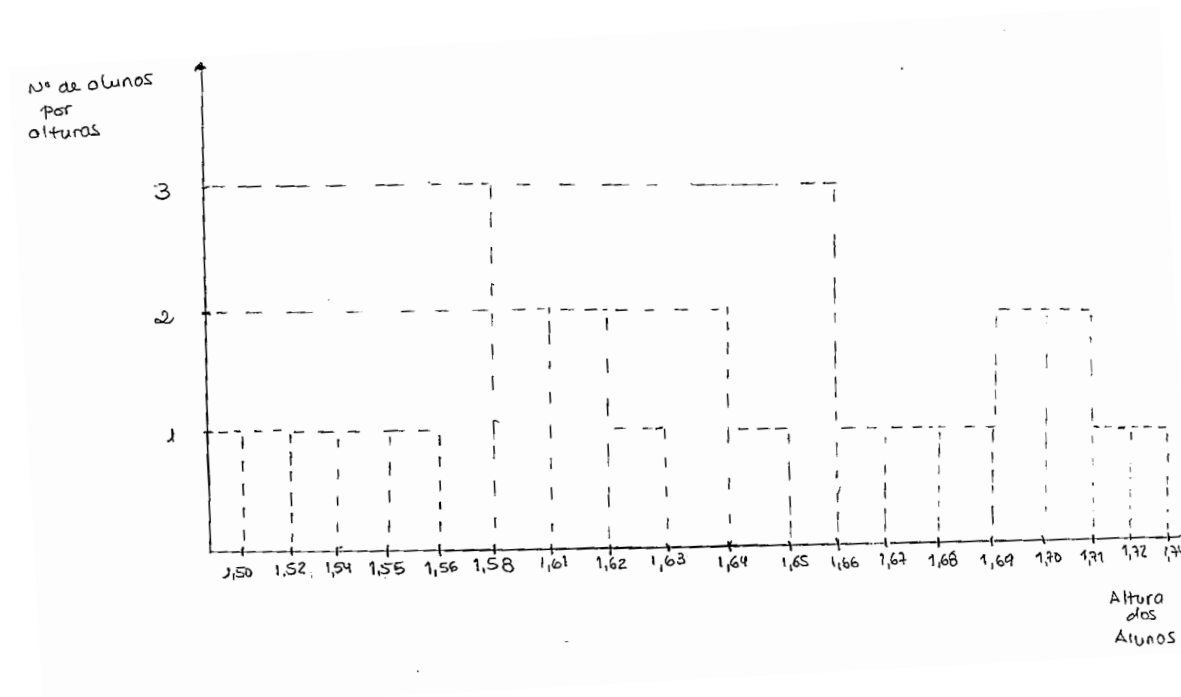


Figura 2

Quanto aos outros tipos de variável, o erro mais frequente ao construir uma representação gráfica foi fazer uma representação não adequada, como um histograma (figura 3) ou um gráfico de pontos (figura 4). Na alínea relativa à variável quantitativa discreta também ocorreu o erro de trocar os eixos na elaboração da representação gráfica (figura 5).

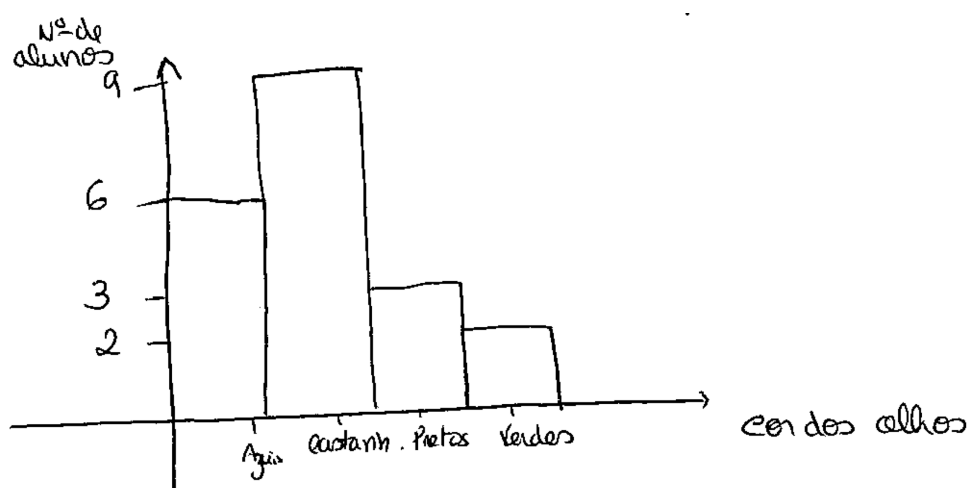


Figura 3

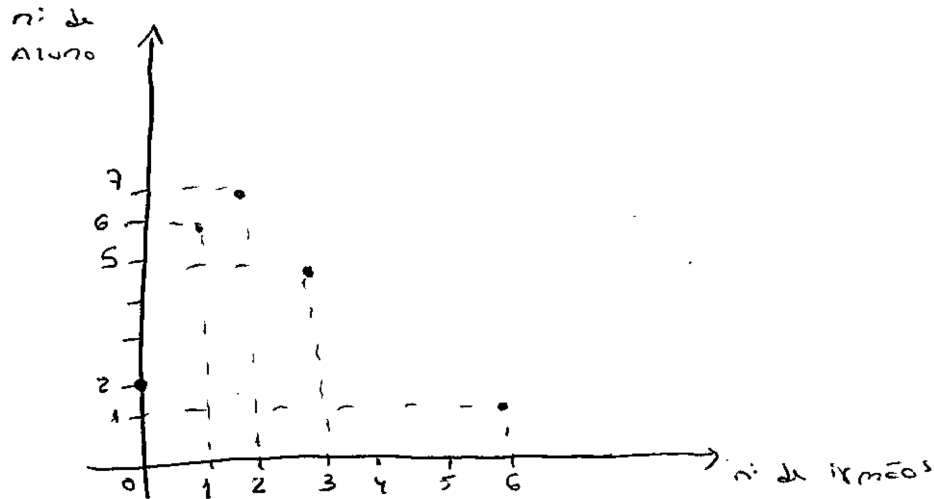


Figura 4

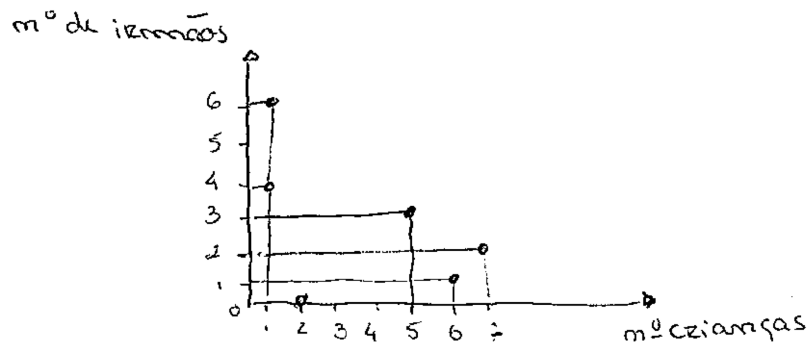


Figura 5

As questões 3 e 4 lidavam com a leitura e interpretação de gráficos. A primeira delas continha 3 alíneas de leitura de um histograma com intervalos $[6-8[$, $[8-10[$, $[10-12[$, $[12-14[$, $[14-16[$, $[16-18[$ e $[18-20[$. Na primeira alínea pedia-se o número de alunos com classificação abaixo dos 14, englobando 4 intervalos do gráfico. Nesse tipo de questões os formandos mostraram pouca dificuldade, com apenas 16% de respostas erradas, baseadas na não inclusão dos intervalos adequados (figura 6).

2 alunos

Figura 6

A alínea seguinte mostrou não ser clara para os formandos e gerou alguma confusão, uma vez que pedia o número de alunos com classificação acima de 15, ou seja era

necessário uma aproximação de um valor englobando 2 intervalos e meio. 40% dos formandos respondeu usando os 3 últimos intervalos (figura 7) e 32% dos formandos usou apenas os 2 últimos (figura 8).

12

Figura 7

7 Alunos

Figura 8

Na última alínea da questão 3, os formandos necessitavam do número de alunos com classificação entre 16 e 18 e passar esse número para uma percentagem. 50% dos formandos fez isto corretamente, usando ou uma regra de três simples (figura 9) ou uma fração entre o número de alunos no intervalo e o número total de aluno (figura 10).

$$\frac{16 - 100}{3 - x}$$

$$x = \frac{300}{16} = 18,75\%$$

Figura 9

$$\% = \frac{3}{16} \times 100 \quad \% = 18,75\%$$

~~R: 28%~~

R: 18,75%.

Figura 10

Nas respostas incorretas, 21% dos formandos deram uma percentagem errada, sem qualquer justificação ou cálculo efetuado. 1 formandos não soube efetuar o cálculo da percentagem (figura 11) e 2 formandos responderam apenas o valor absoluto (figura 12).

Handwritten work for Figure 11 includes several calculations and cancellations:

- Top left: $20 - 16$ and $20 - 3$ with a circled 20.
- Top middle: $\frac{20 \times 3}{16} = \frac{60}{16}$ with a circled 60.
- Top right: $\frac{16}{16}$ and $\frac{16}{48}$ with various cancellations.
- Bottom middle: $\frac{60}{16}$ with a circled 60 and a 16 below it.

Figura 11

3 alunos

Figura 12

As restantes respostas incorretas ou ocorreram devido ao cálculo errado do total de aluno (figura 13) ou à consideração do valor absoluto errado (figura 14).

$$\begin{aligned} 21 \text{ alunos} &= 100\% \\ 3 \text{ alunos} &= n \end{aligned}$$

$$n = \frac{100 \times 3}{21} = \frac{300}{21} \approx 14,3\%$$

R: Cerca de 14,3 % dos alunos teve entre 16 e 18 valores.

Figura 13

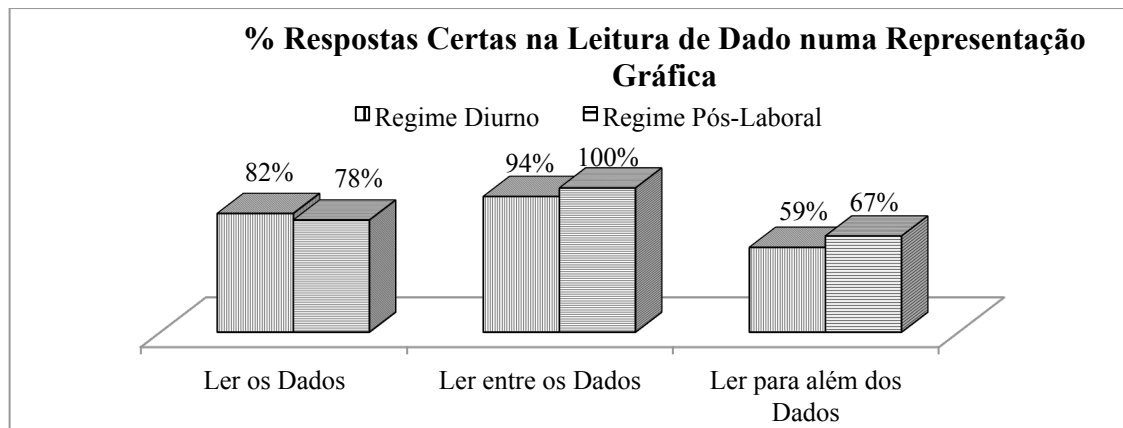
~~43,75%~~ 43,75%

$$\begin{aligned} 16 & \text{ — } 100\% \\ 7 & \text{ — } n \end{aligned} \quad n = \frac{7 \times 100}{16} = \frac{700}{16} = \frac{700}{16} = 43,75$$

Figura 14

A questão 4 é referente a um gráfico de barras com 5 variáveis diferentes. As 4 alíneas abordam os diferentes níveis de leitura de dados de Curcio (“ler os dados”, “ler entre os dados”, e “ler para além dos dados”). O nível que se revelou mais complicado, como seria esperado, foi o último, de “ler para além dos dados”, onde os formandos teriam que concordar e discordar com uma inferência a partir dos dados. O

nível mais fácil para estes formandos foi o “ler entre os dados”, contrariamente aos resultados revelados anteriormente noutras investigações que referem ser “ler os dados”.



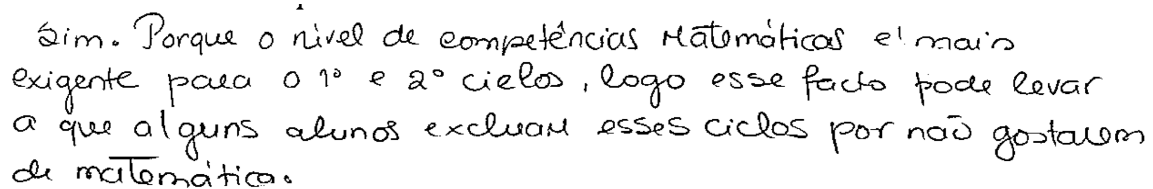
Desta questão 4, apenas a última alínea pedia justificação e logo é a única que vale a pena rever as diferentes respostas que os formandos deram. 67% dos formandos deram uma resposta correta, justificando a mesma com dados da representação gráfica (figura 15).

Sim, através da observação do gráfico
 é possível verificar que à medida que o “gosto pela
 Matemática aumenta, as escolhas dos mestrados
 são para a docência de níveis de ensino mais
 elevado.

Figura 15

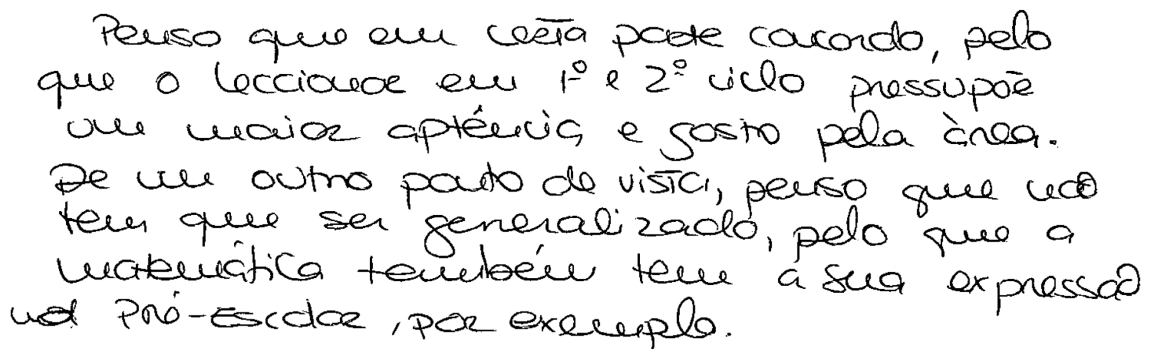
25% dos formandos nesta alínea justificaram a sua opção usando dados da sua experiência ou do senso comum e não os dados apresentados na representação gráfica. Esses formandos concordaram com a afirmação (figura 16), havendo um deles que deu os 2 pontos de vista (figura 17). O facto de os formandos usarem a sua experiência e não usarem os dados do gráfico para justificarem as suas opções revela que estes se encontram muito limitados nas suas experiências e também que possivelmente acham que os dados não eram suficientes para se poder construir

generalizações. O facto de não saberem como foi feito o estudo e em que dados foi baseado pode contribuir para que a representação gráfica não seja confiável o suficiente.



Sim. Porque o nível de competências Matemáticas é mais exigente para o 1º e 2º ciclos, logo esse facto pode levar a que alguns alunos excluam esses ciclos por não gostarem de matemática.

Figura 16



Penso que em esta parte concordo, pelo que o leccionar em 1º e 2º ciclo pressupõe um maior aptidão e gosto pela área. De um outro ponto de vista, penso que não tem que ser generalizado, pelo que a matemática também tem a sua expressão no Pré-Escolar, por exemplo.

Figura 17

Relativamente a este tópico, uma vez que o questionário precisa de ser encurtado, será uma boa opção reduzir nas questões de construção de tabelas de frequências e de gráficos. Apesar de esse conhecimento ser importante, esse tipo de questões não revelou erros diferentes de outras investigações realizadas e são questões muito morosas. Será mais benéfico perceber como é que os alunos comparam dois conjuntos de dados quando confrontados com as suas representações gráficas ou mesmo se percebem e são capazes de interpretar diversas representações gráficas diferentes nos diferentes níveis de interpretação gráfica de Curcio. Por incluir fica também uma questão relativa à didática deste tópico.

Medidas de Tendência Central e de Dispersão. A parte do questionário piloto dedicada a este tópico é bem maior do que todas as outras. Possivelmente, equilibrar a importância que se dá a cada tópico no questionário será uma opção a tomar no questionário final.

A questão 2, que diz respeito à comparação de 2 conjuntos de dados, obteve 23 respostas, praticamente todas com um raciocínio insuficientemente justificado. A

resposta mais dada, com 30% dos formandos, foi que se deveria escolher o Rafael, porque fazendo uma comparação jogo a jogo, o Rafael obteve quase sempre mais pontos que o João (figura 18). Isto demonstra que os formandos ainda olham para os conjuntos de dados como feito de dados individuais e independentes e não como um conjunto em si só com características próprias.

O Rafael. Porque sempre que os 2 jogadores jogaram o Rafael obteve, ~~sempre~~ maior parte dos jogos mais pontos que o João, apesar de nos últimos 2 jogos não ter obtido nenhum. É mais provável o Rafael obter pontos e mais que o João.

Figura 18

Os formandos que escolheram o Rafael e que não usaram a estratégia de comparação dado a dado, ou usaram a média, com 9% de formandos (figura 19), ou o total de pontos nos primeiros 6 jogos, com 17% (figura 20), o que revela que os formandos só usam um atributo para descrever cada um dos conjuntos de dados, não mostrando ser capazes de usar mais do que uma característica do conjunto em simultâneo.

João:	21	16	23	21	20	17	16	22	= 156
Rafael:	24	18	21	25	22	28			= 138

$$\bar{x} \text{ pontuação João} = 156 : 8 = 19,5$$

$$\bar{x} \text{ pontuação Rafael} = 138 : 6 = 23$$

A pontuação média do Rafael é maior, por isso recomendaria-o ao treinador Fernando.

Figura 19

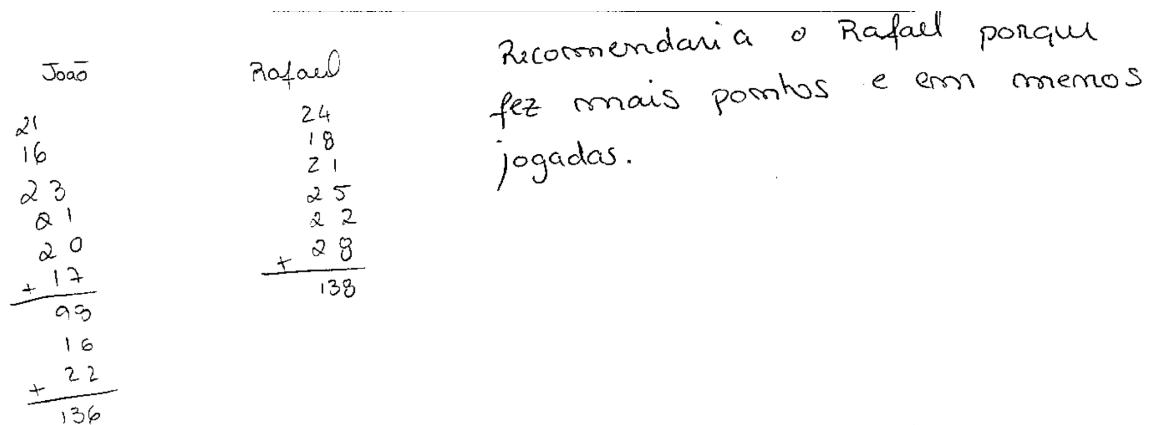


Figura 20

Houve ainda um formandos que escolheu o Rafael por este mostrar evolução durante o período de tempo, o que revela que o mesmo tem um certo sentido de variação e que olhou para o conjunto como um todo e não comparou dado a dado (figura 21). De salientar também que um formandos escolheu o Rafael comparando os extremos de ambos os conjuntos de dados (figura 22).

O Rafael, porque este demonstra uma evolução. Ao longo do tempo cada vez faz pontos mais altos, ao contrário do João que está realizando cada vez menos pontos, teve uma regressão na sua evolução.

Figura 21

João:	21	(16)	23	21	20	17	(16)	(22)	→
Rafael:	24	(18)	(21)	25	22	28			→
		⊖				⊕			

Escolheria o Rafael uma vez que as suas pontuações variam entre os 18 e os 28 pontos, enquanto que os pontos do João variam entre 16 e 23 pontos.

Figura 22

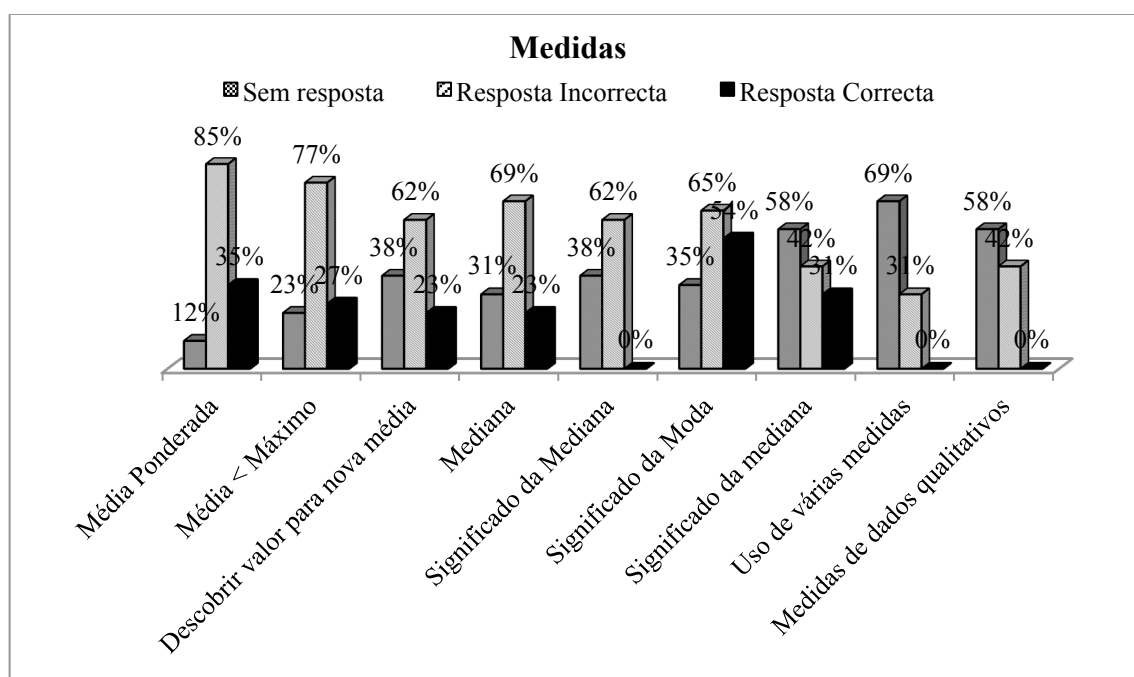
Contrariamente a estes formandos, 35% dos formandos responderam que o treinador deveria escolher o João. Dos que justificaram a sua resposta (22%), todos apontaram o total de pontos como factor de escolha (figura 23).

João:	21	16	23	21	20	17	16	22	<i>total</i> 136
Rafael:	24	18	21	25	22	28			138

é: recomendaria o João por ele ter mais pontos no Total, nas últimas 3 semanas.

Figura 23

Um resumo sobre praticamente todas as questões que abrangem medidas de tendência central e de dispersão encontra-se na seguinte representação gráfica. Uma análise de cada questão será feita posteriormente de modo a analisar tipos de respostas corretas, mas principalmente de modo a perceber as principais concepções errôneas dos alunos relativamente a este tema.



A questão 5 dava um conjunto de 5 dados e perguntava se haveria algum valor representativo do conjunto de dados. A maioria dos formandos, 52%, respondeu que a média era o valor representativo dos dados, apresentando o seu valor correto (figura 24).

Sim, fazendo a média da temperatura nesse 5 dias

$$\frac{28 + 29 + 30 + 32 + 36}{5} = \frac{155}{5} = 31^\circ$$

31° é a temperatura que representa esses 5 dias.

Figura 24

20% dos formandos afirma que não há um único valor representativo dos dados pois a média não é igual a nenhum dos valores dos dados apresentados (figura 25). Em menor percentagem, 12%, foi a resposta de que não há um único valor que represente o conjunto de dados, uma vez que os mesmos evoluem, variam ou oscilam (figura 26).

Não. A média da temperatura é de 31° , não existe nenhum dia com esta temperatura.

$$28 + 29 + 30 + 32 + 36 = 155$$

$$\frac{155}{5} = 31^\circ$$

Figura 25

Não, pois houve uma elevação crescente na temperatura, seria injusto atribuir-lhe um nº exacto, no entanto poderia realizar-se a média da temperatura da semana.

Figura 26

Há também respostas dadas por apenas um formandos cada, onde refere apenas que não há um valor representativo, sem justificação, refere que se pode considerar a média, mas não apresenta qualquer valor, afirma que não há um valor representativo dando uma justificação que revela que os dados não são simétricos (figura 27) ou diz que se pode considerar o valor da mediana, sem referir o nome desta medida e com uma justificação pouco coerente (figura 28).

Não, pois se a temperatura se mantivesse entre os 28° e os 32° poderíamos afirmar que a média de temperatura era aproximadamente 30° . Contudo, no 5.º dia, a temperatura é consideravelmente superior em relação aos outros dias, pelo que não se pode dizer que a média de temperatura é 30° .

Figura 27

Sim, os 30° . Porque a temperatura varia entre -2 e $+2$ graus.

Figura 28

Estas respostas revelam que os formandos ainda só veem a média como a única medida estatística possível de representar um conjunto de dados e que se esta for um valor diferente dos dados apresentados não faz sentido, o que é uma ideia errónea do conceito de média.

A questão 6 englobava o cálculo de uma média ponderada. A resposta correta de 72 kg foi dada por 41% dos formandos, mostrando que usam basicamente 2 processos diferentes de obter essa mesma resposta. Um primeiro processo usado foi calcular o peso total das raparigas (240 kg) e o peso total dos rapazes (480 kg), adicionar esses dois valores para obter o peso total (720 kg) e dividir esse peso pelas 10 pessoas (figura 29). Um segundo processo envolveu colocar todos estes cálculos numa única fracção (figura 30).

$$4 \text{ m} \text{ — } 60$$

$$6 \text{ h} \text{ — } 80$$

$$60 \times 4 = 240$$

$$80 \times 6 = 480$$

$$480 + 240 = 720$$

$$720 \div 10 = 72$$

É o peso médio das 10 pessoas
é 72 kg.

Figura 29

$$\frac{(4 \times 60) + (80 \times 6)}{10} = \frac{240 + 480}{10} = 72$$

O peso médio das 10 pessoas é de 72 kg.

Figura 30

Os restantes formandos deram respostas erradas, algumas preocupantes pois nem sequer faziam sentido no contexto do problema apresentado. Por exemplo, 18% dos formandos fez a soma do peso total das raparigas com o peso total dos rapazes (720 kg) e deu esse valor como peso médio das 10 pessoas (figura 31). Isto revela que os formandos não perceberam a questão e interpretaram o peso médio das 10 pessoas como o peso total das mesmas. Outros 18% resolveram o problema não tendo em conta os “pesos” da média ponderada (figura 32).

$$\begin{aligned} 60 \times 4 &= 240 \text{ kg} & 80 \times 6 &= 480 \text{ kg} \\ 480 \text{ kg} + 240 \text{ kg} &= 720 \text{ kg} \\ \text{O peso médio das 10 pessoas é } 720 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Figura 31

$$\begin{array}{r} 80 \\ +60 \\ \hline 140 \end{array} \quad \begin{array}{r} 140 \overline{) 2} \\ 00 \quad 70 \\ 0 \end{array}$$

R.: O peso médio das 10 pessoas é de 70 kg.

Figura 32

Ainda de notar que 9% dos formandos simplesmente adicionou o peso médio das mulheres com o peso médio dos homens, obtendo o valor de 140 kg (figura 33). Estes 9%, possivelmente, interpretaram mal a questão pensando que se queria o peso total das 10 pessoas e erraram em não considerar os pesos. Um formando fez ainda a subtração do peso médio dos homens pelo peso médio das mulheres (figura 34), ficando por perceber o que terá pensado.

$$60 \text{ kg} + 80 \text{ kg} = 140 \text{ kg}$$

Figura 33

$$\begin{array}{rcl} 10 \text{ PESSOAS} - 4 \text{ M} - 60 \text{ Kg} & = & 240 \\ 6 \text{ H} - 80 \text{ Kg} & = & 480 \end{array}$$

O peso médio é de 228 Kg.

Figura 34

Desta questão retiramos que apesar de muitos alunos terem conseguido dar uma resposta correta, ainda há alunos que não têm um pensamento crítico quanto às respostas que dão. De qualquer forma, será melhor clarificar esta questão no questionário final e em vez de referir peso médio das 10 pessoas, referir antes média dos pesos das 10 pessoas, de modo a que surjam menos dúvidas.

A questão 7 tem o propósito de perceber se os alunos têm a noção de que a média de um conjunto de dados nunca pode ser superior ao valor máximo. Houve um conjunto muito diversificado de resposta, contudo 40% dos formandos mostraram ter exatamente essa noção. Estes formandos mostram entender que se a Maria levou 6 bolachas e os amigos levaram menos, que é impossível a média ser de 8 bolachas. Os alunos que tentaram dar uma justificação mais completa, adicionaram exemplos às suas explicações. Interessante foi o facto de a maioria desses formandos usarem todos exemplos em que os amigos levaram um número diferente de bolachas. Por exemplo, um formandos usou um exemplo com 3 amigos (figura 35) e um outro formandos deu um exemplo com 6 amigos (figura 36).

Maria → 6 bolachas

Não, porque se a Maria levou o maior n.º de bolachas do grupo e todas dividiram por todas é impossível acontecer a situação de ficarem cada 1 com 8 bolachas. Por exemplo se forem 3 amigos, a Maria com 6 bolachas, o João com 5 e a Inês com 4, dá um total de 15 bolachas a dividir pelos 3 dá 5 bolachas a cada 1.

Figura 35

Seja porque de peso depende a quantidade de amigos
 Não, porque se a Rania levou seis bolachas e todos os
 outros amigos levaram menos e quantidades
 diferente, assim só era possível haver 6 amigos

Rania - 6 bolachas — Dividir pelos amigos

A	— 5	"
B	— 4	"
C	— 3	"
D	— 2	"
E	— 1	"

$$1 + \frac{5}{6} + \frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} < 8$$

Figura 36

Houve ainda um formandos que apenas justificou dando vários exemplos do que poderiam ser conjuntos de dados para a situação (figura 37). Neste caso específico é provável que o formandos pense que os casos que mostram perfazem todas as situações possíveis, por mais uma vez assumir que os amigos têm de levar número diferente de bolachas. Contrariamente a este caso, um formandos assumiu que todos os outros amigos da Maria levavam 5 bolachas (figura 38). De realçar que ainda houve um formandos que deu um exemplo com 20 amigos, com repetição de número de bolachas, mas onde nenhum levava 6 bolachas (figura 39). O raciocínio seguido por este formandos fica por identificar, uma vez que o exemplo dado não satisfazia as condições do enunciado.

[illegible]

Figura 37

Maria = 6 bolachas

Na@ pode acontecer porque como a Maria ~~tem~~ levou 6 bolachas, tendo os amigos levado menos, nunca daria 8 bolachas a cada um.

A percentagem de bolachas para cada um nunca chegaria as 6 bolachas porque cada um ficaria com as suas 5 bolacha + um pedaço de 1 bolacha da Maria.

Figura 38

Maria - 6 bolachas

Cada um - 8 bolachas

20 amigos

1	1	1	1
2	2	2	2
3	3	3	3
4	4	4	4
5	5	5	5

60 bolachas

Esta situação não pode acontecer.

Figura 39

Os 4 formandos que responderam que era possível esta situação acontecer, ou justificaram a opção por se tratar de uma “partilha equitativa” (figura 40) ou por depender do número de amigos envolvidos (figura 41).

Sim, fizeram uma partilha equitativa.

Maria 6

Figura 40

Sim depende do nº de amigos tinham que
ser mais que 8 amigos.

Figura 41

Os restantes 40%, responderam que a média nunca pode ser superior ao máximo. No entanto ou não deram uma justificação ou a justificação era muito confusa.

A questão 8 apenas teve 16 respostas e requeria que os formandos dessem o novo valor de um dado sabendo a média antiga e a nova. Dessas 16 respostas, apenas 10 contêm uma justificação. 44% dos formandos que responderam, fizeram-no corretamente. 3 formandos usaram a fórmula da média e identificaram a incógnita (figura 42), outros 3 foi por palpite e confirmação (figura 43) e um não deu qualquer justificação.

$$3 \times 15 + x = 16 \times 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 45 + x = 64 \Leftrightarrow x = 19$$

A idade do amigo que se juntou é 19 anos.

Figura 42

O amigo que se juntou ao grupo tem 19 anos.

$$\frac{15 + 15 + 15 + 19}{4} = 16$$

Figura 43

Os 5 formandos que responderam incorretamente, mas que incluíram cálculos ou algum tipo de justificação usaram processos muito diversificados. Um formandos, por palpite e confirmação, tentou encontrar um valor tal que a média desse valor com a média antiga produzisse a nova média (figura 44). Um outro formandos simplesmente dividiu o total das idades dos 4 amigos e dividiu por 4 (figura 45), ou seja, não teve em conta a informação sobre a média antiga.

~~10000~~
R.: o outro amigo tinha 17 anos.

$\begin{array}{r} 15 \\ +15 \\ \hline 30 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ +16 \\ \hline 31 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ +17 \\ \hline 32 \end{array}$
$\begin{array}{r} 30 \overline{) 12} \\ 10 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 31 \overline{) 12} \\ 11 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 32 \overline{) 12} \\ 12 \\ \hline 0 \end{array}$

Figura 44

$\begin{array}{r} 16 \\ \end{array}$	$\begin{array}{r} 64 \overline{) 12} \\ 24 \\ \hline 0 \end{array}$
--	---

Figura 45

Outros 2 formandos tentaram dar valores às idades dos 3 amigos e a partir daí concluir sobre a idade do quarto amigo. Um deles deu um exemplo de idades corretas para os 3 amigos, mas fica-se sem perceber como concluiu a idade do quarto amigo (figura 46). O outro formandos deu 3 idades aos 3 amigos que não satisfazem a média antiga e, por isso, obteve uma idade errada para o quarto amigo (figura 47).

$$16 + 15 + 14 = 45$$

$$45 : 3 = 15$$

O amigo tem 17 anos para fazer média das idades.

Figura 46

$$\frac{x + x + x}{3} = 15 \text{ anos}$$

$$\frac{x + x + x + x}{4} = 16$$

⇒ O amigo terá 18 anos porque os 3 amigos iniciais podem ter 14, 15, 15 anos respectivamente, então, quando o 4º amigo se junta, para a média ser 16 terá de ter 18 anos.

Figura 47

Finalmente, um formandos conclui apenas que o quarto amigo teria que ser mais velho um ano, mas não mostrou qualquer cálculo para comprovar a sua afirmação (figura 48).

O outro amigo tinha de ser mais velho 1 ano.

Figura 48

Nesta questão fica então presente a baixa taxa de respostas e, mais alarmante que isso, a baixa taxa de respostas corretas.

A questão 9 relata a resposta de um aluno a problema de determinação da mediana em que os dados não estão ordenados e era pedido para concordarem ou discordarem do aluno, justificando a sua opção. Apenas 32% dos formandos que responderam

identificaram que o aluno estava incorreto uma vez que era necessário colocar os valores por ordem (figura 49). 26% dos formandos fizeram exatamente o oposto e consideraram que o aluno tinha respondido corretamente (figura 50).

A mediana do número de alunos da turma é 21.
O aluno limitou-se a ver qual o número que estava no meio, não tendo em consideração que os números não estavam por ordem crescente.

Figura 49

O número mediano é 20 porque o número mediano é o que se encontra no meio.

Figura 50

Houve ainda um formandos que tentou identificar a mediana, dando o valor incorreto (figura 51). Os outros formandos referiram a média, ou por acharem que 20 seria o valor da média e não da mediana, erradamente (figura 52) ou por confundirem média e mediana e acharem que é a mesma coisa e, por isso, efetuaram o cálculo da média e corrigiram o valor que o aluno tinha mencionado (figura 53).

O número mediano está ~~entre~~ entre 21 e 22. Por isso pode ser 20.

Figura 51

Não. Penso que 20 seria a média de alunos

Figura 52

O aluno está incorreto, a mediana seria 23,4

$$\frac{23 + 19 + 20 + 24 + 23}{5} = 23,4$$

Figura 53

Daqui se conclui que poucos alunos sabem o que é a mediana, fazendo ainda confusão entre esta medida e a média.

A questão 10, com 3 alíneas, que usava um gráfico de pontos para representar um certo conjunto de dados, revelou ser difícil de perceber logo à partida. Houve muitos formandos a levantarem dúvidas aquando do preenchimento do questionário por nem sequer perceberem a representação gráfica em questão. Será portanto pertinente modificar o gráfico de algum modo, de modo a torná-lo mais claro de interpretar. Na primeira alínea, que pedia a média do conjunto de dados, 60% dos que responderam a esta questão (15 respostas), usaram o algoritmo da média e responderam corretamente (figura 54). Adicionalmente, um formandos interpretou mal a representação gráfica, considerando que o eixo horizontal representava as habitações, em vez de representar o número de pessoas. Devido a esse facto, esse formandos implementou erradamente a fórmula da média, obtendo um valor errado (figura 55).

$$\frac{2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 1 + 6 \times 2}{6} = \frac{2 + 6 + 4 + 12}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

Figura 54

0,85 . Somei o número de pessoas e dividi pelo número de habitações.

Figura 55

Finalmente, é de realçar que um formandos respondeu qual o valor da moda, mostrando alguma confusão entre essas 2 medidas (figura 56).

A média é 3 pessoas ou 6 pessoas.

Figura 56

Na segunda alínea da questão 10 pretendia-se perceber se os formandos têm noção de que podem existir dois conjuntos de dados com a mesma média. Das 10 respostas obtidas nesta questão, metade deu uma resposta correta. O processo de obtenção de resposta passou ou pela explicação referindo o número total de pessoas (figura 57) ou pelo recurso a um exemplo de um conjunto de dados com a mesma média, ou graficamente (figura 58) ou algebricamente (figura 59).

Sim é possível, desde que a soma do número de habitantes seja 24 (caso sejam 6 habitações).

Figura 57

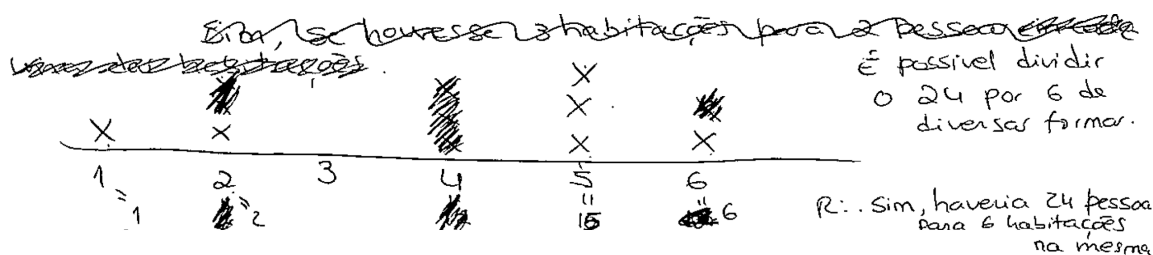


Figura 58

sim. ~~caso~~ ~~caso~~ Se eu tiver 5 casas com 4 pessoas dá a mesma média de pessoas por casa no bairro.
~~20 : 5 = 4~~
 $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$
 $20 : 5 = 4$

Figura 59

A última alínea desta questão servia para constatar se os formandos entendem que a média não é necessariamente um número inteiro, mesmo que esse número não faça sentido no contexto do conjunto de dados. Das apenas 8 respostas dadas (isto é, 31% de taxa de resposta), metade deu uma resposta correta, dando um exemplo de um conjunto de dados com média de 3,5, recorrendo para isso ao número total de habitantes que é necessário ter (figura 60). Dos 50% que responderam que não era possível, apenas 2 deram uma justificação. Um deles referiu que não era possível ter

meia pessoa numa casa (figura 61). O outro formandos deu uma justificação muito confusa, de onde não dá para perceber qual o raciocínio usado.

$$x : 6 = 3,5$$

$$x = 3,5 \times 6$$

$$x = 21$$

OK: 60

Sim é possível caso 3 dessas habitações tenham 4 habitantes e as restantes 3 tenham 3 habitantes, por exemplo.

— — — — —
3 3 3 3 3 3
1 1 1

Figura 60

Não porque não podem existir meios pessoas numa casa.

Figura 61

Fica então claro que a representação gráfica presente na questão gerou muita confusão e só os formandos que foram esclarecidos quanto ao seu significado conseguiram aplicar o algoritmo da média. No futuro, será pertinente colocar uma representação gráfica em que os formandos consigam manipular de modo a obter a média visualmente, dando assim outro significado à média.

A questão 11, com 4 alíneas, pretende perceber se os formandos conhecem o significado de cada uma das medidas de tendência central (média, mediana e moda) num contexto de ordenados de uma empresa e se, através das mesmas, são capazes de tecer um comentário acerca dos ordenados da empresa em geral. Quanto ao significado da média, das 16 respostas obtidas nesta alínea, nenhum formandos foi capaz de revelar um conhecimento profundo da média. Os que não responderam erradamente (75%), metade usou o definido para definir a média (figura 62) e a outra metade usou o algoritmo para descrever o que significa (figura 63).

média;

É a média dos vencimentos de todos os empregados da empresa.

Figura 62

Os 50 empregados recebem em média 2000 euros, ou seja, no total o patrão paga aos empregados 100 000 euros, sendo assim, a média ~~de cada~~ para o patrão é de 2000 euros por empregado.

Figura 63

Dois formandos usaram na resposta alguns conceitos que parece que eles veem como sinónimos de média: o conceito de aproximadamente (figura 64) e o conceito de valor intermédio (figura 65).

Na empresa os 50 empregados ganham aproximadamente 2000 euros

Figura 64

Valor ^{intermédio} correspondente ao que ~~(o)~~ os ~~(muitos)~~ empregados recebem

Figura 65

Outros 2 formandos mostraram uma ideia completamente errónea da média. A ideia de que a média é igual ao máximo (figura 66) e a ideia de que a média é um valor com pouca percentagem (figura 67).

O máximo de ordenado

Figura 66

aquilo que alguns recebem, mas
nao em grande percentagem.

Figura 67

A moda já não parece gerar tanta confusão. Das 17 respostas obtidas, 82% parece ter algum sentido do que a moda significa. Para 59% dos formandos, a moda significa o que a maioria recebe (figura 68) e para 24% significa o ordenado que aparece mais vezes na empresa (figura 69).

aquilo que a maior parte dos trabalhadores
ganham.

Figura 68

é o valor dos
ordenados que se repete mais
vezes.

Figura 69

Há, no entanto, 2 ideias erradas em relação à moda manifestadas por 2 formandos. Uma delas é o confundir a moda com a frequência mais alta (figura 70). A outra ideia errada é a confusão entre moda e valor mínimo (figura 71).

número maior de vezes que se repete.
o mesmo ordenado.

Figura 70

Valor mínimo do ordenado

Figura 71

Por outro lado, a mediana parece ser uma medida que gera muita confusão. Foram apenas 12 formandos que responderam a esta questão e só 2 fizeram referência que a mediana era o valor central quando os dados se encontram ordenados (figura 72). Para falar da mediana, os formandos parecem usar diversos termos valor do meio, com 33% (figura 73) e valor intermédio, com 17% (figura 74).

A mediana é o que se encontra no centro de todos os ordenados, como por exemplo:

1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100
			mediana			

Figura 72

o valor do meio

Figura 73

1800 euros e é a ordenação intermédia da empresa.

Figura 74

Um dos erros que surgiu foi um formandos assumir que a mediana é o valor do meio entre o mínimo e o máximo, que não deixa perceber se este formandos entende o significado ou se acha que a mediana é exatamente a média entre o mínimo e o máximo (figura 75). Outra ideia errónea, com 17% dos formandos a revelá-la, foi pensar que a média é o valor entre a moda e a mediana, por ser isso o que se verificava na situação específica, com (figura 76).

meio do valor mínimo e máximo dos ordenados.

Figura 75

fica no entremédio entre a média e a moda.

Figura 76

Finalmente, houve um formandos que referiu que a mediana era a minoria (figura 77).

Corresponde a uma pequena parte dos ~~empregados~~ ^{empregados} neste ~~em~~ ^{este} valor.

Figura 77

Quanto à última alínea da questão 11, onde se esperava que os formandos elaborassem um comentário sobre os ordenados das empresas com base nas medidas de tendência central dadas, dos 6 formandos que responderam a esta questão, os comentários que fizeram foram muito pouco desenvolvidos. A maioria ficou pela repetição dos significados das medidas, alguns ainda a revelar alguma confusão entre medidas (figura 78) e um formandos foi mais além e comparou os resultados com a sua experiência e o senso comum (figura 79).

Existem pessoas a ganhar mais do que 2000 euros,
~~Sendo este o vencimento de metade~~
dos empregados.

Figura 78

~~Estão~~ ^{São} valores que estão acima da ^{média} ~~médias~~ dos vencimentos dos portugueses.

Figura 79

A questão 12 englobava várias medidas de tendência central e de dispersão (média, moda, mediana, amplitude) e os formandos tinham que construir um conjunto de dados satisfazendo todas as medidas. Das 8 respostas a esta questão, não houve nenhum formandos que tivesse construído tal conjunto de dados. 50% dos casos não considerou a amplitude, 38% não considerou a mediana, 38% não considerou a média e 25% não considerou a moda. Logo, no que toca a construção de conjuntos de dados a moda é a mais fácil de satisfazer e a amplitude a menos tida em conta.

A questão seguinte (13) evidenciava uma tabela de frequência da variável qualitativa tipo de animal de estimação e a resposta de um aluno quanto à moda, mediana, amplitude e média. 42% dos formandos que responderam a esta pergunta (num total de 12) afirmou que o aluno estava correto, revelando assim a ideia errónea de que se pode determinar a média, a mediana e a amplitude neste tipo de variável. Os outros 7 formandos afirmam que o aluno está errado, mas a maior parte deles corrige o aluno de forma incorreta, como por exemplo corrigindo a mediana (figura 80). Há apenas um formandos que se apercebe que os dados são qualitativos e que portanto não se podem calcular certas medidas (figura 81).

Animal de estimação	Frequência
Pássaro	2
Gato	4
Vaca	2
Cão	7
Pato	1
Peixe	2
Ovelha	1
Cavalo	3
Coelho	3

1 2 3 4 7

Aluno se não está correto quando afirma que a mediana é o pato, pois a mediana será o cavalo ou coelho.

Figura 80

A mediana não é o pato, a média não é 2, 7, 8, ...
... são valores qualitativos.

Figura 81

Investigação Estatística. Em relação a este último tópico, havia apenas uma questão que incorporava a didática das investigações estatísticas. Era portanto pedido aos formandos para explicarem como implementariam uma investigação estatística em sala de aula. Houve 13 respostas a esta questão, mas apenas 2 formandos incorporam a “sala de aula” na questão. Um formandos propõe uma questão aberta na sala de aula (figura 82) e outro formandos fala do modo em que a implementação é feita, com muito pouco detalhe (figura 83).

Dada uma questão aberta aos alunos e a partir dessa questão deixava-os dirigir a investigação estatística com os dados que eles pretendiam.

Figura 82

Os alunos poderiam recolher dados e informações junto da população sobre os hábitos de reciclagem. Mediante inquérito poderiam perguntar quantas vezes por semana vai ao ecoponto, quantas embalagens colocam para reciclagem por dia, entre outros.

Em alternativa ao inquérito, os alunos poderiam fazer esta investigação nas suas próprias casas.

Posteriormente, toda a turma reunia os dados e constituíam-se grupos que ficariam responsáveis por fazer o tratamento estatístico de um determinado dado.

Auxiliados pelo professor, os alunos elaboravam gráficos e tabelas e escreviam uma pequena análise.

No final, juntar-se-iam as diferentes análises, podendo estar-se a exportar para toda a comunidade educativa.

Figura 83

Todos os outros formandos falam de como se faz uma investigação estatística *per se*, sem enquadrarem a mesma numa sala de aula (figura 84). Parece então que os formandos responderam a esta questão baseando-se muito na sua própria experiência a fazer investigações estatísticas, referindo o que fizeram e como o fizeram. Isto é ainda mais evidente quando dos 8 formandos que referiram um tema específico para a investigação, 8 referiram a reciclagem, que terá sido, sem dúvida, o tema que os próprios desenvolveram na sua investigação estatística na unidade curricular de TMDEP (figura 85).

teriam de fazer uma pesquisa e recolha de dados.
1º teriam de definir os dados a recolher, identificar
os critérios, depois recolher os dados,
fazer o tratamento dos dados e interpretá-los
e concluir os resultados.

Figura 84

~~Tinham que ir ver quantos reciclavam~~
 Tinham que ir ver quantos reciclavam
 fazendo inquéritos e analisando
 os dados posteriormente.

Figura 85

Note-se ainda que um formandos apenas elaborou um exercício concreto de Estatística, não tendo portanto noção do conceito de investigação estatística (figura 86). Tudo isto realça o facto de estes formandos terem muito pouca experiência em desenvolver investigações estatísticas e por isso é tão difícil para eles distanciarem-se da sua própria experiência. Fica também notável a falta de perguntas relativas à didática da Estatística, onde pelos vistos os formandos têm dificuldade por falta de experiência.

Numa fábrica de reciclagem, recebem-se 20 kg de lixo
 à segunda-feira, 30 kg à terça, 40 kg à quarta, 25 kg à quinta
 e 30 kg à sexta.
 Apresente os dados num gráfico.
 Calcule a média de lixo que se recebe por semana.

Figura 86

ANEXO 14. QUESTIONÁRIO

Instruções

Responda a todas as perguntas, de modo mais completo possível, mostrando o seu raciocínio, bem como todos os cálculos apresentados. Use os espaços destinados para o efeito, sem uso de folha de rascunho. Caso se engane nalguma resposta, não risque. Refira isso e acrescente a nova resposta.

Caso haja alguma questão que não consiga responder, refira o que não percebe da questão e até, se for capaz, que conhecimentos lhe estão a faltar para conseguir responder corretamente.

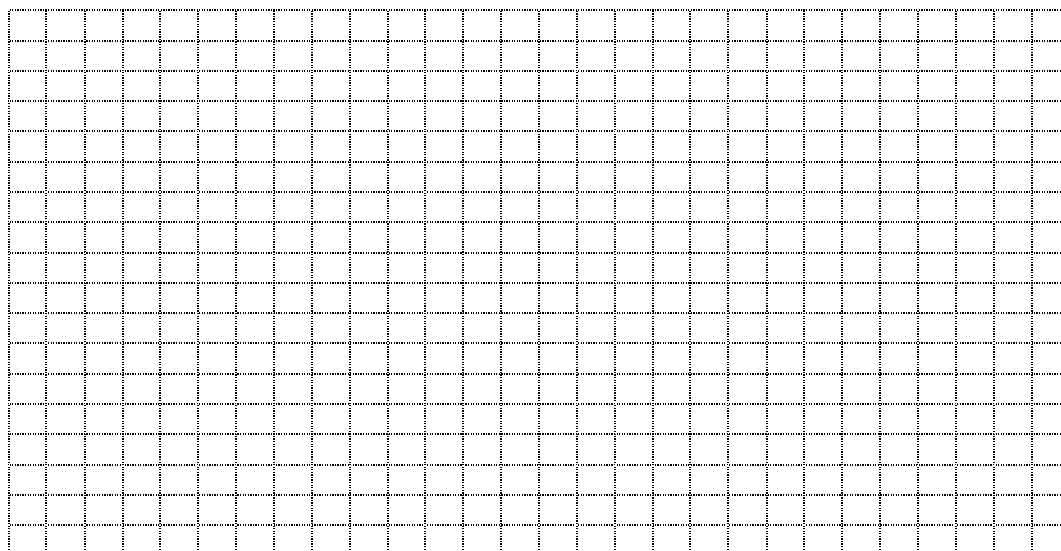
Nome: _____

1. As classificações finais de uma turma de alunos a Matemática, numa escala de 0 a 20, foram as seguintes:

12	11	10	7	8	7	18	11	14
20	13	10	14	20	14	10	13	11
20	11	13	7	8	12	14	13	13

1.1. Construa uma tabela de frequências para os referidos dados.

1.2. Construa o gráfico que melhor se adapte a esta situação.



1.3. Que conclusões sobre as classificações a Matemática desta turma pode tirar com base nas duas alíneas anteriores?

1.4. Elabore um comentário acerca das dificuldades que alunos do 2.º ciclo possam demonstrar na resolução das alíneas anteriores.

2. As turmas A e B foram submetidas ao mesmo teste de Matemática onde se apuraram os seguintes resultados:

Turma A	17	18	18	19	16	9	19	8	18	4	3	8	11	8	5
Turma B	11	12	13	10	8	11	13	10	15	13	15	14	7	11	14

2.1. Irá ser escolhida uma das turmas para um campeonato de Matemática. Considerando os resultados nos testes, qual a turma que escolheria para melhor representar a escola. Justifique a sua resposta.

2.2. Descreva uma tarefa, diferente da alínea anterior, que poderia trabalhar com futuros alunos acerca da informação representada, especificando o ciclo de ensino/ano de escolaridade dos alunos a quem a tarefa seria proposta.

3. Os alunos de uma turma registaram o número de vezes que cada um deles já saiu do país no seguinte diagrama de caule e folhas:

0	3	3	5	7	8	9			
1	0	2	3	4	6	6	8	9	
2	0	1	3	3	3	5	5	8	8
3	0	5							
4	5								

3.1. Quantos alunos tem a turma?

3.2. Quantos alunos saíram de Portugal menos de 15 vezes?

3.3. Qual o número de vezes que um aluno típico da turma saiu do país?

4. Existem 10 pessoas num elevador, 4 mulheres e 6 homens. A média dos pesos das mulheres é de 60 kg e a média dos pesos dos homens é de 80 kg.

4.1. O que significa a média dos pesos das mulheres ser de 60 kg?

4.2. Será possível a mulher mais pesada ter 52 kg? Justifique a sua resposta.

4.3. À questão “Qual é a média dos pesos das 10 pessoas?”, um aluno deu a seguinte resposta:

$$\begin{array}{r} 80 \\ + 60 \\ \hline 140 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 140 \overline{) 2} \\ 00 \\ \hline 0 70 \end{array}$$

R: - O peso médio das 10 pessoas é de 70 kg.

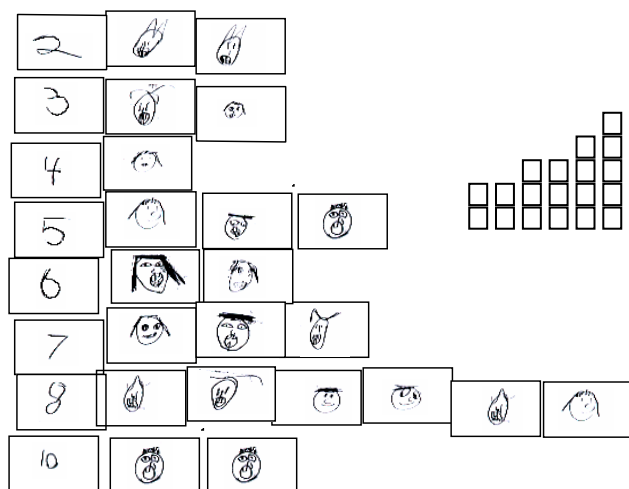
4.3.1. Explique o erro que o aluno cometeu e como ajudaria este aluno a ultrapassá-lo.

4.3.2. Qual seria a resposta correta?

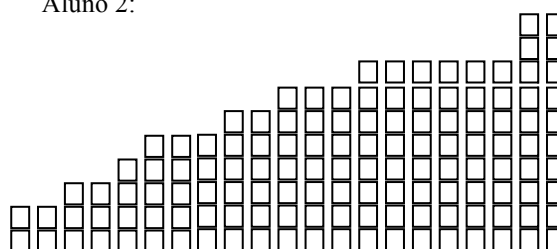
5. Pressupõe que este semestre tem 4 unidades curriculares. Já sabe que as notas finais de 3 dessas unidades curriculares, que dá uma média de 15 valores. Se no final do semestre quer ter uma média de 16 valores, quanto necessita de ter na 4ª unidade curricular?

6. Dois alunos da mesma turma do 2.º ano de escolaridade fizeram as seguintes representações para mostrar o número de dentes que cada colega de turma perdeu:

Aluno 1:



Aluno 2:



6.1. Compare as duas representações gráficas, indicando quais as semelhanças e diferenças entre ambas?

6.2. Qual a sua opinião sobre o que cada um dos alunos percebe dos dados?

6.3. Determine a média do número de dentes perdidos pelos alunos da turma. Mostre como chegou à sua resposta.

6.4. Um outro aluno, de uma outra turma, fez um registo semelhante e a turma chegou à conclusão de que cada aluno dessa turma perdeu em média 17,5 dentes. Esta resposta é possível? Se sim, dê um exemplo. Se não, explique porquê?

7. O Sr. João tem 7 filhos. Sabe-se que a média das suas idades é 11 anos, a moda é 8 anos, a mediana é 10 anos e amplitude das idades é 13 anos.

7.1. O que significa a moda das idades dos filhos ser de 8 anos?

7.2. O que significa a mediana das idades dos filhos ser de 10 anos?

7.3. O que significa a amplitude das idades dos filhos ser de 13 anos?

7.4. Considerando que nenhuma das medidas calculadas foi arredondada, indique, justificando, uma idade possível para cada um dos filhos do Sr. João.

8. Uma turma do 2.º ciclo gerou os seguintes dados:

Animal de estimação	Frequência
Pássaro	2
Gato	4
Vaca	2
Cão	7
Pato	1
Peixe	2
Ovelha	1
Cavalo	3
Coelho	3

8.1. Dê exemplo de uma situação de sala de aula em que o professor leva os alunos a gerar os dados anteriores? Dê o máximo de detalhe possível.

8.2. Os alunos da turma estavam a discutir estes dados e um deles disse:

“A moda é cão, a mediana é pato e a amplitude é de 1 a 7”.

Se acha que o aluno está correto, explique porquê. Se acha que o aluno está errado, identifique o(s) erro(s) e corrija-o(s).

8.3. Refira que passos tomaria a seguir de modo a completar esta investigação estatística.

8.4. Dê exemplo de outro tema que pudesse trabalhar com os alunos, identificando a questão que iniciaria a investigação estatística dos mesmos e os conceitos que abordariam.

ANEXO 15. GUIÃO DA ENTREVISTA INICIAL

1. Conceito de Estatística.
2. Relação com a Matemática/Estatística ao longo do teu percurso académico e universitário.
3. Tipo de ensino de Matemática/Estatística ao longo do percurso académico e universitário.
4. Perspetiva sobre o ensino da Matemática/Estatística.
5. Conceito de investigação estatística.
6. Condução de investigações estatísticas com alunos.
7. Dificuldades dos alunos em realizar investigações estatísticas.
8. Dificuldades dos alunos em Estatística.
9. Análise e reflexão sobre alguns detalhes dos relatórios de investigação estatísticas.
10. Análise e reflexão sobre algumas respostas ao questionário.

ANEXO 16. GUIÃO DA ENTREVISTA PRÉ-AULA

1. Objetivo da aula
2. Metodologia prevista
3. Conceitos envolvidos
4. Processos de avaliação
5. Possíveis dificuldades, erros ou momentos difíceis para alunos
6. Processos de resolver esses obstáculos
7. Gestão do tempo

ANEXO 17. GUIÃO DA ENTREVISTA PÓS-AULA

- Reflexão sobre a aula

1. O que correu bem? O que correu melhor? Porquê?
2. O que correu mal? O que correu pior? Porquê?
3. O objetivo da aula foi cumprido?
4. A metodologia usada foi adequada?
5. Os processos de avaliação foram apropriados?
6. Como geriu o tempo?
7. Que dificuldades, erros ou momentos difíceis de alunos observados não eram expectáveis? E quais eram expectáveis e não foram observados? Porquê?
8. Que modificações ao plano original foram feitas?
9. O que aprendeu com esta aula? O que se pode melhorar?

ANEXO 18. GUIÃO DA ENTREVISTA FINAL

1. Reflexão sobre o que poderia ter sido diferente?
2. Outro exemplo de investigação estatística que poderia ter realizado com alunos. Implementação em sala de aula. Aspetos a valorizar.
3. Conceito de Estatística.
4. Conceito de investigação estatística. Implementação de uma investigação estatística, à escolha.
5. Perspetiva sobre o ensino da Estatística.
6. Perspetiva atual sobre o ensino da Estatística.
7. Impacto da participação neste estudo.
8. Análise de outras questões não esclarecidas

ANEXO 19. TAREFAS REALIZADAS NA ENTREVISTA FINAL

1. Classifique as seguintes variáveis e explique as diferenças entre os diferentes tipos.

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------------|
| a) número de irmãos | f) idade |
| b) peso | g) tempo para terminar um exercício |
| c) cor dos olhos | h) temperatura da sala |
| d) distância de casa à escola | i) número de calçado |
| e) meio de transporte favorito | |

2. Explique o significado de cada coluna numa tabela de frequências.

3. O esquema seguinte refere a quantidade de dinheiro que cada aluno trazia no bolso:

João – 2€	Mariana – 2€	Afonso – 4€
-----------	--------------	-------------

Pedro – 2€	Isabel – 3€	Filipa – 5€
------------	-------------	-------------

a) Represente esses valores com os cubos de encaixe. Como seria uma distribuição mais justa deste dinheiro?

b) Que nome se dá à medida que determinou?

c) E se a esses alunos, se juntar a Carolina que traz 10€ no bolso, qual é a nova distribuição justa?

4. Imagine que quer introduzir o conceito de moda em sala de aula. Como procederia?

5. Imagine que quer introduzir o gráfico de barras/pictograma a crianças que não o conhecem. Como procederia?

ANEXO 20. GRELHA DE OBSERVAÇÃO DE AULAS

- O conhecimento de estatística

1. Processos de organização e representação de dados
2. Conhecimento de medidas de tendência central
3. Conhecimento de conceito de investigação estatística

- O conhecimento da didática da estatística

1. Perspetiva geral de ensino de Estatística
2. Conhecimento dos processos de aprendizagem dos alunos
3. Conhecimento de dificuldades e erros de futuros alunos
4. Planeamento de tarefas
5. Condução de investigações estatísticas com alunos